

9

جمهورية العراق
وزارة التربية
المديرية العامة للمناهج

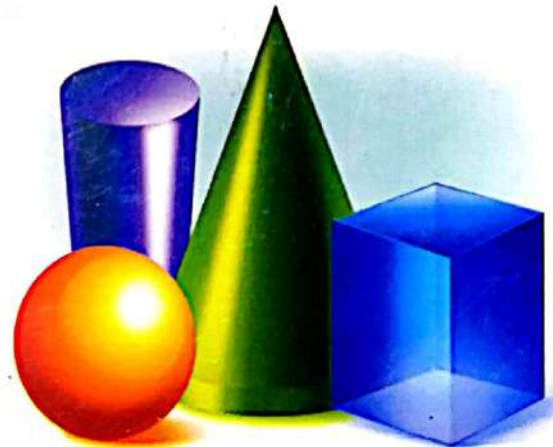
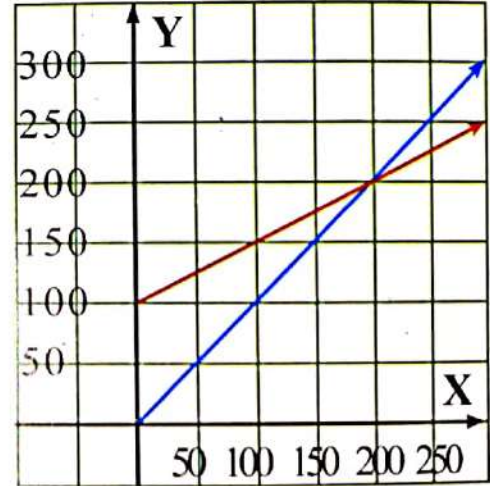
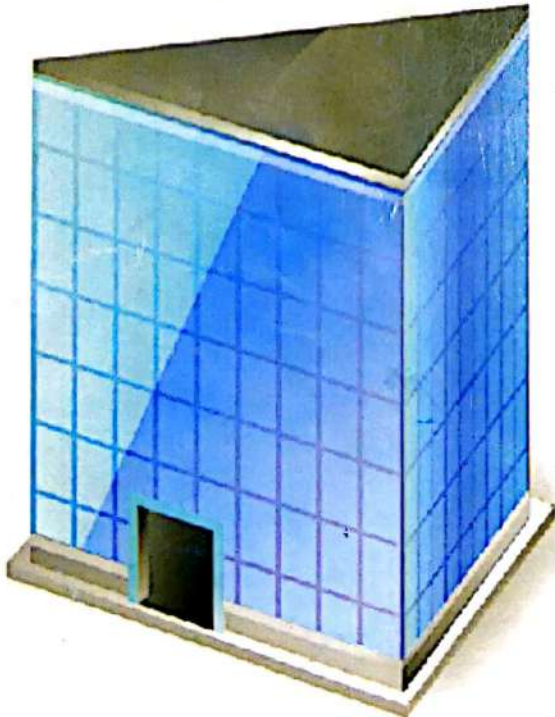
www.derasatv.net

الرياضيات

دليل المدرس

MATHEMATICS

للفيف الثالث المتوسط



سلسلة كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة

- أولاً: توضيح منهجية التدريس وأساليبه وطرائقه.
- ثانياً: معرفة السلوب التعامل مع المفردات والتدريبات والتمرينات .
- ثالثاً: يوضح كيفية التعامل مع الطالب في عملية التدريس.
- رابعاً: المساعدة على تطبيق الإستراتيجيات الحديثة للتدريس.
- خامساً: فتح آفاق واسعة أمام المدرس للمراجعة والتطوير باستمرار.
- سادساً: وسيلة لمدّ الفجوة بين المدرس الجديد والمدرس ذي الخبرة الطويلة في التدريس.

الهدف العام لتدريس مادة الرياضيات

تهدف الرياضيات إلى تنمية التفكير الرياضي، وتطوير قدرات /كفايات الطالب الرياضياتية على الفهم الدقيق والتفسير والتبرير والاستدلال والتخمين والتنبؤ واتخاذ القرارات الشخصية والعامة، والتواصل ونقل المعلومات، مما يمكن الطالب من التعامل مع مواقف مألوفة وغير مألوفة بتوظيف خطة حل المسألة، والبحث والتجريب، ليكونوا منتجين وقادرين على وصف العالم من حولهم وتحليله والتأثير فيه. وتنمية قدراتهم على إستيعاب التقنيات العلمية والرقمية وإبراز دورها في التوسع ومواصلة الاستكشاف وإستشراف المستقبل.

توضح الرياضيات الصلات بين مختلف محاورها والعلاقات مع المباحث الأخرى المختلفة مثل : العلوم والهندسة والطب والجغرافية والفلك....، وتعمل على تنمية قضايا المواطنة، والمساواة، وتقبل الرأي والرأي الآخر، والديمقراطية، وحقوق الإنسان، والجنس.... .

المحاور الأساسية للرياضيات

- الأعداد والعمليات.
- الجبر.
- الهندسة والقياس.
- الإحصاء والاحتمالات.
- حل المسائل عن طريق (الاستدلال - البرهان والتواصل) لكل هذه المحاور.

أهداف المحاور

- **الأعداد والعمليات**: يتعلم الطالب الحساب والتقدير من خلال الاستخدام المرن للطرائق المناسبة في الحساب الذهني او الكتابي او التقني، كما يهدف إلى ان يعرف الطالب متى يستعمل التقدير ويتبين معقولة النتائج.
- **الجبر**: يتعلم الطالب التعميم وتمثيل الانماط والعلاقات في الأعداد والأشكال والقياسات، ويطبق القوانين الجبرية ويوظفها في حل مشكلات حياتية.
- **الهندسة والقياس**: يميز الطالب خصائص الأشكال والتماثل فيها ويستخدمها، ويصف مواقع هذه الأشكال وحركتها، ويطبق الصيغ وإستراتيجيات حل المسألة والبرهان الهندسي، ويتعلم القياس الكمي للأجسام، وقياس الزمن باستعمال الوحدات والاندوات المناسبة، ويحسب معدلات التغير ويوظفها في الحياة.
- **الإحصاء والاحتمالات**: يجمع الطالب البيانات ويمثلها ويحللها ويفسرها ويقومها، ويحدد الاحتمالات ويستعملها ويصدر الاحكام السليمة، ويختبر الفرضيات ويتعامل مع حالات عدم اليقين.
- **حل المسألة**: يستعمل الطالب الاستدلال والبرهان الرياضي والتفسير والتبرير في حل المسألة، ويتبع إستراتيجيات حل المسألة المتنوعة، مثل: تمثيل المسألة، وبناء جدول، والاستدلال المنطقي، الخطوات الأربع والحل عكسياً، وحل مسألة أبسط، والتخمين والتقدير، وهكذا.

أهداف تدريس الرياضيات للصف الثالث المتوسط

- (1) يجري العمليات الأربع على الأعداد الحقيقية، و يستعمل ترتيب العمليات عليها، ويتعرف التطبيق وأنواعه وكيفية تمثله بيانياً ويتعرف تركيب التطبيقات وايجادها.
- (2) يتعرف المتباينات وخواصها وكيفية ايجاد حدود المتتابعة لمعرفة اساسها وحدها الأول .
- (3) يتعرف المتباينات المركبة والمطلقة وكيفية حلها وتمثيلها على مستقيم الأعداد .
- (4) يحلل المقادير الجبرية بصورة عامة ويحل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين .

- ٥) يحل المعادلات التربيعية بمتغير واحد بالتجربة وبالمربع الكامل وبالتقنون العلم .
٦) يمثل المعادلة الخطية والتربيعية في المستوى الاحداثي ، ويجد ميل المستقيم ومعادلته ويجد المسافة بين نقطتين .
٧) يتعرف النسب المثلثية ويجد قيم الزوايا الخاصة .
٨) يتعرف الهرم والمخروط وكيفية ايجاد محيطهما ومساحتهما .
٩) يتعرف المثلثات والتناسب والقياس فيها ويتعرف الدائرة والقطع المستقيمة فيها والمماس للدائرة والزوايا المحيطية والمركزية والمماسية لها .
١٠) يميز بين البيانات المضللة والاحصاءات المضللة ، ويتعرف مفهوم التبادل والتوافق ويحسب الاحتمال التجريبي والنظري ، احتمال الاحداث المستقلة والمتراطة .

تقديم الفصل

- ١) الصفحة الأولى من الفصل تحتوي على صورة تعبيرية عن الفصل وفي أعلاها اسم الفصل وما سوف يتعلمه فيه وفي الأسفل سؤال حول الصورة، أطلب إلى الطلاب النظر إلى صورة الفصل بإمعان والإجابة عن السؤال.
٢) الاختبار القبلي: يتضمن أسئلة حول المواضيع التي تعلمها سابقا والتي لها علاقة بموضوع الفصل، أطلب إلى الطلاب حل هذه التمرينات وفي ضونها عالج احتياجات الطلاب بشكل فردي وذلك بالاعتماد على المخطط الموجود في صفحة الدليل (المعالجة).
٣) التزم بالحصص المخصصة لكل فقرة موجودة في مخطط الفصل في الدليل، فهذا يساعدك على إنجاز المهمة في الوقت المحدد.

تقديم الدرس

- ١) نتاجات التعلم: وتشتمل على النتائج التعليمية الخاصة بالدرس.
٢) المواد والوسائل: تتضمن الوسائل التعليمية التي يستعملها المدرس في عرض المادة التعليمية للدرس.
٣) التهيئة: وتتضمن تهيئة الطلاب لموضوع الدرس وذلك عن طريق إعطاء مثال حركي يشارك فيه الطلاب ويكون منخلاً جيداً لفكرة الدرس.
٤) الشرح والتفسير: ويتضمن استعمال فقرة تعلم من خلال توجيه انتباه الطلاب إلى الصور أو المخططات الموجودة في الفقرة والإجابة عن الأسئلة، ثم تقديم المثال الموجود في الدليل ومشاركة الطلاب في حل المثال، ثم أطلب إلى الطلاب حل التمرينات في فقرة تأكد من فهمك وراقب إجاباتهم، قدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تمرينات تأكد من فهمك بشكل صحيح، وأخيراً أطلب إلى الطلاب حل التمرينات المشار إليها كواجب بيتي.
٥) خطأ متوقع: يعالج هذا الموضوع الأخطاء الشائعة لدى الطلاب في كل موضوع.
٦) التدريب: بداية الحصص الثانية تحقق من الواجب البيتية لهم، وقم بفرز الطلبة الذين لم يستطيعوا حل التمرينات بشكل صحيح وقدم لهم إعادة التعليم المرافقة في الدليل لتمكينهم من فهم الموضوع بشكل جيد وإملاكهم القدرة على حل التمرينات، أطلب إلى الطلاب بعد ذلك حل تمارين تدرّب وحلّ التمرينات وتدرّب وحلّ مسائل حياتية وتابع إجاباتهم.
٧) أطلب إلى الطلاب حلّ أسئلة فكر وتابع إجاباتهم وقد لا يستطيع جميع الطلاب حلّ هذه الاسئلة فقدم المساعدة اللازمة لهم كما وردت في دليل المدرس.
٨) التقويم: استعمل المسألة المعطاة في دليل المدرس لغرض التقويم الختامي للطلاب بعد انتهاء الدرس (الحصص الثانية).
٩) التوسعة: قدم التمرينات الإثرائية المرافقة في الدليل للطلاب وتابع إجاباتهم وقدم المساعدة لهم لأنها قد تحتوي على مسائل غير مألوفة لهم، وخذ بنظر بأنه الإعتبار قد لا يتمكن بعض الطلاب من حلّ هذه المسائل.

بعض الإرشادات العامة حول كيفية استعمال الدليل

- قراءة دليل المدرس مرات عدة: مسحية، تصفحية، ناقدة.
- التخطيط للدروس التي سوف تنفذها بالرجوع إلى الدليل وتوجيهاته.
- الاستفادة مما ورد في الدليل من توجيهات وإرشادات قبل الشروع بعملية التدريس وفي أثناء عملية التدريس.
- مراجعة دليل المدرس بعد عملية التدريس لتلافي القصور باستمرار.
- رصد الملاحظات التي يراها المدرس في الدليل لتطويره مستقبلاً.
- الدليل مؤلف وفقاً للطبعة الثانية ٢٠١٩ فيرجى الانتباه الى ذلك .

مخطط الفصل :

المواد والوسائل	الخطة الزمنية	المفردات	النتائج التعليمية	الدرس
	حصة واحدة			التمهيد للفصل الاختبار القبلي
حاسبة يدوية ، ورقة عمل	3 حصص	- العدد الحقيقي - تنسب (تجزير)المقام - المرافق	استعمال ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية لتبسيط جملة عددية	1 ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية
ورقة بيانية ، ورقة عمل	3 حصص	العلاقة - الزوج المرتب - الضرب الديكارتي - التطبيق - المجال والمجال - المقابل والمدى - تركيب التطبيقات	تعرف التطبيق وانواعه وكيفية تمثله بياني في المستوى الأحداثي وتعرف تركيب التطبيقات .	2 التطبيقات
ورقة بيانية ، ورقة عمل	3 حصص	المتباينة - المتباينة الحسابية - الحد العام - المتباينة الثابتة - أساس المتباينة	التعرف الى المتباينة والمتباينة الحسابية وخواصها	3 المتباينات
ورقة عمل	3 حصص	المتباينة المركبة - التقاطع - الاتحاد - مجموعة الحل	حل المتباينات التي تحتوي ادوة الربط (و) ، (أو) وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد .	4 المتباينات المركبة
ورقة عمل	3 حصص	القيمة المطلقة - أقل من > - أقل من - أو يساوي \geq - أكبر من < - أكبر من - أو يساوي \leq	حل المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة	5 متباينات القيمة المطلقة
ورقة عمل	حصتان		استعمال استراتيجيه افهم المسألة في حل المسألة	6 خطة حل المسألة (أفهم المسألة)
	حصة واحدة			مراجعة الفصل
	حصة واحدة			اختبار الفصل

مصفوفة المدى والتتابع لمحتوى الفصل

تعلّم الطالب سابقاً الأعداد الحقيقية والمفاهيم والخصائص والمهارات المتعلقة بها والمقارنة بينها وترتيبها وجمع عددين حقيقيين أو طرحهما وضرب عددين حقيقيين أو قسمتهما ، وتقدير الجذور التربيعية ، و تبسيط جمل عددية تحتوي على جذور وكذلك تعرفوا الى تطبيقات نظرية فيثاغورس ، وإيجاد مجموعة الحل للمتباينات الاعتيادية وتمثيل الحل على مستقيم الاعداد والتعرف الى القيمة المطلقة وحل معادلات تحتوي على القيمة المطلقة ، وسوف يطور الطلاب معرفتهم بالأعداد فيتعلمون في هذا الفصل كيفية تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد حقيقية باستعمال ترتيب العمليات عليها ، وكذلك تبسيط جملة عددية باستعمال الحاسبة والتقريب ، التعرف الى التطبيقات وانواعها وتركيبها وكيفية تمثيلها بمخطط سهمي وفي المستوى الاحداثي ، التعرف الى المتتابعة والمتابعة الحسابية وخواصها ، وحل المتباينات التي تحتوي ادواة الربط (و) ، (أو) وتمثيل الحل على مستقيم الاعداد ، وكذلك حل المتباينات التي تحتوي على القيمة المطلقة ، واخيرا استعمال استراتيجياتية افهم المسألة في حل مسائل حياتية .

الترابط الرأسي

المفردات

- **الأعداد الحقيقية** : هي مجموعة اتحاد الاعداد النسبية والاعداد غير النسبية .
- **تنسيب المقام** : جعل مقام الكسر عدداً صحيحاً .
- **التطبيق** : هو علاقة من المجموعة X الى Y ، بحيث ان كل عنصر من عناصر المجال يقترن بعنصر واحد فقط من عناصر المجال المقابل ضمن قاعدة الأقران
- **المتتابعة الحسابية** : هي المتتابعة التي يكون فيها الفرق بين كل حدين متتاليين عدداً ثابتاً ويسمى اساس المتتابعة .
- **المتباينة المركبة** : هي المتباينة التي تحتوي على أداة الربط (و) أو أداة الربط (أو) .

الدروس التي تعلّمها سابقاً

- مفهوم الاعداد النسبية الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الاعداد .
- خصائص الاعداد الحقيقية .
- تقدير الجذور التربيعية .
- تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية .
- تطبيقات على نظرية فيثاغورس .
- المستوى الاحداثي .
- خطة حل المسألة (افهم المسألة)

الدروس التي سيتعلّمها في هذا الفصل

- ترتيب العمليات في الاعداد الحقيقية
- التطبيقات وتركيب التطبيقات .
- المتتابعة والمتابعة الحسابية وخواصها .
- المتباينات المركبة التي تحتوي على (و) ، (أو) .
- متباينات التي تحتوي على القيمة المطلقة .
- خطة حل المسألة (افهم المسألة) .

التمهيد للفصل

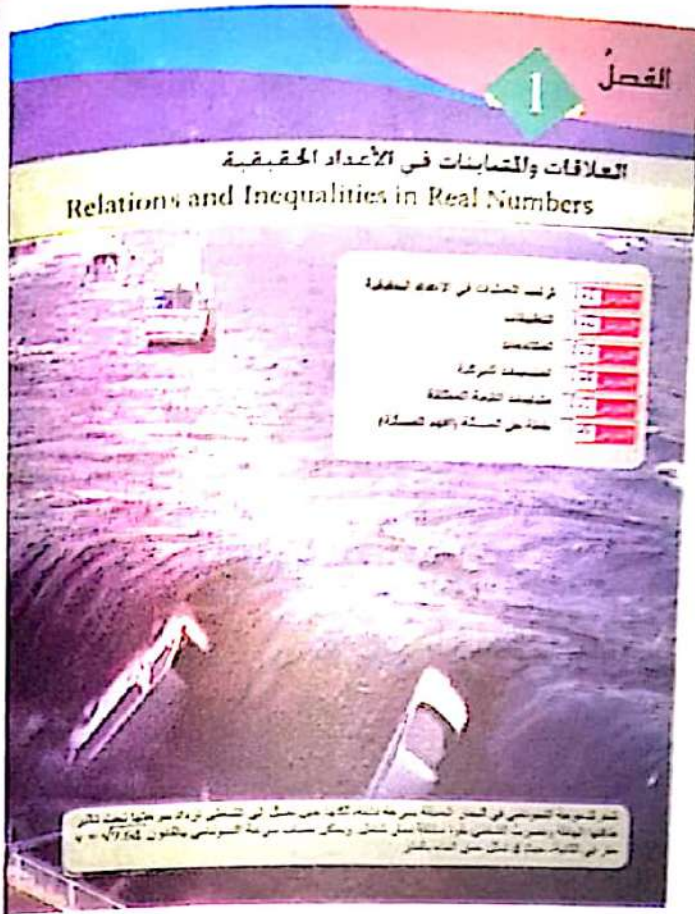
- وجه الطلاب الى صفحة الفصل في كتاب الطالب ثم اطلب اليهم ملاحظة الصورة وناقشهم في المعلومة المعطاة : تتحرك موجة التسونامي في البحار العميقة بسرعة فتتقه ، لكنها حين تصل الى الشاطئ تزداد سرعتها تحت تأثير طاقتها الهائلة وتضرب الشاطئ بقوة مخلفة دماراً شاملاً ويمكن حساب سرعة التسونامي بالقانون $v = \sqrt{9.6d}$ متر في الثانية، حيث d تمثل عمق الماء بالمتر .

امسك الطلاب : اية عملية نجريها اولاً ؟ إيجاد قيمة الجذر .
- حل نكتب القيمة تقريبية ام المضبوطة ؟ التقريبية .

$$v = \sqrt{9.6 \times 1000} = \sqrt{9600} = 98 \text{ m/sec}$$

ما السبب في تقريب الناتج الى اقرب عدد صحيح ؟
استمع لإجابات بعض الطلاب ووجههم إلى ملاحظة عدد المراتب بعد الفارزة (الاعشار) لاخذها بنظر الاعتبار عند كتابة الناتج .

بين للطلاب بانهم سوف سيدرسون في هذا الفصل : تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد حقيقية باستعمال تركيب العمليات عليها ، وكذلك تبسيط جملة عددية باستعمال الحاسبة والتقريب ، التعرف الى التطبيقات وانواعها وتركيبها وكيفية تمثيلها بمخطط سهمي وفي المستوى الاحداثي ، التعرف الى المتتابعة والمتابعة الحسابية وخواصها ، وحل المتباينات التي تحتوي ادوة الربط (و) ، (أو) وتمثيل الحل على مستقيم الاعداد.



مطويات : منظم أفكار

عمل مطوية ثلاثية :

- 1 - قم بطي ورقة قياسها 8.5×11 " إلى ثلاثة أقسام متساوية
- 2 - استخدم هذا الكتاب كما هو أو قطعهُ إلى أشكال.

استعمل المطوية

يكتب عنوان الفصل على صفحة الغلاف ، ثم عناوين الدروس على الحية الخارجية لكل صفحة ، وكل صفحة داخلية تقسم الى ثلاثة اقسام . القسم الأول يكتب فيه فكرة الدرس والمفردات ، والقسم الثاني كتابة مفاهيم الدرس والقسم الثالث أمثلة .

التقويم التشخيصي:

- استعمل الاختبار القبلي للتحقق من امتلاك الطلاب المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذا الفصل وهي : الأعداد الحقيقية والمفاهيم والخصائص والمهارات المتعلقة بها والمقارنة بينها وترتيبها وجمع أو طرح عددين حقيقيين وضرب أو قسمة عددين حقيقيين ، تقدير الجذور التربيعية ، وتبسيط جمل عددية تحتوي على جذور وإيجاد مجموعة الحل للمتباينات الاعتيادية وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد والتعرف على القيمة المطلقة وحل معادلات تحتوي على القيمة المطلقة. تشير الأخطاء التي قد يقع فيها الطلاب إلى جوانب الضعف في إجاباتهم ، مما يستوجب من المدرسين وضع خطط تدريس بديلة وتنويعها ، لمعالجة الأخطاء.

المعالجة:

- عالج احتياجات الطلاب بشكل فردي قبل البدء بتدريس الفصل وذلك بالاعتماد على نتائج الاختبار القبلي، ويمكنك معالجة الخلل لدى الطلاب بالاستعانة بالجدول التالي والذي يقترح معالجة مناسبة لكل مجموعة من الأسئلة تحتوي الفكرة نفسها .

Pretest الاختبار القبلي

ملك عدد من حيث لونه عددا نسبيا او غير نسبي:

1. $\sqrt{25}$ 2. $\sqrt{7}$ 3. $\frac{0}{\sqrt{5}}$ 4. $\sqrt{\frac{16}{25}}$

5. $\sqrt{\frac{49}{8}}$ 6. $\frac{20}{4}$ 7. $-6\frac{3}{2}$ 8. $-\sqrt{8}$

اثر الجذور التربيعية التبادلية بالتقريب القريب بغير ثم مكثها على مستقيم الأعداد:

9. $\sqrt{5} = \dots$ 10. $\sqrt{5} = \dots$ 11. $\sqrt{25} = \dots$ 12. $\sqrt{\frac{81}{16}} = \dots$

اثر من الأعداد الحقيقية مستعملا الرموز ($>$, $<$, $=$):

13. $1.25 \dots \sqrt{1.25}$ 14. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \dots \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$

15. $\sqrt{7} \cdot 2.25 \cdot \sqrt{5}$ رتب الأعداد من الأصغر إلى الأكبر :
16. رتب الأعداد من الأكبر إلى الأصغر : -3.31 ، $-\frac{3}{5}$ ، $-\frac{2}{3}$

من المتباينات التالية في R واستعمل خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

17. $3x + \frac{2}{3} \geq 4x - \frac{2}{3}$ 18. $\frac{2}{3} > 2 - \frac{9}{14}$ 19. $\frac{2}{3} > \frac{2}{3}$

20. $\frac{4}{11} < \frac{9}{22}$ 21. $6(x-3) > 5(2+1)$ 22. $4 + (\frac{1}{2}v + \frac{3}{8}) > 0$

بسط الجمل العددية التالية باستعمل ترتيب المتباينات على الأعداد الحقيقية:

23. $\sqrt{2}(1-\sqrt{18}) = \dots$ 24. $3\sqrt{12} - 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \dots$

25. $\frac{\sqrt{7} \cdot 8\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \dots$ 26. $\frac{6\sqrt{44}}{\sqrt{5}} - \frac{18\sqrt{11}}{\sqrt{5}}$

5

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-8	لايستطيع بعض الطلبة من تحديد العدد كونه نسبيا او غير نسبي إلا باستعمال الحاسبة .	مراجعة موضوع الأعداد النسبية وغير النسبية الى الطلاب .
9 - 12	يخطئ بعض الطلاب عند تقدير قيمة الجذر باستعمال التقريب أو تمثيل القيمة التقديرية على مستقيم الأعداد.	تذكير الطلاب بموضوع استعمال التقريب لتقدير قيمة الجذر وكيفية تمثيلها على مستقيم الأعداد.
13 - 16	يحصى بعض الطلاب عند المقارنة بين الأعداد الحقيقية وخاصة في حالة وجود اعداد غير نسبية.	تذكير الطلاب بضرورة ايجاد القيم للأعداد غير النسبية ثم مقارنتها.
17 - 18	لايستطيع بعض الطلاب ترتيب الأعداد ، بسبب وجود الجذور.	تذكير الطلاب بإيجاد قيمة الجذور اولاً ثم ترتيبها .
19 - 24	لايتمكن بعض الطلاب من حل المتباينات .	وضح للطلاب كيفية حل المتباينة باستعمال الخواص .
25 - 28	لايستطيع بعض الطلاب تبسيط الجمل العددية باستعمال ترتيب الأعداد .	ذكرهم بموضوع تبسيط الجمل العددية باستعمال خواص الأعداد الحقيقية

نتائج التعلم
تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد حقيقية باستعمال ترتيب العمليات
حسبة يدوية، ورقة عمل فيها الجمل العددية
تلقية:
1) $\frac{1}{3}(-63 \div +|-7|) + 2 = \dots$
2) $\sqrt{12} - \sqrt{18} - \sqrt{3} + 5\sqrt{2} = \dots$
3) $\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{27}) = \dots$

المواد والوسائل

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
- هيبه الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة واعطي كل مجموعة قطع العد وورقة العمل المعدة مسبقاً.
- اطلب من المجموعات ايجاد قيمة الجمل العددية باستعمال ترتيب العمليات على الاعداد التي درسوها سابقاً.
- اسال الطلاب: ماهو ترتيب العمليات في الجملة الاولى؟ ايجاد القيمة المطلقة، ثم ناتج القوس، الضرب ثم الجمع.
ما ترتيب العمليات في الجملة الثانية؟ كتابة الجذور باسبسط شكل، جمع وطرح الجذور المتشابهة.
ما ترتيب العمليات في الجملة الثالثة؟ تبسيط الجذر، ايجاد ناتج القوس ثم الضرب او استعمال خاصية التوزيع.

1) $\frac{1}{3} \times (63 \div 7) + 2 = \frac{1}{3} \times 9 + 2 = 5$

2) $2\sqrt{3} - \sqrt{18} - \sqrt{3} + 5\sqrt{2} = \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

3) $\sqrt{3} \times \sqrt{3} - \sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 3 - 9 = -6$

قم بتسجيل نتائج المجموعات و اعلان الفائز منها.
اكتب على السبورة الجملة الكسرية التالية:

1) $\frac{1}{3} \times \sqrt{\frac{9}{2}} \div \frac{1}{\sqrt{8}} = \dots$

- هل يمكن ايجاد قيمة الجملة العددية بنفس الاسلوب السابق باستعمال ترتيب العمليات؟
- استمع الى اجاباتهم وقل لهم أنهم سيدرسون في هذا الدرس تبسيط جمل عددية باستعمال ترتيب العمليات.

2 شرح وتفسير

تعلم: وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب انيهم قراءة المعلومة المعطاة و هينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

- اسال الطلاب: ما فائدة وضع العمليات التي لها اولوية بين الاقواس؟ لتسهيل عملية الحل.
- حدد المثال (4) لتبين للطلاب كيفية الضرب بالعامل المنسب (المرافق) لجعل المقام كمية نسبية.
- قم بالأمثلة (5,6) لتبين للطلاب كيفية استعمال الحاسبة لتبسيط جملة عددية بالتقريب لاقر ب عشر.

الدرس [1-1]
ترتيب العمليات في الاعداد الحقيقية
Ordering Operations in Real Numbers

مادة الفرة الدرس
تتبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد حقيقية
حسبة يدوية، ورقة عمل فيها الجمل العددية
تلقية:
1) $\frac{1}{3}(-63 \div +|-7|) + 2 = \dots$
2) $\sqrt{12} - \sqrt{18} - \sqrt{3} + 5\sqrt{2} = \dots$
3) $\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{27}) = \dots$

1-1-1 استعمال ترتيب العمليات لتبسيط الجمل العددية
تعرف سابقاً الى الاعداد الطبيعية والكسرية والاصحاح والنسبية والطفرة، ويمكن امر اعدادها بالترتيب بالتسلسل الاتي: $N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$ ، وكذلك نعلم كيفية تبسيط جمل حاسبة باستعمال ترتيب العمليات على هذه الاعداد، وسوف نزيد مهارتك في تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد حقيقية مختلفة فيها جذور حقيقية وجذور مركبة وكذلك كسر تنوي على جذور بتطبيق القواعد عليها مع استعمال ترتيب العمليات على الاعداد الحقيقية وكذلك استعمال ترتيب العمليات لتبسيط الجمل العددية وذلك من خلال ضرب مقام الكسر بالمثل المناسب (المرافق) والعدد $2 - \sqrt{3}$ هو العنصر المنسب (المرافق) للعدد $2 + \sqrt{3}$ لأن حاصل ضربيهما عدد نسبي.

مثال (1) حدد سرعة التورنسي التوربية اذا كان كل جمله 1000 متر
الحل: $v = \sqrt{9.6d}$
من سرعة التورنسي التوربية: $v = \sqrt{9.6 \times 1000} = \sqrt{9600} = 98 \text{ m/sec}$

مثال (2) تبسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الاعداد الحقيقية:
a) $(\sqrt{12} - \sqrt{18})(\sqrt{12} + \sqrt{18}) = (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$
 $= 2\sqrt{3}(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) - 3\sqrt{2}(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) = 12 + 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6} - 18 = -6$
b) $(\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{3}{2}})(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2}}) = (\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}})(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}) = \frac{2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2} - 6\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$

مثال (3) تبسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الاعداد الحقيقية وكتب الناتج اقرب عشري:
a) $\sqrt{12}(\sqrt{3} - \sqrt{5}) - 6 - 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) + 6 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} - 6$
 $= 6\sqrt{3} - 2\sqrt{15} - 6 - 4\sqrt{6} - 6 - 4\sqrt{6} - 6 - 4\sqrt{6} - 6 = -4\sqrt{6} - 2\sqrt{15} - 18$
b) $(-27)^{\frac{1}{3}}(\frac{1}{3}\sqrt{7} - \frac{1}{3}\sqrt{28}) - \sqrt{27}(\frac{1}{3}\sqrt{7} - \frac{2}{3}\sqrt{7}) = -3(\frac{1}{3}\sqrt{7} - \frac{2}{3}\sqrt{7}) - 3(\frac{1}{3}\sqrt{7} - \frac{2}{3}\sqrt{7})$
 $= -\frac{1}{3}\sqrt{7} + \frac{2}{3}\sqrt{7} - \frac{1}{3}\sqrt{7} + \frac{2}{3}\sqrt{7} = 0.9$

إعادة التعليم

لتبسيط جملة عددية تحتوي على جذور، نكتب الجذور باسبسط صورة ثم نستعمل ترتيب العمليات على الاعداد لتبسيطها:
مثال (1) بسط الجملة العددية الآتية:
 $\sqrt{50}(\sqrt{2} - \sqrt{8}) - 8$
 $5\sqrt{2}(-\sqrt{2}) - 8$
 $-10 - 8 = -18$
وفي حالة الجملة العددية الكسرية، فاننا نستعمل العامل المنسب (مرافق العدد) لجعل مقام الكسر عدداً نسبياً:
مثال (2) بسط الجملة العددية الآتية:
 $(\sqrt{\frac{27}{125}} - \frac{\sqrt{2}}{5}) \div (\frac{3\sqrt{5} - \sqrt{10}}{\sqrt{5}})$
 $= \frac{3 - \sqrt{2}}{5} \div \frac{\sqrt{5}(3\sqrt{5} - \sqrt{10})}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3 - \sqrt{2}}{5} \times \frac{5}{5(3 - \sqrt{2})} = \frac{1}{5}$
تدريبات: بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات والعامل المنسب:
1) $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5}) = 7 - 5 = 2$
2) $(\sqrt{16} - \sqrt{49})^2 = 16 - 56 + 49 = 9$
3) $\frac{1 - \sqrt{3}}{7\sqrt{3}} = \frac{1 - \sqrt{3}}{7\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} - 3}{21}$

أمثلة إضافية: قدم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً للأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

استعمل ترتيب العمليات لتكتب المقادير التالية بأبسط صورة:

- 1) $\sqrt{18}(\sqrt{2} - \sqrt{8}) + 6 = 0$
- 2) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$
- 3) $3^{\frac{5}{4}} \times 3 \times 3^{\frac{-2}{4}} = 3^{\frac{5+4-2}{4}} = 3^{\frac{7}{4}}$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (5-8) يتطلب الحل كتابة قيمة الجذر مقربا الى مرتبة عشرية واحدة .

- الأسئلة (10,11) يتطلب الحل استعمال الملاحظة في المثال (3) لايجاد قيمة الجذر مقربا لاقرّب مرتبتين عشريتين.

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2,3,5,7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب بترتيب العمليات عند تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد نسبية ، فنكرهم بأولوية العمليات كما وردت في الكتاب .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات : اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرّب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

- سؤال (16) لايتطلب الحل ايجاد قيمة الجذور وكتابتها باستعمال التقريب الى الاشار

تدرّب وحلّ مسائل حياتية : اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- الأسئلة (19-21) يتطلب حلها أولاً كتابة جملة عددية ثم تبسيط الجملة العددية لذا قم بتوضيح المسألة بشكل واف للطلبة الى أن يتوصلوا لكتابة الجملة العددية التي تمثل المسألة، ثم اطلب اليهم حلها .

مثال (4) تبسيط الجمل العددية التالية باستعمال تسبب المقام وترتيب العمليات على الأعداد العشرية:

$$i) \frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{5}} - \frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \cdot 1 = \frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(7\sqrt{5})}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{7 \cdot 5}{5} = 7$$

التدريب بالمرافق:

$$ii) \frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3}\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3}\sqrt{7}} \cdot \frac{2\sqrt{3}\sqrt{7}}{2\sqrt{3}\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{7}(2\sqrt{3}\sqrt{7})}{(2\sqrt{3}\sqrt{7})(2\sqrt{3}\sqrt{7})} = \frac{6\sqrt{7} \cdot 7\sqrt{3}}{12 \cdot 7} = \frac{6\sqrt{7} \cdot 7\sqrt{3}}{84}$$

التقريب الى مخرج

11.1.2 استعمال الحاسبة والتقريب لتبسيط جمل عددية Using calculator and approximation to simplify the numerical sentences

تتطلب أسئلة كيفية تبسيط جمل عددية تحتوي على فون (أس) مسألة مسجحة لتحدد وصورة عملية لتحدد باستخدام الحاسبة، وأن سوف تزيده مهاراتك بتبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد مرفوعة الى فون (أس) نسبة اربعة الى الأعداد المسجحة مستعملاً الحاسبة لكتابة الناتج مقرباً

مثال (5) احسب الأمام لكل مما يلي واكتب الناتج مقرباً الى مرتبتين عشريتين إذا لم يكن عددا صحيحاً:

- i) $9^{\frac{1}{2}} = (3^2)^{\frac{1}{2}} = 3^1 = \frac{3}{1} = \frac{3}{1} = 0.04$
- ii) $(\sqrt{7})^2 = (7^{\frac{1}{2}})^2 = 7$
- iii) $2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} = 1.41$
- iv) $5^2 - 5^{\frac{1}{2}} - 5^{\frac{1}{2}} - 5^{\frac{1}{2}} - \sqrt{5} = 2.24$

استعمل ترتيب العمليات واكتب الناتج مقرباً الى مرتبتين عشريتين مستعملاً الحاسبة لكل مما يلي:

- v) $\frac{1}{2} + 3^2 - 2^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \sqrt{2}^2 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \sqrt{8} = 0.25 + 0.11 - 2.83 = -2.47$
- vi) $8^{\frac{1}{2}} - (-8)^{\frac{1}{2}} + 3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} - \sqrt{8} - 1 + 3^{\frac{1}{2}} - \sqrt{8} - 1 + \sqrt{3}^2 = 2 - 1 + 9 \times 1.73 = 16.57$

مثال (6) استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية لتحدد مقرباً لقرّب مرتبتين عشريتين:

- i) $7.6 \times 10^4 - 0.4135 \times 10^4 = 7.6 \times 10^4 - 4.135 \times 10^4 = 3.465 \times 10^4 = 3.47 \times 10^4$
- ii) $0.052 \times 10^4 + 7.13 \times 10^2 = 5.2 \times 10^2 + 7.13 \times 10^2 = 12.33 \times 10^2 = 1.23 \times 10^3$
- iii) $(7.83 \times 10^{\frac{1}{2}})^2 = (7.83 \times 10^{\frac{1}{2}})(7.83 \times 10^{\frac{1}{2}}) = 61.3089 \times 10^{10} = 6.13 \times 10^9$
- iv) $4.86 \times 10^2 + 0.55 \times 10^2 = (4.86 + 0.55) \times 10^2 \times 10^2 = 8.84 \times 10^3$

تأكد من فهمك

تبسيط الجمل العددية الآتية:

- 1) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \dots$
- 2) $(\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 = \dots$
- 3) $(\sqrt{125} - \sqrt{20})(\frac{1}{\sqrt{25}}) = \dots$
- 4) $\frac{4\sqrt{12}}{5\sqrt{27}} - \frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = \dots$
- 5) $\sqrt{7}(\sqrt{28} - \sqrt{2}) - 5 = \dots$
- 6) $(-125)^{\frac{1}{3}}(\frac{1}{10}\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{12}) = \dots$
- 7) $\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \dots$
- 8) $\frac{1-\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \dots$
- 9) $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} - \frac{10\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} = \dots$
- 10) $(\frac{1}{3})^2 + 3^2 - 3^{\frac{1}{2}} = \dots$
- 11) $27^{\frac{1}{3}} - (-9)^2 + 3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} = \dots$
- 12) $6.43 \times 10^3 - 0.25 \times 10^3 = \dots$
- 13) $(2.23 \times 10^3)^2 = \dots$

الأسئلة (4-4) مشابهة للمثال (2)

تبسيط الجمل العددية التالية واكتب الناتج لقرّب عشره:

الأسئلة (5-6) مشابهة للمثال (3)

تبسيط الجمل العددية التالية باستعمال تسبب المقام وترتيب العمليات على الأعداد:

الأسئلة (7-9) مشابهة للمثال (4)

استعمل ترتيب العمليات واكتب الناتج مقرباً الى مرتبتين عشريتين مستعملاً الحاسبة لكل مما يلي:

الأسئلة (10-11) مشابهة للمثال (5)

استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية لتحدد مقرباً لقرّب مرتبتين عشريتين:

الأسئلة (12-13) مشابهة للمثال (6)

تدرّب وحلّ التمرينات

تبسيط الجمل العددية الآتية:

- 14) $(\sqrt{18} - \sqrt{50})(\frac{-27}{64})^{\frac{1}{3}} = \dots$
- 15) $\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{125}} - \frac{5\sqrt{8}}{\sqrt{25}} = \dots$
- 16) $7\sqrt{\frac{2}{49}} - 3\sqrt{\frac{8}{81}} + \sqrt{\frac{18}{36}} = \dots$
- 17) $\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}} = \dots$
- 18) $\frac{\sqrt{83}-\sqrt{11}}{\sqrt{99}} - \frac{\sqrt{60}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}} = \dots$

تبسيط الجمل العددية التالية باستعمال تسبب المقام وترتيب العمليات على الأعداد:

استعمل الجمل العددية التالية واكتب الناتج لقرّب عشره:

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال الحاسبة اليدوية.
- السؤال (22) يتطلب الحل استعمال قوانين قوى العدد (الأسس) بعد اجراء عملية ضرب القوسين .
اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع إجابتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس . بسط المقادير العددية الآتية :

- $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 = 5 - 2\sqrt{15} + 3 = 8 - 2\sqrt{15}$
- $\frac{3 - \sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \frac{3 - \sqrt{7}}{2\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7} - 7}{14}$

5 توسعة

قدم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل . اطلب إليهم اثبات صحة العبارة الآتية :

$$2) (5^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{2}{3}} + 5^{\frac{1}{3}}2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}) = 3$$

$$L.S = (5^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{2}{3}} + 5^{\frac{1}{3}}2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}})$$

$$= 5 - 2 = 3 = R.S$$

تدرب وحل مسائل حياتية

الافان الاصطناعية: يستعمل الفرض الصناعي بصفة أساسية في الاتصالات مثل تيارات الغاز والمكثفات الهوائية في جميع أنحاء العلم والتكنولوجيا وتنفذ الأعماسر. إذ تنور هذه الأعماسر بسرعات معدنية في مزارع خاصة بها حول الأرض. وتحسب سرعة القمر المدارية بالعلاقة التالية: $v = \sqrt{\frac{4\pi \times 10^{14}}{3}} \text{ m sec}$ نصف قطر المدار (بعد الفرض عن مركز الأرض) ، أما سرعة القمر إذا كان نصف قطر المدار 3000km

مكفحة الحرائق: تحسب سرعة تدفق الماء الذي يضح من سيارات الحريق بالمقانون $h \text{ m} \cdot v = \sqrt{2hg}$ foot sec حيث h تمثل أقصى ارتفاع للماء و g يمثل التعميل الأرضي (32 foot sec²). لإطفاء الحريق في العتبات تحتاج إدارة مكفحة الحرائق في النفاذ المنشي إلى مضخة لتسحق الماء إلى ارتفاع 80 foot. فهل تفي بحياتها مضخة تدفق الماء بسرعة 72 foot/sec ؟
وحدة قياس النظام الفرنسي 1 foot = 30 cm

هنسأ: حد مساحة الثلث الذي يعطى واجهة البيت إذا كان ارتفاعه $\sqrt{18} - \sqrt{3}$ m وطول فاعته $3\sqrt{2} + \sqrt{3}$ m

فكر: تحط: اثبت صحة مايلي: $(7^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{1}{3}})(7^{\frac{2}{3}} + 7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}}) = 2$

اصنع خطأ: كتبت شكر ناتج جمع العددين كالتالي: $8.4 \times 10^{-3} - 0.52 \times 10^{-2} = 1.36 \times 10^{-3}$
خذ خطأ وشكر وصححة.

حس عددي: هل إن العدد $\sqrt{125}$ يقع بين العددين 11.28 و 10.28

اكتب: ناتج الجمع بالتقريب لأقرب عشر: $6^{\frac{1}{2}} + 5^{\frac{1}{2}} \approx \dots$

الإثراء

استعمل ترتيب العمليات لتبسيط الجمل العددية الآتية :

- $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$
 $= 4 \times 3 - 9 \times 2 = 12 - 18 = -6$
- $\sqrt{\frac{49}{18}} \div \sqrt{\frac{7}{2}} + \sqrt[3]{\frac{-16}{27}} \times \sqrt[3]{\frac{9}{2}}$
 $= \frac{7}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{7} + \frac{-2\sqrt{2}}{3} \times \frac{9}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3} - 6 = -\frac{17}{3}$
- اثبت صحة الجمل العددية الآتية :
 $(5^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{2}{3}} + 5^{\frac{1}{3}}3^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{2}{3}}) = 2$
 $L.S = 5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} - 3^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} - 5^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} - 3^{\frac{1}{3}}$
 $= 5^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{1}{3}} = 5 - 3 = 2 = R.S$
- $9.9 \times 10^3 \div 0.11 \times 10^4 = 9$
 $L.S = (9.9 + 0.11) \times 10^{-1} = 90 \times 10^{-1} = 9 = R.S$
- $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} \times \frac{3}{2\sqrt{10} - 7} = 1$
 $L.S = \frac{2 - 2\sqrt{10} + 5}{2 - 5} \times \frac{3}{2\sqrt{10} - 7} = 1 = R.S$

التدرب مع صديق

الدرس [1-1] ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية

Ordering Operations in Real Numbers

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
بسط الجمل العددية التالية باستعمل ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية.

- $(\sqrt{2} + \sqrt{7})(\sqrt{2} + \sqrt{7}) = \dots$ a) $2+9\sqrt{7}$ b) $2+9\sqrt{2}$ c) $9+2\sqrt{14}$ d) $2+9\sqrt{14}$
- $(\sqrt{18} \cdot \sqrt{8})(\sqrt{\frac{27}{125}}) = \dots$ a) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ c) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ d) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
- $\frac{6\sqrt{50}}{3\sqrt{8}} + \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \dots$ a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{2}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ d) $\frac{-\sqrt{2}}{5}$
- $\sqrt{8}(\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}) - 3\sqrt{6} = \dots$ a) $5 \cdot 4\sqrt{6}$ b) $5 + 4\sqrt{6}$ c) $4 - 5\sqrt{6}$ d) $4 + 5\sqrt{6}$
- $(-27)^{\frac{1}{3}}(\frac{1}{6}\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{3}) = \dots$ a) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ d) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

بسط الجمل العددية التالية باستعمل ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية:

- $\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \dots$ a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{1}{5}$ c) 1 d) -1
- $\frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})} \dots$ a) $5 + 6\sqrt{2}$ b) $5 \cdot 6\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{6} - 5$ d) $2\sqrt{6} + 5$

استعمل ترتيب العمليات واكتب الناتج مقرباً إلى مرتبتين عشريتين مستعملاً الحاسبة لكل مما يأتي:

- $(\frac{1}{3})^2 - 3^2 - (5)^{\frac{1}{2}} = \dots$ a) -18.11 b) 18.11 c) 11.18 d) -11.18
- $8^{\frac{1}{2}} - (-7)^2 + \frac{1}{6} \times 4^{\frac{1}{2}} = \dots$ a) -0.16 b) -0.17 c) 0.16 d) 0.17

استعمل الحاسبة لكتابة الناتج بالصورة العلمية لتعدد مقرباً لأقرب مرتبتين عشريتين:

- $(7.46 \times 10^3)^2 = \dots$ a) 5.56×10^7 b) 5.57×10^4 c) 5.56×10^4 d) 5.57×10^5

الدرس 1-2 | التطبيقات

Mappings



فكرة الدرس

- تعريف التطبيق وأبعاده
- كيفية تمثيله بيانياً في المستوى الإحداثي وعرف تركيب التطبيقات
- الطرق
- العلاقة
- الأزواج المرتبة
- الشطب البكراني
- التطبيق
- المجال والمدى المقابل
- المدى
- تركيب التطبيقات

1-2-1 | تطبيق وتمثيله في المستوى الإحداثي

Mapping and its representation in the coordinate plane

تعرفت سابقاً إلى العلاقة من المجموعة X إلى المجموعة Y وهي المجموعة الجزئية (مجموعة من الأزواج المرتبة (x,y)) لا ينتمي للمنطق الأول «الأحداثي الأول» إلى المجموعة X والمنطق الثاني «الأحداثي الثاني» إلى المجموعة Y من حاصل الضرب الديكارتي X × Y الذي يمثل مجموعة كل الأزواج المرتبة، وسوف تعرف على التطبيق $R: X \rightarrow Y$ وكيفية تمثيله بمخطط سهمي وتمثيله بالمستوي (بياني) والتعرف على أنواعه

التطبيق: لتكن R علاقة من المجموعة X إلى المجموعة Y وكل لكل عنصر في X صورة واحدة في Y عندئذ تسمى العلاقة R تطبيق من X إلى Y، ويسمى كل عنصر في Y مرتبطاً بعنصر من X صورة لذلك العنصر، ويسمى مجموعة كل الصور في المجال المقابل للمدى (Range)، ويسمى القاعدة التي تمثل المنسور إلى صورته قاعدة الاقتران (قاعدة التطبيق) ويرمز لها $(x,y) \in R(x)$.

مثال (1) إذا كانت $R: X \rightarrow Y$ تمثل تطبيقاً بقاعدة الاقتران $(y = \frac{1}{2}x)$ من المجموعة $X = \{4,6,8\}$ إلى المجموعة $Y = \{2,3,4,5\}$ ، اكتب التطبيق على شكل مجموعة أزواج مرتبة ثم مثل التطبيق بمخطط سهمي، وحدد المجال والمدى للتطبيق.

يوضح المخطط السهمي علاقة الترابط عناصر المجموعتين

ضمن قاعدة الاقتران $y = \frac{1}{2}x$ أي: $4 \rightarrow 2, 6 \rightarrow 3, 8 \rightarrow 4$

ولذا مجموعة التطبيق $R = \{(4,2), (6,3), (8,4)\}$

المجال: وهو مجموعة الإحداثيات الأولى من الأزواج المرتبة في R وهو المجموعة $\{4,6,8\}$

المدى: وهو مجموعة الإحداثيات الثانية من الأزواج المرتبة في R، وهو المجموعة $\{2,3,4\}$

ملاحظة: المدى هو مجموعة جزئية من المجال المقابل للتطبيق
نلاحظ هنا المدى \neq المجال المقابل

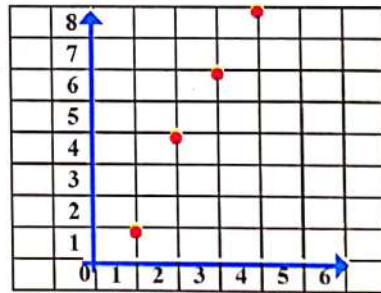
تعرف التطبيق وأنواعه وكيفية تمثيله بيانياً نتاجات التعلم في المستوى الإحداثي وتعرف تركيب التطبيقات

ورقة عمل تتضمن التمرين الآتي:
اكتب الأزواج المرتبة من جدول العلاقة الآتي ثم مثلها في المستوى الإحداثي.

x	1	2	3	4
y	1	4	6	8

1 | تهيئة

- اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
- هيبء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
- اطلب الى المجموعات كتابة مجموعة الأزواج المرتبة لجدول العلاقة المعطاة، ثم تمثيله في المستوى الإحداثي.
- أسأل الطلاب:** ما تمثل قيمة المتغير x في الزوج المرتب؟
- الإحداثي الأول:** ماذا تمثل قيمة المتغير y في الزوج المرتب؟
- الإحداثي الثاني:**



قم بتسجيل نتائج المجموعات و اعلان الفائز منهما.

- أسأل الطلاب: هل يمكن كتابة العلاقة بين x و y من الجدول، وهل يمكن رسم مخطط سهمي لهذه العلاقة؟
- استمع إلى إجاباتهم وقل لهم أنهم سيدرسون في هذا الدرس علاقة تسمى بالتطبيق ورسم مخطط سهمي لها وتمثيلها بالمستوي الإحداثي.

2 | شرح وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

- أسأل الطلاب: لماذا العدد 5 لا ينتمي لمجموعة المدى؟ لأنه ليس صورة لأي عنصر من عناصر x.
- قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية تحديد العلاقة كونها تمثل تطبيقاً وكتابة قاعدة الاقتران لها وتمثيلها في المستوى الإحداثي.

إعادة التعليم

R تطبيق من X الى Y، تسمى المجموعة X بمجال التطبيق والمجموعة Y بالمجال المقابل للتطبيق. وتسمى مجموعة كل الصور في المجال المقابل بالمدى وتسمى القاعدة التي تنقل العنصر الى صورته بقاعدة الاقتران للتطبيق.

مثال(1) اكتب قاعدة الاقتران للتطبيق الآتي واكتب المجال والمدى له:

$f = \{(1,2), (2,4), (3,6), (4,8)\}$

قاعدة الاقتران للتطبيق: $f(x) = 2x$

مجال التطبيق: $\{1, 2, 3, 4\}$ ، مدى التطبيق $\{2, 4, 6, 8\}$

التطبيق $(fog)(x) \equiv f(g(x))$ ويقرأ f تركيب g (بعد g) وهو ناتج إيجاد g(x) أولاً ثم إيجاد صورته في التطبيق f.

مثال(2) ليكن التطبيقان $f: Z \rightarrow Z$ حيث $f(x) = 5x-2$ و $g: Z \rightarrow Z$ حيث $g(x) = x+3$ جد $(fog)(x)$.

$(fog)(x) = f(x+3) = 5(x+3) - 2 = 5x + 13$

تدريبات:

(1) اكتب قاعدة الاقتران للتطبيق الآتي واكتب المجال والمدى له: $f = \{(1,3), (2,5), (3,7), (4,9)\}$

قاعدة الاقتران للتطبيق: $f(x) = 2x+1$

مجال التطبيق: $\{1, 2, 3, 4\}$ ، مدى التطبيق $\{3, 5, 7, 9\}$

(2) ليكن التطبيقان $f: Z \rightarrow Z$ حيث $f(x) = 2x-5$ و $g: Z \rightarrow Z$ حيث $g(x) = x+1$ جد $(gof)(x)$.

$(gof)(x) = g(2x-5) = (2x-5) + 1 = 2x - 4$

قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية ايجاد صورة العنصر في تركيب التطبيقات

امثلة إضافية: قدم الامثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لامثلة الدرس في كتاب الطالب.

(1) اكتب قاعدة الاقتران للتطبيق واكتب المجال والمدى:

$$f = \{(1,4), (2,6), (3,8), (4,10)\}$$

$$f(x) = 2x + 1$$

المجال $\{1, 2, 3, 4\}$ ، المدى $\{4, 6, 8, 10\}$

(2) إذا كان التطبيق $f: N \rightarrow N$ حيث $f(x) = 5x + 2$ بين هل أن التطبيق شامل أم لا؟

$$1 \rightarrow 7, 2 \rightarrow 12, 3 \rightarrow 17, \dots$$

ليس تطبيقاً شاملاً لان المدى \neq المجال المقابل

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

السؤال (5) يتطلب الحل ايجاد على الاقل عنصر واحد في المجال المقابل ليس صورة الى عنصر في المجال .

يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح .

اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1, 4, 6, 7)

من صفحة تمارينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند تمثيل التطبيق في المستوى الاحداثي ، فيصلون بين النقاط بعد تمثيلها بالمستوي، فاكد على الطلاب بان التطبيق يمثل بنقاط فقط ..

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي .

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرّب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

- الاسئلة (8-9) تمثيل التطبيق بالمستوي يكون على شكل نقاط منفصلة .

تدرّب وحلّ مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- السؤال (13) يتطلب الحل أولاً ايجاد الوزن للشهر الاول والثاني والثالث أولاً ، ثم كتابة الأزواج المرتبة .

مثال (2) الجدول التالي يمثل العلاقة بين الوزن (كغم) وسرعة المركب ($f(x) = y$). هل تمثل العلاقة تطبيقاً؟ إذا كانت تطبيقاً فاكتب قاعدة الاقتران وحدد المجال والمدى ومثله بالمستوي.

الوزن كغم X	السرعة بالكلمت Y
1	2
2	4
3	6
4	8

قاعدة الاقتران $y = 2x$
المجال $\{1, 2, 3, 4\}$ ، المدى $\{2, 4, 6, 8\}$

1-2-2 | انواع التطبيقات

The kind of mappings

يكون التطبيق $f: X \rightarrow Y$

(i) **التطبيق شامل** Surjective mapping : إذا كان المدى = المجال المقابل.

(ii) **التطبيق متباين** Injective mapping : $\forall x_1, x_2 \in X; x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

(iii) **التطبيق تقابل** Bijective mapping (Bijection): إذا كان التطبيق شامل ومتباين في آن واحد.

علاقة وليست تطبيق (غير متباين) ، تطبيق تقابل (شامل ومتباين) ، تطبيق متباين (غير شامل) ، تطبيق شامل (غير متباين)

مثال (3) إذا كانت $f: Z \rightarrow Z$ حيث $f(x) = 2x^2 - 3$ بين نوع التطبيق حيث Z مجموعة الأعداد الصحيحة.

أولاً: التطبيق ليس شاملاً لان المدى لا يساوي المجال المقابل.
ثانياً: ليس متبايناً لأن $f(1) = f(-1) = -1$ بينما $-1 \neq 1$.

$f(x) = 2x^2 - 3$, $f(-2) = 5$, $f(-1) = -1$, $f(0) = -3$, $f(1) = -1$, $f(2) = 5$

1-2-3 | تركيب التطبيقات

The composition of mappings

درس طريقة لإيجاد تطبيق جديد من تطبيقين معطيين إذ هما $g(x) = f(x)$ وهي:

(i) **التطبيق** $(fog)(x) = f(g(x))$ ونقرأ f تركيب g (بعد f) وهو نتج إيجاد g أولاً ثم إيجاد صورته في التطبيق f.

(ii) **التطبيق** $(gof)(x) = g(f(x))$ ونقرأ g تركيب f وهو نتج إيجاد f أولاً ثم إيجاد صورته في التطبيق g.

11

مثال (4) إذا كان $f: N \rightarrow N \cdot g(x) = x^2$ و $f: N \rightarrow N \cdot f(x) = 2x + 1$ حدد:

(i) $(fog)(3)$ (ii) $(gof)(3)$ (iii) $(fog)(3) = (gof)(3)$ ماذا تلاحظ؟

حدد $(fog)(3)$: $(fog)(3) = f(g(3)) = f(3^2) = f(9) = 2 \cdot 9 + 1 = 19$

حدد $(gof)(3)$: $(gof)(3) = g(f(3)) = g(2 \cdot 3 + 1) = g(7) = 7^2 = 49$

لاحظ ان $(fog)(3) \neq (gof)(3)$

iii) $(fog)(x) = f(g(x)) = f(x^2) = 2x^2 + 1$
 $2x^2 + 1 = 33 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$ or $x = -4$ يعمل

تأخذ من فهمك

اكتب قاعدة الاقتران للتطبيق ومثله بمخطط سهمي واكتب المجال والمدى له:

الاسئلة (1-2) مشابهة للمثال (1)

اكتب قاعدة الاقتران للتطبيقات التالية ومثله في المستوى الاحداثي واكتب المجال والمدى لها:

الاسئلة (3-4) مشابهة للمثال (2)

1 $f = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5)\}$ 2 $g = \{(1,3), (2,5), (3,7), (4,9)\}$

3 $f = \{(1,0), (2,0), (3,0), (4,0)\}$ 4 $g = \{(0,0), (1,-1), (2,-2), (3,-3)\}$

5 إذا كان التطبيق $f: N \rightarrow N$ إذ أن $f(x) = 3x + 2$ بين هل ان التطبيق شامل أم لا؟

6 ليكن التطبيقان $f: Z \rightarrow Z$ حيث $f(x) = 3x + 1$ و $g: Z \rightarrow Z$ حيث $g(x) = 2x + 5$

7 إذا كانت $f: N \rightarrow N$ حيث $f(x) = 5x + 2$ و $g: N \rightarrow N$ إذ أن $g(x) = x + 3$ اكتب التطبيق fog بكتابة الأزواج المرتبة له.

تدرّب وحلّ التمرينات

14 إذا كان $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{4, 5, 6\}$ و $f: A \rightarrow B$ معرّف كالتالي:

15 إذا كان $f: A \rightarrow B$ حيث $f(x) = x^2$ والمجموعة $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ مثل التطبيق في المستوى الاحداثي وبين هل انه تطبيق متباين أم لا؟

16 ليكن $f: N \rightarrow N$ إذ أن $f(x) = x^2$ و $g: N \rightarrow N$ إذ أن $g(x) = x + 1$ والمطلوب إيجاد:

i) $(fog)(x)$ ii) $(fog)(2)$

12

تدريب وحل مسائل حياتية

11 درجات الحرارة: سجلت درجات الحرارة في أحد أيام الشتاء بالمعلاة التالية $(15, -5), (12, -4), (9, -3), (6, -2)$ إذ يمثل الإحداثي الأول الوقت بالساعة والإحداثي الثاني درجة الحرارة بالدرجات السيليزية. مثل العلاقة بجداول ومثلها بالمستوي الإحداثي، هل تمثل العلاقة تطبيقاً أم ٢٧ متلاً إجابتك.

12 المستوي الإحداثي: الشكل البياني المجاور يمثل التطبيق $f: N \rightarrow N$. اكتب إحداثيات الأزواج المرتبة التي تمثلها نقاط التطبيق في البياني، اكتب قاعدة اقتران التطبيق، هل التطبيق متباين أم ٢٧

13 صحة: العلاقة $W_1 = 2\left(\frac{W_2}{3}\right)$ تمثل وزن الماء في جسم الإنسان، و W_2 تمثل وزن الإنسان. وزن حسان 150kg، استعمل نظام خاص بتناقص الوزن لمدة ثلاثة أشهر فقد من وزنه 6kg في الشهر الأول ثم 12kg في الشهر الثاني، 12kg في الشهر الثالث. اكتب جمع الأزواج المرتبة للعلاقة بين وزن حسان ووزن الماء في جسمه، هل تمثل تطبيقاً أم ٢٧

فكر:

14 تحلل: إذا كان $A = \{1, 2, 3\}$ وكان $f: A \rightarrow A$ و $g: A \rightarrow A$ معرفان كما يلي:
 $g = \{(3, 1), (1, 2), (2, 3)\}$ ، $f = \{(1, 3), (3, 3), (2, 3)\}$
 بين هل $f \circ g = g \circ f$

15 أصغح الخطأ: قال ياسين إن العلاقة $f: Z \rightarrow Z$ حيث $f(x) = x^2$ تمثل تطبيقاً متبايناً. حدد خطأ ياسين ووضحه.

16 حن عددي: حدد ما إذا كانت كل علاقة $f: X \rightarrow Y$ التي تمثل تطبيقاً أم ٢٧ فسر ذلك.

x	1	2	3	4	5
y	3	5	7	9	11

اكتب: قيمة x إذا كان $f: N \rightarrow N$ يمثل تطبيقاً حيث $f(x) = 4x - 3$ وأن $(f \circ f)(x) = 33$

13

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال الحاسبة اليدوية.

اكتب : اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع إجابتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

إذا كان التطبيق $f: Z \rightarrow Z$ معرفة كما يأتي :

$f(x) = 2x + 1$. بين هل أن التطبيق تقبل أم لا؟

التطبيق متباين ولكن ليس شاملاً ، لأن مدى التطبيق لا يساوي مجموعة الأعداد الصحيحة

5 توسعة

قدم تدريبات اثرانية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل. اطلب إليهم حل السؤال الآتي :

ليكن التطبيق $f: Z \rightarrow Z$ حيث $f(x) = 5x - 2$ ، إذا كان $(f \circ f)(x) = 13$ فجد قيمة x

$(f \circ f)(x) = f(5x - 2) = 5(5x - 2) - 2 = 25x - 12$
 $(f \circ f)(x) = 13 \Rightarrow 25x - 12 = 13 \Rightarrow x = 1$

الإثراء

1) إذا كانت $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، وكان $f: B \rightarrow N$ تطبيقاً معرفاً كالآتي:

$f = \{(1, 5), (2, 9), (3, 13), (4, 17), (5, 21)\}$
 هل أن التطبيق تقابل أم لا ؟ فسر ذلك.

التطبيق غير متقابل لأنه غير شامل ، لأن مجموعة مدى التطبيق $\{5, 9, 13, 17, 21\}$ لا تساوي المجال المقابل (N)

2) إذا كانت قاعدة التطبيق $f: R \rightarrow R$ هي $f(x) = 8x - 4$ وقاعدة التطبيق $g: R \rightarrow R$ هي $g(x) = \frac{1}{2}x + 2$. فجد قيمة x إذا علمت أن $(f \circ g)(x) = 12$

$(f \circ g)(x) = 12 \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}x + 2\right) = 12$
 $= 8\left(\frac{1}{2}x + 2\right) - 4 = 12 \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0$

3) ليكن $f: R \rightarrow R$ حيث $f(x) = 4x^2$ ، ليكن $g: R^+ \rightarrow R$ حيث $g(x) = \sqrt{x}$. والمطلوب إيجاد :

i) $(g \circ f)(x)$ ، ii) $(f \circ g)(9)$ ، $(g \circ f)(9)$

i) $(g \circ f)(x) = g(4x^2) = \sqrt{4x^2} = 2|x|$
 $(f \circ g)(x) = f(\sqrt{x}) = 4(\sqrt{x})^2 = 4x$

ii) $(g \circ f)(9) = 2(9) = 18$
 $(f \circ g)(9) = 4(9) = 36$

الاستاتي
DERASATY
www.derasaty.net

الدرس [1-2] التطبيقات

Multiple Choice

Mappings

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1) إذا كان التطبيق $f: A \rightarrow B$ معرف كالتالي $f(x) = x + 1$:
 $A = \{1, 3, 5\}$ ، $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ، فإن مدى التطبيق هو:
 a) $\{2, 4, 8\}$ b) $\{4, 6, 8\}$
 c) $\{2, 4, 6\}$ d) $\{2, 6, 8\}$

2) إذا كانت $A = \{1, 2, -2, -3\}$ ، Z ، وكان $g: A \rightarrow Z$ ، فإن مدى التطبيق إذا كان $g(x) = 5x - 3$ هو:
 a) $\{2, 9, 13, 18\}$ b) $\{2, 7, -13, -18\}$
 c) $\{9, 13, 18, 21\}$ d) $\{7, 13, 15, 18\}$

3) إذا كانت $f: Z \rightarrow R$ ، $f(x) = 3x - 2$ ، فإن الحد 10 هو مسورة للعدد:
 a) 5 b) 4 c) 3 d) 2

4) ليكن $f: A \rightarrow B$ ، $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ، $B = \{4, 6, 8\}$ ، $f(x) = 2x$ ، فإن f يمثل تطبيقاً شاملاً لأن:
 a) المدى = المجال المقابل b) f تطبيق غير متباين
 c) المدى هو مجموعة A d) المدى = المجال المقابل

5) إذا كانت $f: Z \rightarrow Z$ ، $f(x) = 2x - 3$ ، $g: Z \rightarrow Z$ ، $g(x) = x + 1$ ، فإن التطبيق $(g \circ f)(x)$ هو:
 a) $2x - 2$ b) $2x - 4$ c) $2x + 2$ d) $2x + 4$

6) ليكن $f: N \rightarrow N$ ، $f(x) = 3x - 1$ ، $g: N \rightarrow N$ ، $g(x) = x + 1$ ، فإن مدى $(g \circ f)(x)$ هو المجموعة:
 a) $\{5, 8, 14\}$ b) $\{5, 6, 9\}$
 c) $\{6, 12, 15\}$ d) $\{6, 9, 15\}$

7) إذا كان التطبيق $f: Q \rightarrow Q$ ، $f(x) = 4x + 1$ ، $g: Q \rightarrow Q$ ، $g(x) = \frac{1}{3}x^2 - 1$ ، فإن قيمة $(f \circ g)(x) = 45$ هي:
 a) ± 5 b) ± 6 c) ± 7 d) ± 8

98

The Sequences

الدرس 1-3 المتتابعات



يعمل بنسار في الرسم خمسة أيام في الأسبوع ويبيع لوحة فنية كل ثلاثة أيام. نظم جدولاً يربط بين عدد الأيام وعدد اللوحات التي رسمها بنسار إذا عمل 4 أسابيع في الرسم. اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطاً؟ هل يمثل متتالية؟

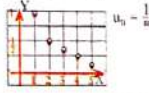
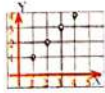
- فقرة الدرس
- التعرف على المتتابعة
- والمتتابعة الحسابية وخواصها
- المفردات
- المتتابعة
- والمتتابعة الحسابية
- الحد العام
- المتتابعة الثانية
- أساس المتتابعة

The sequence and function

تعرفت سابقاً إلى الدالة وكيفية تحديد مجالها ومدنها والآن سوف نتعرف على المتتابعة كدالة وكيفية التعبير عنها وكيفية حلها وكما يأتي: إن المتتابعة $f: N \rightarrow R$ (Sequence) هي دالة تمثلها مجموعة الأزواج المرتبة $\{(1, f(1)), (2, f(2)), (3, f(3)), \dots, (n, f(n)), \dots\}$ إن المسقط الأولي هي مجموعة الأعداد الطبيعية (متتابعة غير منتهية infinite sequence ويرمز لها $\{f(n)\}_{n=1}^{\infty}$ أو $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$) أو مجموعة حرة منها (متتابعة منتهية finite sequence ويرمز لها $\{f(n)\}_{n=1}^m$ أو $\{u_n\}_{n=1}^m$). ولذا أكتفي بكتابة المسقط الثاني (الصور) $u_n = f(n), (f(1)), (f(2)), (f(3)), \dots, (f(n)), \dots$ ويمثل العام للمتتابعة وأن $u_n = f(n)$ والمتتالية تكتب $\{u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots\}$ أو $\{u_n\}$.

مثال (1) نظم جدولاً يربط بين عدد الأيام وعدد اللوحات. اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول هل يمثل الجدول نمطاً؟ هل يمثل متتالية؟
الأزواج المرتبة $\{(1,3), (2,6), (3,9), (4,12), (5,15), (6,18)\}$
نعد بمتتالٍ لنمط والعلاقة تمثل الأعداد $u_n = 3n, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ وتكتب بالنمط الآتي: $\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
 $u_n = \{3n\}$

مثال (2) اكتب الأزواج المرتبة الخمسة الأولى للمتتابعة $\{u_n\}$ ومثلها في المستوي الإحداثي:
i) $u_n = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
ii) $u_n = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\}$
 $\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5)\}$ $\{(1,1), (2, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{3}), (4, \frac{1}{4}), (5, \frac{1}{5})\}$



إعادة التعليم

المتتابعة $f: N \rightarrow R$ هي دالة تمثلها مجموعة الأزواج المرتبة المساقط الأولى مجموعة الأعداد الطبيعية لذا تم الاكتفاء بكتابة المساقط الثانية

$\{(f(1)), (f(2)), \dots, (f(n)), \dots\}$
ويسمى $u_n = f(n)$ بالحد العام للمتتالية وأن $u_n = f(n)$ والمتتالية تكتب $\{u_1, u_2, u_3, u_4, \dots, u_n, \dots\}$.
مثال (1) اكتب الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة $\{3n-1\}$
 $u_1 = 3 \times 1 - 1 = 2, u_2 = 3 \times 2 - 1 = 5, \dots$

الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة $\{2, 5, 8, 11, 14\}$
المتتابعة الحسابية هي المتتابعة التي يكون فيها الفرق بين كل حدين متتالين عدداً ثابتاً ويسمى أساس المتتابعة ويرمز له $d = u_{n+1} - u_n$ وقانون الحد العام للمتتابعة الحسابية هو $u_n = a + (n-1)d$ حيث $n \in N$.

مثال (2) اكتب الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة الحسابية التي الحد الأول فيها 4 وأساسها -5: $\{4, -1, -6, -11, -16, \dots\}$
تدريبات:

(1) اكتب الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة $\{n^2-3\}$
 $u_1 = 1-3 = -2, u_2 = 4-3 = 1, u_3 = 9-3 = 6, \dots$
الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة $\{-2, 1, 6, 13, 22\}$
(2) اكتب الحد الثاني عشر للمتتابعة الحسابية التي الحد الأول فيها 9 وأساسها 4.

$u_n = a + (n-1)d \Rightarrow u_{12} = -4 + 11(-9) = -103$

نتائج التعلّم

التعرف على المتتابعة والمتتابعة الحسابية وخواصها.

ورقة عمل فيها التمرينات الآتية:

(1) إذا كانت $A = \{1, 2, 3\}$ ، $B = \{1, 4, 8, 12, 18\}$ وأن $f: A \rightarrow B$ وقاعدة الاقتران للدالة $f(x) = 2x^2$ اكتب مجموعة الأزواج المرتبة للدالة.

(2) اكتب قاعدة الاقتران للدالة واكتب المجال والمدى لها $f = \{(2,7), (3,10), (4,13), (5,16)\}$

تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هييء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة قطع العد وورقة العمل المعدة مسبقاً.
- اطلب من المجموعات حل التمرينات باستعمال المفاهيم التي درسوها سابقاً.
- اسأل الطلاب:

- ما الصورة العدد 1 ؟ 2 ؟ العدد 2 ؟ 8 ، العدد 3 ؟ 12
- $f = \{(1, 2), (2, 8), (3, 18)\}$
- ما العلاقة بين العدد 2 والعدد 7 في الزوج المرتب ؟
- $7 = 3 \times 2 + 1$
- $f(x) = 2x + 1$

قم بتسجيل نتائج المجموعات و اعلان الفائز منها.

- اسأل الطلاب:

هل يمكن كتابة صورة العدد 6 في التمرين (2) ؟

استمع إلى إجاباتهم وقل لهم أنهم سيتعرفون في هذا الدرس على المتتابعة والمتتابعة الحسابية وخواصها.

شرح وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

- اسأل الطلاب: هل العلاقة بين الاحداثي الاول والاحداثي الثاني في الزوج المرتب الاول (1,3) هي نفسها في الزوج المرتب الثاني والثالث...؟ نعم العلاقة هي نفسها وتمثل الاحداثي الاول ثلاثة امثال الاحداثي الثاني.
- قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية كتابة الحدود الخمسة الاولى من المتتابعة وكيفية تمثيلها في المستوي الاحداثي.
- قدم المثال (3,4) لتبين للطلاب كيفية كتابة حدود المتتابعة الحسابية بمعرفة اساسها واحد حدودها.

امثلة اضافية : قدم الامثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لامثلة الدرس في كتاب الطالب.
اكتب الحدود الخمسة الاولى لكل من المتتابعات التالية:

- 1) $\{3n - 1\} = \{2, 5, 8, 11, 14\}$,
- 2) $\{(-1)^{3n}\} = \{-1, 1, -1, 1, -1\}$
- 3) $\left\{\frac{n}{5}\right\} = \left\{\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1\right\}$
- 4) $\{n^2 + 1\} = \{2, 5, 10, 17, 26\}$

تأكد من فهمك : اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .
الأسئلة (7-8) يتطلب الحل ايجاد الحد الأول من المتتابعة باستعمال الحد المعطى و اساس المتتابعة.
السؤال (10) يتطلب السؤال ايجاد اساس المتتابعة اولاً .
يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح .
اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2,5,6,8) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند ايجاد حدود المتتابعة بين حدين معينين (مثلاً $u_8 - u_{12}$) فيكتبون خمسة حدود ، فذكر الطلاب بأن الحدين الثامن والثاني عشر غير مطلوب ايجادهما .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات و قدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

- الاسئلة (22-24) يتطلب الحل معرفة اساس المتتابعة لتحديد نوعها فإذا كان اساس المتابعة اكبر من صفر فالمتتابعة متزايدة ، وإذا كان اساسها اقل من صفر فالمتتابعة متناقصة ، إما اذا كان يساوي صفراً فالمتتابعة ثابتة .
تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- الاسئلة (28-29) يتطلب الحل أولاً كتابة الأزواج المرتبة ثم ايجاد العلاقة بين الاحداثي الاول والثاني في كل زوج ومقارنتها.

1-3-2 المتتابعة الحسابية

Arithmetic sequence

(i) المتتابعة الحسابية هي المتتابعة التي يكون فيها الفارق بين كل حد من الحدود الذي يليه متساوية عدداً ثابتاً ويسمى اساس المتتابعة (الفارق المشترك Common Difference) ويرمز له بـ $d = u_{n+1} - u_n$ ويمكن كتابة المتتابعة بمعرفه هذا الحد الأول $u_1 = a$ واساسها d وفان الحد العام للمتتابعة الحسابية هو $u_n = a + (n-1)d$ حيث $n \in \mathbb{N}$
ويمكن تحديد نوع المتتابعة مسورة عامة كما يلي:
(i) المتتابعة المتزايدة وفيها $d > 0$ مثال $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$
(ii) المتتابعة المتناقصة وفيها $d < 0$ مثال $\{4, 2, 0, -2, -4, \dots\}$
(iii) المتتابعة الثابتة وفيها $d = 0$ مثال $\{5, 5, 5, 5, 5, \dots\}$

مثال (3) اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الحسابية الآتية:

- (i) متتابعة حسابية الحد الأول فيها 3 واساسها 6.
 $\{3, 9, 15, 21, 27\}$
- (ii) متتابعة حسابية الحد الأول فيها 1 واساسها -3.
 $\{1, -2, -5, -8, -11\}$
- (iii) متتابعة حسابية هذا الحد السابع 36 واساسها 4.
 $u_n = a + (n-1)d \Rightarrow u_7 = a + 6d \Rightarrow 36 = a + 6 \times 4 \Rightarrow a = 12$
 $\{12, 16, 20, 24, 28\}$

مثال (4) اكتب حدود للمتتابعات الآتية:

- (i) متتابعة حسابية هذا الحد الثالث 8 و $d = -3$ جد الحدود بين u_1 و u_{11} .
جد قيمة d و u_1 و u_{11} :
 $u_n = a + (n-1)d \Rightarrow u_3 = a + 2d \Rightarrow 8 = a - 6 \Rightarrow a = 8 + 6 = 14$
جد قيمة الحد 7 والحدود بين u_1 و u_{11} :
 $u_n = a + (n-1)d \Rightarrow u_7 = a + 6d \Rightarrow u_7 = 14 + 6(-3) \Rightarrow u_7 = -4$
- (ii) اكتب الحد العشرين من المتتابعة الحسابية $\{6, 1, -4, -9, \dots\}$ وحدها إذا كانت المتتابعة متناقصة أم متزايدة.
جد u_{20} :
 $d = u_{n+1} - u_n \Rightarrow d = 1 - 6 = -5, a = 6$
 $u_n = a + (n-1)d \Rightarrow u_{20} = 6 + 19(-5) \Rightarrow u_{20} = -89$
بما أن d أصغر من صفر، لذا أن المتتابعة متناقصة.

مثال (5) اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية:

- i) $\{2n - 1\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, ii) $\{(-1)^n\} = \{1, -1, 1, -1, 1, -1\}$
- iii) $\{7\} = \{7, 7, 7, 7, 7\}$, iv) $\left\{\frac{n}{3}\right\} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right\}$
- v) $\{n^2\} = \{1, 4, 9, 16, 25\}$, vi) $\{n^2\} = \{1, 8, 27, 64, 125\}$

تأكد من فهمك

- اكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى للمتتابعة التي هذا العام معطى:
- 1 $u_n = 3n$, 2 $u_n = n - 4$, 3 $u_n = 3n^2$
 - 4 $u_n = \frac{1}{2n}$, 5 $u_n = 3n - 1$

الأسئلة (6-8) مشابهة للمثال (3)
اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الآتية:

- 6 متتابعة حسابية الحد الأول فيها 1 واساسها 5.
- 7 متتابعة حسابية الحد الأول فيها 5 واساسها 2.
- 8 متتابعة حسابية الحد الأول فيها 3 واساسها 4 .

جد الحدود بين u_1 و u_{11} و u_{12} لمتتابعة حسابية هذا الحد الثالث 9 و $d = -2$.
جد الحدود بين u_1 و u_{10} و u_{11} لمتتابعة حسابية هذا الحد الثاني 11 و $d = -3$.
اكتب الحد الثالث والمرتبة من المتتابعة الحسابية $\{3, -1, -5, -9, \dots\}$.

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية:

- 12 $\{4n\}$, 13 $\{2n - 5\}$, 14 $\left\{\frac{1}{n+1}\right\}$, 15 $\{9\}$

تدرب وحل التمرينات اكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى للمتتابعة التي هذا العام معطى:

- 16 $u_n = 10 - 4n$, 17 $u_n = n^2 - 1$, 18 $u_n = \frac{1}{3n+1}$
- 19 اكتب الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة الآتية:
متتابعة حسابية الحد السابع فيها $\frac{1}{24}$ واساسها $-\frac{1}{3}$.
اكتب حدود للمتتابعات الآتية:
20 جد الحدود بين u_1 و u_{10} و u_{11} لمتتابعة حسابية هذا الحد السابع $\frac{13}{2}$ و $d = 1$.
21 جد الحدود بين u_1 و u_{10} و u_{11} لمتتابعة حسابية هذا الحد الثاني 0 و $d = -1$.
حدد نوع المتتابعة (متزايدة ، متناقصة ، ثابتة) لكل مما يلي:
22 $\{u_n\} = \{3 - 2n\}$, 23 $\{u_n\} = \{n^2 - 1\}$, 24 $\{u_n\} = \left\{\frac{1}{n-2}\right\}$
- اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية:
25 $\left\{\frac{-3}{2}\right\} = \dots$, 26 $\{\sqrt{5}\} = \dots$, 27 $\left\{\frac{n}{n+1}\right\} = \dots$

تدريب وحل مسائل حياتية

28 رياضة الجري: في إحدى مسابقات الجري، سُخِّلت أوقات الفئز الأول وفقاً للجدول الآتي:

المسافة بالكيلومتر	1	2	3	4	5
الوقت بالدقيقة والنسبة	3:12	6:32	9:52	12:72	15:92

اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطاً؟ هل يمثل متتابعة؟ علل إجابتك.

29 رياضة الفئز بالزانة: بيّن الجدول التالي محاولات أحد أبطال العالم في رياضة سباق الفئز بالزانة.

المحاولة	1	2	3	4	5
الارتفاع بالمتر	5.90	5.95	6.00	6.05	6.10

اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطاً؟ هل يمثل متتابعة؟ علل إجابتك.

30 زراعة: اشترى حسان مزرعة للتربية الأبقار وبعد سنة أصبح فيها 20 بقرة، وبدأت تزداد كل سنة نتيجة الولادات بمعدل ثابت حتى أصبح عددها الضعف بعد مضي ست سنوات. مثل المسألة بجدول واكتب الأزواج المرتبة فيه. هل يمثل الجدول نمطاً؟ هل يمثل متتابعة؟ علل إجابتك.

فئز

31 تحذ: جد قيمة x التي تجعل الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعة الحسابية كما يأتي:

$$(2x, x + 1, 3x + 11, \dots)$$

32 أصحح الخطأ: قلت رابعة أن المتتابعة التي حددها العام $u_n = 8 - 2n$ متتابعة متزايدة لأن $d > 0$. اكتشف خطأ رابعة وصححه.

33 حدّد عددي: ماهو الحد الحادي عشر لمتتابعة حددها الثالث 4 وأساسها $\frac{1}{2}$ ؟

اكتب

الحد الذي ترتيبه 101 في المتتابعة الحسابية التي حددها الخامس 4 وأساسها 2.

الإثراء

حدد نوع المتتابعة (متزايدة، متناقصة، ثابتة) لكل مما يأتي:

1) $u_n = 5 - 2n \Rightarrow d = u_2 - u_1 \Rightarrow d = 1 - 3 = -2$
المتتابعة متناقصة لأن $d < 0$.

2) $u_n = n^2 - 4 \Rightarrow d = u_2 - u_1 \Rightarrow d = 0 + 3 = 3$
المتتابعة متزايدة لأن $d > 0$.

3) $u_n = \frac{1}{n+6} \Rightarrow d = u_2 - u_1 \Rightarrow d = \frac{1}{8} - \frac{1}{7} = -\frac{1}{56}$
المتتابعة متناقصة لأن $d < 0$.

جد قيمة x التي تجعل الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعات الحسابية كما يأتي:

5) $\{3x, 2x+8, 5x-4, \dots\}$
 $u_3 - u_2 = u_2 - u_1 \Rightarrow 3x - 12 = -x + 8$
 $\Rightarrow 4x = 20 \Rightarrow x = 5$

6) $\{x-7, 4x+1, 2x+4, \dots\}$
 $u_3 - u_2 = u_2 - u_1 \Rightarrow -2x + 3 = 3x + 8$
 $\Rightarrow 5x = -5 \Rightarrow x = -1$

7) $\{x^2, 2x^2 - 7, 4x^2 - 18, \dots\}$
 $u_3 - u_2 = u_2 - u_1 \Rightarrow 2x^2 - 11 = x^2 - 7$
 $\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

فكر: اطلب الى الطلاب حل اسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال الحاسبة اليدوية .

السؤال (31) يتطلب الحل في الفرعين استعمال قيمة اساس المتتابعة ليجاد قيمة x .

اكتب : اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

جد الحدود بين u_7 و u_{11} لمتتابعة حسابية حددها الرابع 6 و $d = -3$
 $u_4 = a + 3d \Rightarrow -6 = a + 3(-3) \Rightarrow a = 3$
 $u_8 = a + 7d \Rightarrow u_8 = 3 + 7(-3) \Rightarrow u_8 = -18$
 $u_9 = -21, u_{10} = -24$

5 توسعة

قدّم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المارفة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل اطلب إليهم حل السؤال الآتي :

حدد نوع المتتابعة (متزايدة أم متناقصة) التي حددها العام

$$u_n = 7 - 2n$$

$$d = u_3 - u_2 \Rightarrow d = 1 - 3 = -2$$

المتتالية متناقصة لأن اساسها اصغر من الصفر

Multiple Choice

الاختيار مع صفة

الدرس [1-3] المتتابعات

The Sequences

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات التالية:

- 1) $(5n - 2) = \dots$ a) {2, 6, 12, 16, 20} b) {3, 8, 13, 18, 23}
c) {4, 8, 12, 18, 22} d) {5, 10, 16, 20, 24}
- 2) $(\frac{n}{2} + 1) = \dots$ a) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2})$ b) $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2})$
c) $(\frac{1}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2})$ d) $(2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4)$
- 3) $(\frac{1}{2^{n+1}}) = \dots$ a) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32})$ b) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64})$
c) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32})$ d) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64})$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الحسابية التالية:

- 4) متتابعة حسابية الحد الثاني فيها 3 وأساسها 3
a) {0,3,6,9,12} b) {2,5,8, 11,14} c) {3,6,9, 12,15} d) {1,4,7,10,13}
- 5) متتابعة حسابية الحد الثالث فيها 8 وأساسها 2
a) {-14,-12,-10,-8,-6} b) {-12,-10,-8,-6,-4} c) {-10,-8,-6,-4,-2} d) {-8,-6,-4,-2,0}
- 6) جد الحد التاسع والحد الخامس عشر للمتتابعة الحسابية التي حددها الثاني 2 وأساسها 2
a) $u_9 = 12, u_{15} = 20$ b) $u_9 = 14, u_{15} = 24$ c) $u_9 = 16, u_{15} = 28$ d) $u_9 = 18, u_{15} = 32$
- 7) جد الحدود بين u_4 و u_8 لمتتابعة حسابية حددها الثاني $\frac{9}{5}$ وأساسها 2
a) $(\frac{9}{5}, \frac{19}{5}, \frac{29}{5})$ b) $(\frac{19}{5}, \frac{29}{5}, \frac{39}{5})$ c) $(\frac{9}{5}, \frac{19}{5}, \frac{29}{5})$ d) $(\frac{19}{5}, \frac{29}{5}, \frac{39}{5})$

الدرس [1-4]
Compound Inequalities

مقدمة الدرس
حل المتباينات التي تحتوي أدوات الربط (و) ، (أو) في R وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد .
ورقة عمل فيها المتباينات التالية :
1) $x+7 \leq -1$, 2) $5y+1 < y+8$
3) $3x-3 > 12$, 4) $\frac{1}{2}y-4 \geq 3y-\frac{1}{2}$

مقدمة الدرس
تقل درجات حرارة الجو خلال اليوم الواحد بدرجة الحرارة المئوية الصغرى والكبرى لكونها متغيرة من وقت لآخر فإذا كانت درجة الحرارة المئوية الصغرى في مدينة بغداد في شهر كانون الأول 8°C ودرجة الحرارة المئوية الكبرى 15°C. اكتب متباينة تمثل درجة الحرارة في بغداد وجد حلها

Compound Inequalities contain "and"
تعرف سابقاً إلى المتباينات الجبرية وخواصها وكيفية إيجاد مجموعة الحل لها وتمثيله على مستقيم الأعداد، الآن سوف نتعرف إلى المتباينات المركبة التي تحتوي على أداة الربط (و) وكيفية إيجاد مجموعة الحل لها وتمثيله على مستقيم الأعداد الحقيقية. المتباينة المركبة التي تحتوي على أداة الربط (و) مؤلفة من متباينتين فإنها تكون صحيحة فقط إذا كانت المتباينتان صحيحتين، وعليه فإن مجموعة الحل لها عبارة عن مجموعة تقاطع حل المتباينتين، ويمكن إيجادها بطريقتين الأولى بإيجاد تمثيل حل المتباينتين على مستقيم الأعداد ثم تحديد منطقة التقاطع، والثانية جبرياً وذلك بإيجاد مجموعة الحل لكل متباينة ثم أخذ مجموعة التقاطع لهما ($S = S_1 \cap S_2$)

مثال (1) اكتب المتباينة المركبة التي تمثل درجة الحرارة المئوية الصغرى والكبرى في بغداد وجد حلها.
درجة الحرارة (الصغرى) لا تقل عن 8° ($x \geq 8$)، درجة الحرارة (الكبرى) لا تزيد على 15° ($x \leq 15$)،
لا تقل درجة الحرارة عن 8° ولا تزيد على 15° ($x \geq 8$ و $x \leq 15$)، ويمكن حلها بإحدى الطريقتين:
الطريقة الأولى: بيانياً
وإقراراً أكبر من أو تساوي 8
وأقل من أو تساوي 15
الطريقة الثانية: جبرياً
 $8 \leq x \leq 15$ و $x \geq 8$ و $x \leq 15$
 $\Rightarrow S = S_1 \cap S_2 = \{x: x \geq 8\} \cap \{x: x \leq 15\} = \{x: 8 \leq x \leq 15\}$

مثال (2) حل المتباينة المركبة التي تتضمن (و) جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد:
 $-3 \leq 3x+2 < 9$
 $-3 \leq 3x+2 < 9 \Rightarrow -3-2 \leq 3x+2-2 < 9-2 \Rightarrow -5 \leq 3x < 7 \Rightarrow -\frac{5}{3} \leq \frac{3x}{3} < \frac{7}{3}$
 $\Rightarrow -\frac{5}{3} \leq x < \frac{7}{3} \Rightarrow S = \{x: -\frac{5}{3} \leq x < \frac{7}{3}\}$

إعادة التعليم

المتباينة المركبة التي تحتوي على أداة الربط (و) مؤلفة من متباينتين لذا فإن مجموعة الحل لها عبارة عن مجموعة تقاطع حل المتباينتين ($S = S_1 \cap S_2$)

مسألة (1): حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) :

1) $x+1 > -2$ و $x+1 \leq 7 \Rightarrow x > -3$ و $x \leq 6$
 $\Rightarrow S = S_1 \cap S_2 = \{x: x > -3\} \cap \{x: x \leq 6\}$
 $= \{x: -3 < x \leq 6\}$

المتباينة المركبة التي تحتوي على أداة الربط (أو) مؤلفة من متباينتين وعليه فإن مجموعة الحل لها عبارة عن مجموعة اتحاد حل المتباينتين ($S = S_1 \cup S_2$)

مسألة (2): حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) :

$y-4 \leq -3$ أو $y+5 > 9 \Rightarrow y \leq 1$ أو $y > 4$
 $\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{y: y \leq 1\} \cup \{y: y > 4\}$

تدريبات: حل المتباينات المركبة الآتية:

1) $x+12 \geq 5$ و $x+2 < 20$
 $S = S_1 \cap S_2 = \{x: -7 \leq x < 18\}$
2) $2y-1 > 9$ أو $2y+1 \leq -9$
 $S = S_1 \cup S_2 = \{y: y > 5\} \cup \{y: y \leq -5\}$

نتائج التعلم
حل المتباينات التي تحتوي أدوات الربط (و) ، (أو) في R وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد .
ورقة عمل فيها المتباينات التالية :
1) $x+7 \leq -1$, 2) $5y+1 < y+8$
3) $3x-3 > 12$, 4) $\frac{1}{2}y-4 \geq 3y-\frac{1}{2}$

المواد والوسائل

1 تهيئة

اطلب إلى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هبء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية :

نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً .

- اطلب إلى المجموعات إيجاد مجموعة الحل للمتباينات باستعمال خواص المتباينات التي درسوها سابقاً .

- اسأل الطلاب :

- هل خواص المتباينات لها علاقة بعلامة المتباينة ؟ كلا

- ماذا تحتاج لحل المتباينة في السؤال الرابع ؟

ضرب حدود المتباينة أولاً في 2 للتخلص من الكسور ثم تطبيق الخواص لإيجاد مجموعة الحل .

1) $x \leq -8$, 2) $4y < 7 \Rightarrow y < \frac{7}{4}$
3) $x > 5$, 4) $-5y \geq 7 \Rightarrow y \leq -\frac{7}{5}$

قم بتسجيل نتائج المجموعات وعلان الفائز منها.

- اسأل الطلاب :

هل يمكنك كتابة المتباينة $x \leq 9$ والمتباينة $x > 2$ في جملة عددية واحدة (متباينة مركبة) ؟

استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل المتباينات التي تحتوي أدوات الربط (و) ، (أو) في R (المتباينات المركبة) وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد.

2 شرح وتفسير

تعلم: وجه الطلاب إلى فقرة تعلم واطلب إليهم

قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

- اسأل الطلاب:

هل مجموعة الحل للمتباينة $x \geq 8$ مجموعة محدودة من الأعلى أم لا ؟ محدودة من الأعلى

هل مجموعة الحل للمتباينة $x \leq 15$ مجموعة محدودة من الأسفل أم لا ؟ محدودة من الأسفل

قم المثال (5) لتبين للطلاب الشروط اللازم توفرها في ثلاث قطع مستقيمة لتكون مثلثاً .

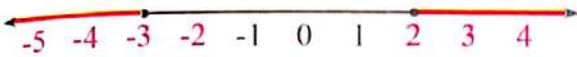
أمثلة إضافية : قدم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم

الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب
حل المتباينات المركبة الآتية جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

1) $2x \leq 10$ و $2x > 4$
 $\Rightarrow 4 < 2x \leq 10 \Rightarrow S = \{x: 2 < x \leq 5\}$



2) $x \geq 2$ أو $x \leq -3$ أو $x + 5 \geq 7$ أو $x - 5 \leq -8$
 $\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{x: x \leq -3\} \cup \{x: x \geq 2\}$



تأكد من فهمك : اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (1,2) يتطلب الحل كتابة المتباينة المركبة على شكل متباينتين ثم تمثيل حل كل متباينة على مستقيم الأعداد واخذ مجموعة التقاطع لهما .

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح .
 - اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1,3,5,7) من صفحة تمارينات الدرس كواجب بيتي .

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند كتابة مجموعة الحل للمتباينة المركبة ب (و) والمتباينة المركبة ب (أو) ، فذكرهم بأن مجموعة الحل للمتباينة المركبة (و) تتضمن تقاطع "∩" ومجموعة الحل للمتباينة (أو) تتضمن "∪" .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي .

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

• الاسئلة (23-25) يتطلب الحل استعمال المتباينة المثلثية بعد فرض طول الضلع المجهول بمتغير .

تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• الاسئلة (26-28) الاسئلة كلها تتضمن متباينات مركبة بعلاقة "و"

[1-4-2] المتباينات المركبة التي تتضمن "أو"

بعد أن تعرفنا على المتباينة المركبة التي تحتوي على الرابطة (و) سوف نتعرف على المتباينة المركبة التي تحتوي على الرابطة (أو) ونكون متأكدين من ذلك إذا كانت إحدى المتباينتين الكافيتين لها هي الأصل مسبوقة ونظراً لأن مجموعة الحل لها عبارة عن مجموعة الحل للمتباينة ويمكن إيجادها بطريقتين الأولى براتبها تمثيل حل المتباينتين على مستقيم الأعداد ثم إيجاد تقاطع الحلين والثانية جبرياً وذلك بإيجاد مجموعة الحل لكل متباينة ثم أخذ مجموعة الاتحاد لهما $(S_1 \cup S_2)$.

مثال (3) حل المتباينة المركبة $x + 3 \geq 2$ أو $x + 1 \leq 1$ جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

الطريقة الأولى: براتبها $x + 3 \geq 2$ أو $x + 1 \leq 1$ جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

الطريقة الثانية: جبرياً $x + 3 \geq 2$ أو $x + 1 \leq 1$ $\Rightarrow S = S_1 \cup S_2$
 $x + 3 \geq 2$ أو $x + 1 \leq 1$ $\Rightarrow [x \geq -1] \cup [x \leq -2]$

مثال (4) حل المتباينة التي تتضمن (أو) جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

i) $4x - 3 \leq -1$ أو $x + 3 = 6$ $\Rightarrow x \geq 2$ أو $x = 3$
 $\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = [x \geq 2] \cup \{x = 3\}$

ii) $\frac{2x + 1}{4} \leq \frac{5}{4}$ أو $\frac{2x + 1}{3} = 1$ $\Rightarrow x \leq 2$ أو $x = 0$
 $\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = [x \leq 2] \cup \{x = 0\}$

[1-4-3] المتباينة المثلثية

Triangular inequality
 من المواضيع التي تربط العون بالهندسة هي المتباينة المثلثية التي نال ذلك مجموع طول ضلعين من أضلاعها يكون أكبر من طول الضلع الثالث وتعامل في الإشارات الهدمية والمسالب، إذا كانت أطوال أضلاع مثلث (A,B,C) يجب أن تكون المتباينات الثلاث الآتية مسبوقة $A + B > C, A + C > B, B + C > A$.

مثال (5) (1) هل يمكن الضلع المتساوية التي أطوالها 2cm، 10cm، 14cm أن تشكل مثلثاً لا يمكن أن تشكل مثلثاً لأنه $2 + 10 < 14$ حقيقة $2 + 10 > 14$ حقيقة $10 + 14 > 2$ حقيقة $2 + 14 > 10$ حقيقة
 (2) اكتب متباينة مركبة تدل على طول الضلع الثالث في مثلث طول ضلعين فيه 10cm و 8cm

نفس طول الضلع الثالث x ومنه
 إذا 1 بعد أن يكون طول الضلع أصغر من طول الضلع الثالث أكبر من 2
 من 18 وأكبر من 2 والمتباينة المركبة \Rightarrow الضلع الثالث أكبر من 2
 نفس طول الضلع الثالث $2 < x < 18$ \Rightarrow لضمان أنه معلومات مفيدة \Rightarrow $10 + x > 8 \Rightarrow x > -2$

تأكد من فهمك

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) بيانياً:

1) $-1 < x - 1 < 3$ 2) $-4 < x + 2 < 8$

متباينة للمثلث (1) متباينة للمثلث (2)

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبرياً ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد:

3) $x + 6 < 12$ و $x + 6 < 15$ 4) $9 < 2x - 1 < 3$

الاسئلة (3-4) متباينة للمثلث (2)

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) بيانياً:

5) $8x > 64$ أو $8x > 32$ 6) $\frac{2x}{4} < \frac{2}{4}$ أو $\frac{2x}{3} < \frac{8}{3}$

الاسئلة (5-6) متباينة للمثلث (3)

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

7) $3x - 7 < 8$ أو $3x > 0$ 8) $x - 15 < 30$ أو $x - 15 < 22$

الاسئلة (7-8) متباينة للمثلث (4)

هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه كما يأتي:

الاسئلة (9-12) متباينة للمثلث (5)

9) 1cm، 2cm، $\sqrt{3}$ cm 10) 5cm، 4cm، 9cm
 11) 1cm، $\sqrt{2}$ cm، $\sqrt{2}$ cm 12) 8cm، 4cm، $2\sqrt{3}$ cm

تدرب وحل التمرينات

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) بيانياً:

13) $x < -12$ و $x < 47$ 14) $2 < y - 4 < 6$

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبرياً ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد:

15) $14 - 5x > 7$ و $3x > 7 - 26$ 16) $\frac{1}{25} < \frac{21x}{5} < \frac{1}{15}$

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) بيانياً:

17) $x - 2 > -7$ أو $x - 2 > -4$ 18) $x < 6$ أو $x - 6 > -4$

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

19) $x < 8 > 22$ أو $8 > 10 > 30$ 20) $x < -1$ أو $y + 3 > 2$
 21) $\frac{2}{3} < 3 < \frac{1}{2}$ أو $\frac{2}{3} < 7 < \frac{1}{2}$ 22) $5x < -1$ أو $5x > 4$

اكتب المتباينة المركبة التي تدل على طول الضلع الثالث في المثلث إذا كان طول الضلعين المثلث معلومين:

23) 5cm، 10cm 24) 6cm، 4cm 25) 1cm، 3cm

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى الترتيب على استعمال الحاسبة .
السؤال (31) يتطلب الحل استعمال المتباينة المتثلثية .
اكتب: اطلب من الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.
جد مجموعة الحل للمتباينة التالية ومثل الحل على مستقيم الاعداد .

$$x + 5 \leq 4 \text{ أو } x - 3 > 1 \Rightarrow \{x \leq -1 \text{ أو } x > 4\}$$

$$\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{x: x \leq -1\} \cup \{x: x > 4\}$$



5 توسعة

قدم تدريبات اثرانية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل . اطلب إليهم حل الاسئلة الآتية :

اكتب متباينة مركبة تبين مدى طول الضلع الثالث في مثلث طول ضلعين فيه 7cm ، 11cm .

نفرض طول الضلع الثالث x ومنه :

$$4 < x < 18$$

تدرب و حل مسائل حياتية

30 صوت: أين الإنسان يسمع ان تسمع الأصوات التي لا تسمعها؟
عش 20 هرتز ولا يسمع أكثر من 20000 هرتز . اكتب متباينة مركبة لحد الوداد التي تسمعها أين الإنسان ، ومثل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد .

31 اطار السيارات: ضغط الهواء المثالي الموصى به لإطارات السيارات الجائون لاجل عن 28 Pascal (kg / mg²) ولا يزيد على 36 Pascal (kg / mg²) مركبة مثل الضغط ومثل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد .

ملاحظة: (Pascal) وحدة قياس ضغط الهواء مقادير kg / mg²

32 القطار المغناطيسي: القطار المغناطيسي المغلق وهو قطار يعمل بوجه الزرع المغناطيسية والجاذبية يعرف بالماجليف (Maglev) . ومنشئت انواع مقلعة من هذه القطارات المغناطيسية في مختلف دول العالم . ان سرعتها الاقل عن 300 k/h ولا تزيد على 550 k/h . اكتب متباينة تمثل سرعة القطار ، ومثل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد .

شكر

33 تحد: اكتب متباينة من كالتالي حتى يواز الضلع الثالث في كل مثلث .
7cm, 12cm, x cm

34 أصنع القطار: مثل زوج من المساحة المركبة $5 < x + 3$ و $x + 3 < 4$ تمثل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد الآتية .

35 حل عددي: افر ما اذا قللت الاطوار الثلاثة هي تمتد ام لا . وضح اجابتك .
(i) 3.2cm, 5.2cm, 6.2cm (ii) 1cm, 1cm, $\sqrt{2}$ cm

اكتب
مسألة مركبة التي تمثل اربعة الحرارة الصغرى 18° ودرجة الحرارة العظمى 27°

الإثراء

جد مجموعة الحل للمتباينات المركبة الآتية :

1) $-11 < 5x + 7 < 11 \Rightarrow -18 < 5x < 4$
 $\Rightarrow \frac{-18}{5} < x < \frac{4}{5} \Rightarrow S = \{x: \frac{-18}{5} < x < \frac{4}{5}\}$

2) $\frac{1}{6} \leq \frac{x+3}{12} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \leq x+3 \leq 6$
 $\Rightarrow -1 \leq x \leq 3 \Rightarrow S = \{x: -1 \leq x \leq 3\}$

3) $3y + 2 \leq -6$ أو $2y - 3 > 8$
 $\Rightarrow 3y \leq -8$ أو $2y > 11 \Rightarrow y \leq \frac{-8}{3}$ أو $y > \frac{11}{2}$
 $\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{y: y \leq \frac{-8}{3}\} \cup \{y: y > \frac{11}{2}\}$

4) $\frac{y}{6} < 4$ أو $\frac{y}{6} > 6 \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{y}{6} < 4$ أو $\frac{y}{6} > \frac{19}{3}$
 $y < 24$ أو $y > 38 \Rightarrow S = \{y: y < 24\} \cup \{y: y > 38\}$
 اكتب متباينة تبين مدى طول الضلع الثالث في المثلث:

5) 5 cm , 9 cm , x cm
 الضلع الثالث اصغر من 14 $5 + 9 > x \Rightarrow 14 > x \Rightarrow 14$
 الضلع الثالث اكبر من 4 $5 + x > 9 \Rightarrow x > 4 \Rightarrow 4$
 لاتعطي اية معلومات مفيدة $9 + x > 5 \Rightarrow x > -4 \Rightarrow$
 ولذا يجب ان يكون طول الضلع اصغر من 14
 واكبر من 4 وبالمتباينة المركبة تبين ولذا يجب
 ان يكون طول $4 < x < 14$

التدرب على المسائل
Compound Inequalities
الدرس [1-4] المتباينات المركبة

أخر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
 حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبرياً:

1) $-10 < x + 8 < 2$ a) $(x - 10) < (x + 8) < 2$ b) $(x - 10) < x + (8 < 2)$
 c) $(x - 10) < x + (10) < 2$ d) $(x - 10) < x + 2$

2) $0 < x - 3 < x + 3 < 12$ a) $(x - 3) < (x + 3)$ b) $(x - 3) < x + 3$ c) $(x - 3) < x + 12$
 d) $(x - 3) < x + 12$

3) $16 < 3x + 9 < 3x + 9 < 30$ a) $(x + 16) < (x + 9) < 30$ b) $(x + 16) < x + 9$
 c) $(x + 16) < x + 9$ d) $(x + 16) < x + 9$

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (او) جبرياً:

4) $2 < 1 - 8 < 2 < 1 - 4 < 12$ a) $(1 - 8) < (2 < 1 - 4) < 12$ b) $(1 - 8) < 2 < (1 - 4) < 12$
 c) $(1 - 8) < 2 < (1 - 4) < 12$ d) $(1 - 8) < 2 < (1 - 4) < 12$

5) $\frac{x+5}{1} < \frac{1}{1} < \frac{x+5}{3} < \frac{2}{3}$ a) $(x + 5) < 1 < (x + 5) < 2$ b) $(x + 5) < 1 < (x + 5) < 2$
 c) $(x + 5) < 1 < (x + 5) < 2$ d) $(x + 5) < 1 < (x + 5) < 2$

اكتب المتباينة المركبة التي تبين مدى طول الضلع الثالث في المثلث اذا كان طول الضلعين الاخرين الثالث متعرجين:

6) 5cm, 12cm a) $7 < x < 17$ b) $7 < x < 17$ c) $7 < x < 17$ d) $7 < x < 17$

7) 8cm, 2cm a) $6 < x < 10$ b) $6 < x < 10$ c) $6 < x < 10$ d) $6 < x < 10$

اكتب المتباينة التي مجموعة الحل لها على مستقيم الاعداد من:

8) a) $-2 < x < 2$ b) $-2 < x < 2$ c) $-2 < x < 2$ d) $-2 < x < 2$

9) a) $-2 \leq x \leq 2$ b) $-2 \leq x \leq 2$ c) $-2 \leq x \leq 2$ d) $-2 \leq x \leq 2$

الدرس [1-5] متباينات القيمة المطلقة
Absolute Value Inequalities

فكرة الدرس
حل المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة.

المفردات
القيمة المطلقة

فندق دابل من الفنادق السياحية في العاصمة بغداد ويقع في منطقة الكرادة درجة حرارة الماء المثالية في حوض السباحة 25 درجة سيليزية تزداد أو تنقص بمقدار درجة واحدة.
اكتب متباينة قيمة مطلقة تمثل مدى درجة حرارة الماء في حوض السباحة.

تعلم
فندق دابل من الفنادق السياحية في العاصمة بغداد ويقع في منطقة الكرادة درجة حرارة الماء المثالية في حوض السباحة 25 درجة سيليزية تزداد أو تنقص بمقدار درجة واحدة.
اكتب متباينة قيمة مطلقة تمثل مدى درجة حرارة الماء في حوض السباحة.

1-5-1 متباينات القيمة المطلقة التي على صورة $|g(x)| < a$ حيث $x \in \mathbb{R}$ حيث $|g(x)| < a \Leftrightarrow -a < g(x) < a, a > 0$
تعرفت سابقاً إلى المتباينات المركبة التي تحتوي على (و) و(أو) و(كيفية حلها بيانياً وجبرياً وكيفية تمثيل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد. والآن سوف نتعرف على متباينة القيمة المطلقة التي على صورة $|x| < a$ مثل $|x| < 4$ وتعني: ما هي قيم x التي تبعد عن الصفر بأقل من 4 وحدات؟ وهي كل الأعداد التي بين العددين -4 و 4 وتمثيلها على مستقيم الأعداد هو:

ونلاحظ أن حل هذه المتباينة هو $-4 < x < 4$
أي إن متباينة القيمة المطلقة بعلاقة اصغر من (اصغر من أو يساوي) تمثل متباينة مركبة تتضمن (و) بصورة عملة $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a, a > 0$

مثال (1) اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل درجة حرارة الماء في الحوض ومثله بيانياً.
فترض درجة حرارة الماء هي x درجة سيليزية، لذا المتباينة التي تمثل درجة حرارة الحوض عندما لا تزيد على 26° سيليزية.
 $x \leq 25 + 1 \Rightarrow x - 25 \leq 1$
والمتباينة التي تمثل درجة حرارة الحوض عندما لا تنقص عن 24° درجة سيليزية.
 $x \geq 25 - 1 \Rightarrow x - 25 \geq -1$
لذا متباينة القيمة المطلقة هي المتباينة المركبة التي تمثل مدى درجة حرارة الماء في حوض السباحة
 $x - 25 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x - 25 \leq 1 \Rightarrow |x - 25| \leq 1$
وتمثيل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد هو

مثال (2) حل متباينات القيمة المطلقة، ومثل الحل على مستقيم الأعداد.
i) $|x+6| < 3 \Rightarrow -3 < x+6 < 3 \Rightarrow -3-6 < x < 3-6 \Rightarrow -9 < x < -3$
ii) $|y|-5 \leq 1 \Rightarrow |y| \leq 1+5 \Rightarrow |y| \leq 6 \Rightarrow -6 \leq y \leq 6$

نتائج التعلم
حل المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة.

ورقة عمل فيها المتباينات الآتية:
1) $x-2 < 7$ و $x-2 > -8$
2) $1/6 \leq \frac{y+3}{12} \leq 1/3$
3) $z+6 < 10$ أو $z+6 \geq 20$

المواد والوسائل

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
هيبء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
اطلب من المجموعات حل المتباينات المركبة جبرياً باستعمال خواص المتباينات التي درسوها سابقاً.
- اسأل الطلاب:
ما العلاقة التي تتضمنها المتباينات؟
الاولى والثانية علاقة "و" والثالثة علاقة "أو"
ما الخطوة الاولى لحل المتباينة الثانية؟
التخلص من الكسور باستعمال المضاعف المشترك الاصغر

- 1) $S = \{x: -6 < x < 9\}$
2) $S = \{y: -1 \leq y \leq 1\}$
3) $S = S_1 \cup S_2 = \{z: z < 4\} \cup \{z: z \geq 14\}$

قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.
- اسأل الطلاب:
هل يمكن حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة بنفس الطريقة بعد كتابتها على شكل متباينة مركبة؟
استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيبدسون في هذا الدرس حل المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة.

2 شرح وتفسير

تعلم: وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.
- اسأل الطلاب: هل يمكن عكس الخطوة الاخيرة في المثال، اي كتابة متباينة القيمة المطلقة على شكل متباينة مركبة؟ نعم.
• قدم الامثلة (2،3) لتبين للطلاب كيفية كتابة متباينة القيمة المطلقة بصيغة متباينة مركبة لاييجاد مجموعة الحل لها.

إعادة التعليم

متباينة القيمة المطلقة بعلاقة اصغر من (اصغر من أو يساوي) تمثل متباينة مركبة تتضمن (و)،
بصورة عامة $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a, a > 0$

مثال (1): جد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة الآتية:
 $|x+5| < 4 \Rightarrow -4 < x+5 < 4 \Rightarrow -4-5 < x < 4-5 \Rightarrow -9 < x < -1 \Rightarrow S = \{x: -9 < x < -1\}$

متباينة القيمة المطلقة بعلاقة أكبر من (أكبر من أو يساوي) هي علاقة مركبة تتضمن (أو)، بصورة عامة
 $|x| \geq a \Rightarrow x \geq a$ أو $x \leq -a, a > 0$

مثال (2): جد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة الآتية:
 $|x+7| > 1 \Rightarrow x+7 < -1$ أو $x+7 > 1 \Rightarrow x < -8$ أو $x > -6 \Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{x: x < -8\} \cup \{x: x > -6\}$

تدريب: جد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة الآتية:
1) $|x| - 7 \leq 3 \Rightarrow |x| \leq 7+3 \Rightarrow |x| \leq 10 \Rightarrow -10 \leq x \leq 10 \Rightarrow S = \{x: -10 \leq x \leq 10\}$
2) $|y-9| > 2 \Rightarrow y-9 < -2$ أو $y-9 > 2 \Rightarrow y < 7$ أو $y > 11 \Rightarrow S = \{y: y < 7\} \cup \{y: y > 11\}$

امثلة اضافية: قدم الامثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب. حل متباينات القيمة المطلقة الآتية:

- 1) $|x| + 8 < 9$
 $\Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$
- 2) $|5y-3| - 2 \leq 8$
 $\Rightarrow |5y-3| \leq 10 \Rightarrow -10 \leq 2x - 5 \leq 10$
 $\Rightarrow \frac{-5}{2} \leq x \leq \frac{15}{2}$
- 3) $|x+7| > 5$
 $\Rightarrow x+7 < -5$ أو $x+7 > 5$
 $\Rightarrow x < -12$ أو $x > -2$
 $\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{x: x < -12\} \cup \{x: x > -2\}$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

- الأسئلة (1-2) تتضمن متباينات قيمة مطلقة بعلاقة اصغر من او يساوي.
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم للمرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2,4,6,8) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطأ بعض الطلاب عند تمثيل المسألة بمتباينة قيمة مطلقة فيخلطون بين رمزي اكبر من واكبر من او يساوي عندما تكون العبارة فيها العبارات تتضمن لاتزيد على، لاتقل عن، لاتتقص ،...

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرّب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم.

• الاسئلة (15-16) متباينة القيمة المطلقة تكون بعبارة اصغر من او يساوي .

تدرّب وحلّ مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

- السؤال (32) تتضمن المسألة متباينة قيمة مطلقة بعلاقة اكبر من ويتطلب كتابة المتباينة إيجاد نصف قطر المسافة بين 90 و 60 وهي 15

1-5-2 متباينات القيمة المطلقة التي على صورة $|g(x)| \geq a$ أو $|g(x)| > a$ حيث $x \in R$

بعد أن تعرفت إلى متباينة القيمة المطلقة التي تحتوي على صورة $|g(x)| < a$ حيث $x \in R$ والآن سوف نتعرف إلى متباينة القيمة المطلقة التي على صورة $|g(x)| \geq a$ حيث $x \in R$ مثل $|x| > 3$ وتعني: المسألة بين x والسفر أكثر من 3 أي أن $x > 3$ أو $x < -3$ ومجموعة حل المتباينة هي $\{x: x < -3\} \cup \{x: x > 3\}$ لذا فإن متباينة القيمة المطلقة بمعادلة أكبر من (أكبر من أو يساوي) هي عبارة مركبة تتضمن (أو) عبارة عامة $x \leq -a, a > 0$ أو $x \geq a, a > 0$

مثال (3) حل متباينة القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد.

i) $|x+4| > 2 \Rightarrow x+4 < -2$ أو $x+4 > 2 \Rightarrow x < -6$ أو $x > -2$
 $S = S_1 \cup S_2 = \{x: x < -6\} \cup \{x: x > -2\}$

ii) $|5y-1| \geq 4 \Rightarrow 5y-1 \leq -4$ أو $5y-1 \geq 4 \Rightarrow y \leq -\frac{3}{5}$ أو $y \geq 1$
 $S = S_1 \cup S_2 = \{y: y \leq -\frac{3}{5}\} \cup \{y: y \geq 1\}$

iii) في تحليلات دم الإنسان البالغ بعد المدى الطبيعي للوتسيوم هو $3.5 - 5.3$ mol/L. اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المدى غير الطبيعي للوتسيوم في دم الإنسان.

المتباينة التي تمثل كمية الوتسيوم غير الطبيعية أقل من القيمة الدنيا للمعدل هي: $x < 3.5$
المتباينة التي تمثل كمية الوتسيوم غير الطبيعية وأكثر من القيمة العليا للمعدل هي: $x > 5.3$
المدى غير الطبيعي للوتسيوم هو حل المتباينة المركبة: $x < 3.5$ أو $x > 5.3$
يعد متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المدى غير الطبيعي للوتسيوم:

$|x - 4.4| > 0.9$
 $\Rightarrow x - 4.4 < -0.9$ أو $x - 4.4 > 0.9$
 $\Rightarrow x < 3.5$ أو $x > 5.3$

مثال (4) جد مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة الآتية:

i) $|2x-5|+3 < 11 \Rightarrow |2x-5| < 8 \Rightarrow -8 < 2x-5 < 8 \Rightarrow -3 < 2x < 13$
 $\Rightarrow -\frac{3}{2} < x < \frac{13}{2} \Rightarrow \{x: x > -\frac{3}{2}\} \cap \{x: x < \frac{13}{2}\} \Rightarrow \{x: -\frac{3}{2} < x < \frac{13}{2}\}$

ii) $|7-y| < 8 \Rightarrow -8 < 7-y < 8 \Rightarrow -15 < -y < 1 \Rightarrow -1 < y < 15 \Rightarrow \{y: y > -1\} \cap \{y: y < 15\}$

iii) $|\frac{2t-8}{4}| \geq 9 \Rightarrow |\frac{2t-8}{4}| \geq 9 \Rightarrow |\frac{t-4}{2}| \geq 9 \Rightarrow |t-4| \geq 18$
 $\Rightarrow t-4 \leq -18$ أو $t-4 \geq 18 \Rightarrow t \leq -14$ أو $t \geq 22 \Rightarrow \{t: t \leq -14\} \cup \{t: t \geq 22\}$

iv) $|\frac{5-3v}{2}| \geq 6 \Rightarrow |5-3v| \geq 12 \Rightarrow 5-3v \leq -12$ أو $5-3v \geq 12 \Rightarrow -3v \leq -17$ أو $-3v \geq 7$
 $\Rightarrow v \geq \frac{17}{3}$ أو $v \leq -\frac{7}{3} \Rightarrow \{v: v \geq \frac{17}{3}\} \cup \{v: v \leq -\frac{7}{3}\}$

تأكد من فهمك

1. تعد درجة الحرارة المثلثي داخل الشقق 22° سيليزية بزيادة أو نقصان لا يتجاوز 2° سيليزية (الاسئلة 1-2)

2. الزاوية القائمة تتحول إلى زاوية حادة أو منفرجة إذا تحرك مؤشر الزاوية إلى اليمين أو إلى اليسار في الأقال بتدرج واحدة.

حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد.

1) $ x+1 < 5$	4) $ 3z-7 \leq 2$	الاسئلة (3-6)
2) $ x + 8 < 9$	5) $ 5y-1 \geq 4$	مشابهة للثلاث (2)
3) $ x+4 > 6$	6) $ 5z-9 > 1$	الاسئلة (7-10)
4) $ 2x+7 \geq 8$	7) $ 4y-2 > 3$	مشابهة للثلاث (3)
5) $ 5-x < 10$	8) $ 4z-14 > 2$	الاسئلة (11-14)
6) $ \frac{x-12}{4} \leq 9$	9) $ \frac{6-2y}{4} \geq 9$	مشابهة للثلاث (4)

تقرب وحلّ التمرينات

اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسائل الآتية:

15. بعد أن نغى درجة الحرارة داخل التلاجة 8° سيليزية بزيادة أو نقصان لا يتجاوز 5° سيليزية اكتب مدى درجة الحرارة المثالية في داخل التلاجة.

16. درجة غليان الماء 100° سيليزية عند مستوى سطح البحر وتزداد وتتنقص في المناطق الجبلية والوديان بما لا يتجاوز 20° سيليزية. اكتب مدى التذبذب في درجة غليان الماء.

حل متباينات القيمة المطلقة الآتية:

17) $ x+3 < 6$	18) $ x -6 < 5$
19) $ 2z -5 < 2$	19) $ y-3 \geq \frac{1}{2}$
20) $ 2x -7 \geq 1$	21) $ 9y -6 > 3$
21) $ 11z -2 \geq 9$	22) $ 1-x < 1$
22) $ \frac{4}{5}z-1 > \frac{4}{5}$	23) $ \frac{z-1}{7} \leq 2$

اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية:

24)	25)
26)	27)

اطلب الى الطلاب حل اسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذوا المستوى الضعيف الى استعمال الحاسبة اليدوية.

- السؤال (34) يتطلب الحل تبسيط المتباينات وذلك بالتخلص من الجذور واول ثم ايجاد مجموعة الحل.

اكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم.

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس. جد مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة التالية:

$$1) |4x - 6| + 2 < 8 \Rightarrow \{x: 0 < x < 3\}$$

$$2) \left| \frac{7-3x}{3} \right| \geq 5 \Rightarrow \{x: x \leq -\frac{8}{3}\} \cup \{x: x \geq \frac{22}{3}\}$$

5 توسعة

قدم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم و قدم لهم المساعدة في أثناء الحل. اطلب إليهم حل الاسئلة الآتية:

حل متباينة القيمة المطلقة الآتية:

$$\left| \frac{\sqrt{18} - \sqrt{2}x}{\sqrt{8}} \right| \geq 2 \Rightarrow |3 - x| \geq 4$$

$$\Rightarrow 3 - x \leq -4 \text{ أو } 3 - x \geq 4$$

$$\Rightarrow x \geq 7 \text{ أو } x \leq -1$$

$$\Rightarrow \{x: x \geq 7\} \cup \{x: x \leq -1\}$$

تدريب وحل مسائل حياتية

31 الغرير: حيوان الغرير هو أحد أنواع الثدييات، ينتمي إلى شعبة الثدييات، ويمتلك فوهم حسيرة نوعاً ما، ويعيش في الشجر التي ينموها في الأرض. طول جسمه من الرأس إلى الذيل يصل من 68cm إلى 76cm. اكتب مدى طول الغرير.



32 صمغ: معدل النبض (عدد دقات القلب) الطبيعي للإنسان البالغ يتراوح من 60 إلى 90 نبضة في الدقيقة. اكتب مدى عدد الدقات غير الطبيعية لقلب الإنسان.



33 مواصلات: تطير الطائرات المدنية على ارتفاع يتراوح من 8km إلى 10km إذ تعد منطقة جوية معتلة. اكتب مدى منطقة الطيران المدنية.



فكر

34 تحل: حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد.

$$i) \left| \frac{\sqrt{5}(x+1)}{\sqrt{2}} \right| \leq \sqrt{6}$$

$$ii) \left| \frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}y}{\sqrt{5}} \right| \geq \sqrt{15}$$

35 أصنع دعماً: قالت خلود إن متباينة القيمة المطلقة $6 - 3y \geq 7$ تمثل متباينة مركبة بعلاقة (ر) ومجموعة الحل لها: $\left\{ y: -\frac{1}{3} \leq y \leq \frac{13}{3} \right\}$. بين خطأ خلود وصححه.

36 حل عددي: اكتب مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة التالية في مجموعة الأعداد الحقيقية.

$$i) |z - 1| < 0$$

$$ii) |x - 1| > 0$$

متباينة قيمة مطلقة تمثل موقفاً من واقع الحياة، ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد.

الإثراء

جد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة الآتية:

$$1) \left| \frac{\sqrt{5}(x+2)}{\sqrt{2}} \right| \leq \sqrt{10} \Rightarrow |\sqrt{5}(x+2)| \leq 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow -2\sqrt{5} \leq \sqrt{5}(x+2) \leq 2\sqrt{5} \Rightarrow -2 \leq x+2 \leq 2$$

$$\Rightarrow -4 \leq x \leq 0 \Rightarrow S = \{x: -4 \leq x \leq 0\}$$

$$2) \left| \left(\frac{\sqrt{18} - \sqrt{2}y}{\sqrt{5}} \right) \right| > \sqrt{40} \Rightarrow |3\sqrt{2} - \sqrt{2}y| > 10\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |3-y| > 10 \Rightarrow 3-y < -10 \text{ أو } y > 13$$

$$\Rightarrow -y < -13 \text{ أو } -y > 7 \Rightarrow y < -7 \text{ أو } y > 13$$

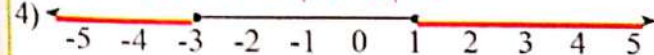
$$\Rightarrow S = \{y: y < -7\} \cup \{y: y > 13\}$$

اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية:



$$-5 < x < 1 \Rightarrow -5+2 < x+2 < 1+2$$

$$\Rightarrow -3 < x+2 < 3 \Rightarrow |x+2| < 3$$



$$y \leq -3 \text{ أو } y \geq 1 \Rightarrow y+1 \leq -3+1 \text{ أو } y+1 \geq 1+1$$

$$\Rightarrow y+1 \leq -2 \text{ أو } y+1 \geq 2 \Rightarrow |y+1| \geq 2$$

Multiple Choice

التمرين [1-5] متباينات القيمة المطلقة

Absolute Value Inequalities

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
حل متباينات القيمة المطلقة الآتية:

- | | | | |
|--|---|---|---|
| 1) a) $ y-8 < 13$ | b) $5 < y < 21$ | c) $-5 < y < 21$ | d) $-5 < y \leq 21$ |
| 2) a) $-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}$ | b) $-\frac{1}{2} < x \leq \frac{1}{2}$ | c) $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ | d) $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ |
| 3) a) $ 3-x < 3$ | b) $0 < x < 6$ | c) $-6 < x < 6$ | d) $0 \leq x \leq 6$ |
| 4) a) $ 5t-9 > 0$ | b) $t \geq 1$ أو $t < -1$ | c) $t \geq 1$ أو $t < 1$ | d) $t > 1$ أو $t < -1$ |
| 5) a) $ v-3 \geq \frac{1}{2}$ | b) $v \geq \frac{7}{2}$ أو $v \leq \frac{5}{2}$ | c) $v \geq \frac{7}{2}$ أو $v \leq \frac{3}{2}$ | d) $v \leq \frac{7}{2}$ أو $v \geq \frac{5}{2}$ |
| 6) a) $ 6-3y \geq 9$ | b) $y < -1$ أو $y > 5$ | c) $y \leq -1$ أو $y \geq 5$ | d) $y \leq -1$ أو $y \geq 5$ |
| 7) a) $\left \frac{7-2y}{3} \right \geq 3$ | b) $y < -1$ أو $y \geq 8$ | c) $y < -1$ أو $y > 8$ | d) $y < -1$ أو $y > 8$ |
| 8) a) $\left \frac{x-1}{7} \right \leq 2$ | b) $-13 \leq x < 15$ | c) $-13 < x \leq 15$ | d) $-13 < x < 15$ |

الدرس 1-6 خطة حل المسألة (أفهم المسألة)

Problem Solving Plan (Understand the Problem)

فكرة الدرس:
 - استعمل استراتيجيات أفهم المسألة لحل المسألة.

المواد والوسائل:
 ورقة عمل تتضمن المسألة التالية:
 تحفظ بعض أنواع الفاكهة في الثلاجة بدرجة حرارة 16 درجة سليزية بزيادة أو نقصان درجتين سليزيتين.
 جد مدى درجة الحرارة التي تحفظ بها الفاكهة في الثلاجة؟

أفهم:
 ما المعطيات في المسألة؟
 ما المطلوب من المسألة؟

خطط:
 كيف نحل المسألة؟
 بما أن النسبة المئوية للشباب الذين يمارسون كرة القدم هي 62% والنسبة المئوية في الدراسة أقل من أو تساوي 4%، لذا $|x - 62| \leq 4$ إذ تمثل النسبة المئوية للشباب الذين يمارسون رياضة كرة القدم.

حل:
 نجد مجموعة الحل لمعادلة القيمة المطلقة:
 $|x - 62| \leq 4 \Rightarrow x - 62 \geq -4$ و $x - 62 \leq 4$
 $\Rightarrow x \geq -4 + 62$ و $x \leq 4 + 62$
 $\Rightarrow x \geq 58$ و $x \leq 66$
 $\Rightarrow \{x : x \geq 58\} \cap \{x : x \leq 66\}$
 $\Rightarrow \{x : 58 \leq x \leq 66\}$
 مدى نسبة الشباب الذين يمارسون رياضة كرة القدم.

تحقق:
 استعمل مستقيم الأعداد للتحقق من صحة الحل.

26

نتائج التعلّم:
 استعمل استراتيجيات أفهم المسألة لحل المسألة.
 ورقة عمل تتضمن المسألة التالية:
 تحفظ بعض أنواع الفاكهة في الثلاجة بدرجة حرارة 16 درجة سليزية بزيادة أو نقصان درجتين سليزيتين.
 جد مدى درجة الحرارة التي تحفظ بها الفاكهة في الثلاجة؟

تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
 هيء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
 اطلب الى المجموعات كتابة متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسألة، وإيجاد مجموعة الحل لها.

$$x - 16 \leq 2 \text{ و } x - 16 \geq -2 \Rightarrow |x - 16| \leq 2$$

$$\Rightarrow x \leq 18 \text{ و } x \geq 14$$

$$\Rightarrow \{x : x \geq 14\} \cap \{x : x \leq 18\}$$

$$\Rightarrow \{x : 14 \leq x \leq 18\}$$

مدى درجة الحرارة التي تحفظ بها الفاكهة
 قم بتسجيل نتائج المجموعات وإعلان الفائز منها.

2 شرح وتفسير

أفهم

أرشد الطلاب الى المعطيات والمطلوب في المسألة.
 اطلب الى الطلاب تحويط المعطيات ، ووضع خط تحت المطلوب.

خطط

ناقش الطلاب في الطريقة المناسبة لحل هذه المسألة واستمع إلى مقترحاتهم.
 بين للطلاب أن حل المسألة باستعمال أفهم المسألة هي الطريقة الأنسب للحل.

حل

قم بحل المسألة على وفق خطة تحديد معقولة الاجابة، وقدم الأسئلة التالية للتلاميذ في أثناء الشرح لتوجيه انتباههم.
 ما هي نسبة الشباب الذين يمارسون الرياضة في الدراسة؟

62 بالمئة

ما هامش الخطأ في الدراسة؟

الزيادة أو النقصان ب 4 نقاط بالمئة.

ما متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسألة؟ $|x - 62| \leq 4$

ما مجموعة الحل للمتباينة؟ $\{x : 58 \leq x \leq 66\}$

تحقق :

- كيف اتحقق من صحة الحل ؟ استمع الى تبريرات الطلاب .
- وجه الطلاب الى استعمال مستقيم الأعداد للتحقق .
- اطلب الى الطلاب حل المسائل (1,2,4) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب بكتابة متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسألة فيكتبونها بعلاقة "أو" بدلاً من علاقة "و" فنكرهم بأن علاقة "و" تمثل اصغر من (أو اصغر من أو يساوي) وعلاقة "أو" تمثل اكبر من (أو أكبر من أو يساوي).

٣- تدريب:

- ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل المسائل .
- اقرأ المسائل امام الطلاب واطلب اليهم حلها وتابع اجاباتهم .

٤- تقويم:

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

سيارت السباق تصمم مكانتها لتحمل السرعة العالية
فسرعة سيارة السباق 300 k/h بزيادة او نقصان 40 k/h .
جد معدل سرعة سيارة السباق .

الحل: نفرض سرعة سيارة السباق هو x ، فنكون المتباينة التي تمثل المسألة هي :

$$|x - 300| \leq 40 \Rightarrow x - 300 \geq -40 \text{ and } x - 300 \leq 40$$

$$\Rightarrow x \geq 260 \text{ and } x \leq 340$$

$$\Rightarrow \{x: x \geq 260\} \cap \{x: x \leq 340\}$$

$$\Rightarrow \{x: 260 \leq x \leq 340\}$$

معدل سرعة سيارة السباق من 260 كم في الساعة الى 340 كم في الساعة .

Problems

مسائل

حل المسائل التالية باستراتيجية (الفهم المسألة)



1 مسك السلمون: متوسط عمر مسك السلمون من سنين الى ثماني سنوات، كما أنه يكون مهتماً بالخطر عند ارتفاع درجة حرارة المياه فهو يعيش في درجة حرارة تتراوح من 20 درجة سيليزية الى 23 درجة، اكتب متباينة تمثل درجة المياه التي لا يعيش فيها مسك السلمون واكتب مجموعة الحل.



2 ديب القنفذ: تلد أنثى القنفذ صغيراً واحداً أو اثنين ويحتاج الصغير إلى حليب أمه لأكثر من (6 إلى 14) مرة في اليوم، صغار القنفذ الصملاقة تزن من 40kg الى 60kg في عام واحد، ويعيشون مع أمهاتهم حتى سنين من العمر. اكتب متباينة تمثل وزن صغير القنفذ عندما يكون عمره سنة واحدة واكتب مجموعة الحل.



3 خلية النحل: لاحظ الور من خلال دراسة مسجحة على خلية نحل أن 88% من نحل النحل يطرون من الخلية في نهاية الصيف، فإذا كان هامش الخطأ 3 نقاط مئوية، اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل مدى النسبة المئوية لنحل الذين يطرون من الخلية واكتب مجموعة الحل.



4 التفريخ: التفريخ أو المعر الهوائي وهو من أرخص وأبسط وسائل النحل يصل والكهرباء ويعد واسطة نقل في الدول التي تكثر فيها الجبال والأسطح الرعرة، وتبدأ اليه بعض الدول أيضاً كوسيلة للترفيه ومشاهدة المناظر كما في شمال العراق. أقل سرعة لعربات التفريخ 20km/h وأكبر سرعة 40km/h، اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تبين مدى سرعة عربات التفريخ واكتب مجموعة الحل.

مراجعة الفصل Chapter Review المعرفات

English	عربي	English	عربي
general term	الحد العام	real number	العدد الحقيقي
constant sequence	المتتالية الثابتة	rooting	التجذير
common difference	أساس المتتالية	conjugate	المرافق
increasing sequence	المتتالية المتزايدة	relation	العلاقة
decreasing sequence	المتتالية المتناقصة	ordered Pair	زوج مرتب
compound inequality	التقوية المركبة	function	الدالة
absolute value	القيمة المطلقة	surjective mapping	تطبيق شامل
absolute value a	متباينة القيمة المطلقة	injective mapping	تطبيق متباين
intersection	التقاطع	bijective mapping	تطبيق متقابل
union	الاتحاد	domain	المجال
solution set	مجموعة الحل	co-domain	المجال المقابل
less than	أقل من	range	المدى
less than or equal	أقل من أو يساوي	composition of mapping	تركيب التطبيقات
greater than	أكبر من	sequence	متتالية
greater than or equal	أكبر من أو يساوي	arithmetic sequence	متتالية حسابية

الدرس [1-1] ترتيب الضرب في الأعداد الحقيقية

مثال 1: بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب الضرب على الأعداد الحقيقية واكتب الناتج لأقرب عشر:

$$(-8)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4} \sqrt{2} - \frac{1}{4} \sqrt{18} \right)$$

$$= -2 \left(\frac{1}{4} \sqrt{2} - \sqrt{2} \right) = -\frac{1}{2} \sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$= \frac{3}{2} \sqrt{2} \approx \frac{3}{2} \times 1.4 = 2.1$$

مثال 2: استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقرباً لأقرب مرتبتين عشريتين:

$$0.016 \times 10^4 + 1.957 \times 10^4$$

$$= 0.16 \times 10^4 + 1.957 \times 10^4$$

$$\approx 2.12 \times 10^4$$

استعمل مراجعة الفصل للتأكد من امتلاك الطلاب المهارات اللازمة لحل التمرينات .
قدم المثال لكل درس واطلب الى الطلاب حل التدريب وتابع إجابتهم .

سلسلة الناجح

في الرياضيات

التطبيقات الدرس [1-2]

مثال: إذا كان التطبيق: $R: A \rightarrow B$ معطى كما يأتي:

$$R = \{(1,4), (2,4), (3,5)\}$$

$$A = \{1,2,3\}, B = \{4,5,6\}$$

حيث f مثل التطبيق يعطى سهمي، وحد المجال والمدى للتطبيق

المخطط السهمي

الحل: (1, 2, 3)
المدى: (4, 5)

تمرين: إذا كانت $A = \{1, 2, 3\}$ وكان التطبيق $f: A \rightarrow A$ و $g: A \rightarrow A$ معرفين كما يأتي:

$$f = \{(1,2), (2,3), (3,1)\}$$

$$g = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$$

حدد تركيب الدالتين: i) fog ii) gof

المتتابعات الدرس [1-3]

مثال 1: اكتب الحدود الخمسة الأولى للمتتالية $\{u_n\}$

i) $u_n = \frac{1}{n}$
 $\left\{ \frac{1}{n} \right\} = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots \right\}$

ii) $u_n = \frac{2n-1}{n}$
 $\left\{ \frac{2n-1}{n} \right\} = \left\{ 1, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \frac{9}{5}, \dots \right\}$

مثال 2: اكتب الحدود الخمسة الأولى لمتتالية حسابية حدها المادع 6 وأساسها 3.

$$u_n = a + (n-1)d \rightarrow u_6 = a + 6d$$

$$\Rightarrow 6 = a + 6 \times 3 \Rightarrow a = -12$$

$$\{-12, -9, -6, -3, 0, \dots\}$$

تمرين: اكتب الحد العشرين من المتتالية الحسابية: $\{12, 6, 0, -6, -12, \dots\}$

المتباينات المركبة الدرس [1-4]

تمرين 1: حل المتباينة المركبة التي تتضمن (و) جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

$$-9 < 2x - 1 \leq 3$$

$$2x - 2 > -6 \text{ و } 2x - 2 < 0 \Rightarrow -6 < 2x - 2 < 0$$

$$\Rightarrow -4 \leq 2x < 2 \Rightarrow -2 \leq x < 1$$

$$\Rightarrow S = \{x : -2 \leq x < 1\}$$

تمرين 2: حل المتباينة المركبة جبرياً ومثلها على مستقيم الأعداد:

$$2y - 6 > -3 \text{ أو } 2y - 6 \leq -7$$

$$x + 1 > 3 \text{ أو } x + 1 \leq -4$$

$$\Rightarrow x > 2 \text{ أو } x \leq -5$$

$$\Rightarrow \{x : x > 2\} \cup \{x : x \leq -5\}$$

متباينات القيمة المطلقة الدرس [1-5]

تمرين 1: حل متباينة القيمة المطلقة، ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

$$|3y - 1| \leq 8$$

$$|x + 1| < 5 \Rightarrow -5 < x + 1 < 5$$

$$\Rightarrow -5 - 1 < x < 5 - 1 \Rightarrow -6 < x < 4$$

$$\Rightarrow S = \{x : -6 < x < 4\}$$

تمرين 2: حل متباينة القيمة المطلقة، ومثل الحل على مستقيم الأعداد:

$$\left| \frac{6-2x}{8} \right| \geq 3$$

$$\left| \frac{3x-9}{6} \right| \geq 1 \Rightarrow \left| \frac{3(z-3)}{6} \right| \geq 1 \Rightarrow \left| \frac{z-3}{2} \right| \geq 1$$

$$\Rightarrow |z-3| \geq 2 \Rightarrow -2 \geq z-3 \text{ أو } z-3 \geq 2$$

$$\Rightarrow 1 \geq z \text{ أو } z \geq 5 \Rightarrow \{z : 1 \geq z\} \cup \{z : z \geq 5\}$$

- يهدف اختبار الفصل للتأكد من إتقان الطلاب لأفكار الفصل وملاحظة مواطن الخلل لديهم.
- يمكنك الإستعانة بالجدول التالي لمعالجة أخطاء الطلاب.

Chapter Test

اختبار الفصل

بسّط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية:

1 $(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5}) = \dots$ 2 $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{8} - 5}{3\sqrt{2}} = \dots$

3 استعمال ترتيب العمليات والحاسبة لتكتب ما يلي مقرباً لأقرب عُشر:

$(\frac{1}{125})^{\frac{1}{3}} - (-\frac{1}{2})^0 + (121)^{\frac{1}{2}} \times (\frac{1}{9})^{\frac{1}{2}} = \dots$

4 إذا كان $f: z \rightarrow R$ حيث $f(x) = x^2$. ارسم مخططاً سهماً للتطبيق وبيّن هل أن التطبيق متباين، شامل، أو متقابل؟

5 إذا كان التطبيق $f: N \rightarrow N$ إذ إن $f(x) = 3x + 1$ و $g: N \rightarrow N$ إذ $g(x) = x^2$.

جد: $(fog)(5)$, $(fog)(2)$, $(gof)(2)$, $(gof)(5)$.

6 إذا كان التطبيق $f: R \rightarrow R$ حيث $f(x) = 3x + 1$ والتطبيق $g: R \rightarrow R$ إذ أن $g(x) = 2x + 5$.

هل أن $(fog)(x) = (gof)(x)$ ؟ جد قيمة x إذا كانت $(fog)(x) = 28$.

اكتب حدود للمتتابعات الآتية:

7 جد الحدود بين u_3 و u_8 لمتتابعة حسابية حدها الثاني $\frac{3}{2}$ و $d = 2$.

8 جد الحدود بين u_3 و u_6 لمتتابعة حسابية حدها الثالث 6 و $d = -\frac{5}{2}$.

حدّد نوع المتتابعة (متزايدة، متناقصة، ثابتة) لكل مما يأتي:

9 $u_n = 9 - 3n$

10 $u_n = n^2 - 2$

11 $u_n = \frac{1}{3n+1}$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية:

12 $\{\frac{n}{n+2}\} = \dots$

13 $\{4\sqrt{2}\} = \dots$

14 $\{\frac{-n}{n+5}\} = \dots$

حلّ المتباينات المركبة ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد:

15 $x + 6 \geq 12$ و $x + 6 < 20$

16 $\frac{1}{16} < \frac{z+2}{2} \leq \frac{1}{8}$

17 $x - 3 > 5$ أو $x - 3 \leq -5$

18 $7t - 5 > -1$ أو $7t - 5 \leq -14$

19 $y \leq 0$ أو $y + 7 \geq 16$

20 $\frac{y}{3} < 1\frac{1}{3}$ أو $\frac{y}{3} > 9\frac{1}{3}$

اكتب المتباينة المركبة التي تبين مدى طول الضلع الثالث في المثلث إذا كان طولا ضلعي المثلث معلومين:

21 4cm, 9cm

22 5cm, 12cm

23 7cm, 15cm

حلّ متباينات القيمة المطلقة الآتية:

24 $|x - 6| \leq 3$

25 $|3z - 5| < 4$

26 $|x + 1| > \frac{1}{2}$

27 $6|x| - 8 \geq 3$

28 $|3y| - 2 > 9$

29 $|8z| - 1 > 7$

30 $|4 - 3y| \geq 14$

31 $|\frac{6-3y}{9}| \geq 5$

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-2	لا يستطيع بعض الطلاب من استعمال ترتيب العمليات على الاعداد النسبية لتبسيط المقادير	تدريبات إعادة التعليم للدرس ١
3	لا يتمكن بعض الطلاب من كتابة العدد مقربا لأقرب عشر باستعمال الحاسبة.	تدريبات إعادة التعليم للدرس ١
4-6	لا يميز بعض الطلاب بين انواع التطبيقات ولا يستطيعون من ايجاد تركيب تطبيقين .	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٢
7-8	لا يستطيع بعض الطلاب من ايجاد حدود متتابعة حسابية .	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٣
9-11	لا يتمكن بعض الطلاب من تحديد نوع المتتالية.	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٣
12-14	لا يستطيع بعض الطلاب من كتابة الحدود الاولى للمتتابعة بمعرفة حدها العام .	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٣
15-20	لا يتمكن بعض الطلاب من حل المتباينة المركبة وايجاد مجموعة الحل لها .	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٤
21-23	لا يتمكن بعض الطلاب من تطبيق متباينة المثلث لكتابة متباينة مركبة تبين طول الضلع الثالث في مثلث .	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٤
24-31	لا يستطيع بعض الطلاب من حل المتباينات القيمة المطلقة وايجاد مجموعة الحل .	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٥

سلسلة الناجح في الرياضيات

المواد والوسائل	الخطة الزمنية	المفردات	النتائج التعليمية	الدرس
	حصة واحدة			التمهيد للفصل الاختبار القبلي
ورقة عمل	3 حصص	- مربع مجموع - مربع فرق - مكعب مجموع - مكعب فرق	ضرب مقدار جبري في مقدار جبري يمثل حالات خاصة	1 ضرب المقادير الجبرية
ورقة عمل	3 حصص	- تحليل المقدار الجبري - العامل المشترك الاكبر - ثنائية الحد - خاصية التجميع - المعكوس - التحقق من صحة الحل	تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر GFC	2 تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر
ورقة عمل	3 حصص	- الفرق بين - مربعين - العملية العكسية - المربع الكامل - الحد المفقود	تحليل المقدار الجبري الذي على صورة فرق بين مربعين والمربع الكامل	3 تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات
ورقة عمل	3 حصص	- الوسطين - الطرفين - الحد الوسط	تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود باستعمال التجربة	4 تحليل المقدار الجبري من ثلاث حدود بالتجربة
ورقة عمل	3 حصص	- مجموع مكعبين - فرق بين مكعبين	تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود الذي على صورة مجموع (فرق بين مكعبين)	5 تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين او الفرق بين مكعبين
ورقة عمل	حصتان	- النسبة - الكسر	ضرب المقادير الجبرية وقسمتها وكتابتها بأبسط صورة جمع المقادير الجبرية وطرحها وكتابتها بأبسط صورة	6 تبسيط المقادير الجبرية النسبية
ورقة عمل	حصتان			7 خطة حل المسألة (الخطوات الاربع)
	حصة واحدة			مراجعة الفصل
	حصة واحدة			اختبار الفصل

تُعلم الطالب سابقاً جمع المقادير الجبرية وطرحها والمفاهيم والخصائص والمهارات المتعلقة بها مثل كيفية جمع مقدارين جبريين ، استعمال خصائص التبديل والتجميع للحدود المتشابهة ، طرح مقدار جبري من مقدار جبري آخر ، ضرب حد جبري في مقدار جبري باستعمال خاصية التوزيع ، ضرب المقادير الجبرية باستعمال خاصية التوزيع ، قسمة مقدار جبري على حد جبري ، تحليل المقادير الجبرية باستخراج العامل المشترك ، والفرق بين مربعين وبين مقدارين مربعين. وسوف يطور الطلاب معرفتهم في المقادير الجبرية **فيتعلمون في هذا الفصل** ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين ويمثلان مجموع أو فرقهما أو مجموعاً في فرق وذلك باستعمال التوزيع والابدال والترتيب وكذلك ضرب مقدار جبري من حدين في آخر من ثلاث حدود السابقة نفسها وسوف يتعلمون ايضاً كيفية تحليل المقادير الجبرية المكونة من حدين أو ثلاثة حدود باستعمال العامل المشترك الاكبر والتحقق من صحة الحل وتحليل المقدار الجبري على صورة الفرق بين مربعين ، وعلى صورة مربع كامل ، وعلى صورة مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين ، وتحليل المقدار الجبري باستعمال التجربة وتبسيط المقادير الجبرية (الكسرية) باستعمال المضاعف المشترك الاصغر وترتيب العمليات .

الترايط الراسي

الدروس التي تُعلّمها سابقاً

- جمع المقادير الجبرية وطرحها
- ضرب حد جبري في مقدار جبري
- ضرب المقادير الجبرية
- قسمة مقدار جبري على حد جبري
- تحليل المقادير الجبرية

الدروس التي سيُعلّمها في هذا الفصل

- ضرب المقادير الجبرية .
- تحليل المقدار الجبري باستعمال عامل المشترك الاكبر .
- تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات .
- تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة .
- تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين .
- تبسيط المقادير الجبرية النسبية .
- خطة حل المسألة (الخطوات الاربع) .

المفردات

- **العامل المشترك الاكبر GFC**: يمثل حاصل ضرب العوامل المشتركة فقط
- **ثنائي الحد**: المقدار الجبري الذي يحتوي على حدين من الحدود الجبرية .
- **المضاعف المشترك الاصغر LMC**: يمثل حاصل ضرب العوامل المشتركة بأكبر أس وغير المشتركة
- **الحد المفقود**: هو الحد الذي يراد ايجاده (الاول ، الوسط ، الاخير) في المقدار الجبري $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعاً كاملاً .
- **المقدار الجبري النسبي**: هو المقدار الذي يكتب على شكل كسر في بسطه ومقامه مقدار جبري .

الفصل 2

المقادير الجبرية

Algebraic Expressions

2-1	الدروس	ضرب المقادير الجبرية
2-2	الدروس	تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر
2-3	الدروس	تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات
2-4	الدروس	تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة
2-5	الدروس	تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين
2-6	الدروس	تبسيط المقادير الجبرية النسبية
2-7	الدروس	خطة حل المسألة (الخطوات الأربع)



المنسوخة المستنسخة مدرسة عريقة أسست في زمن العباسيين في بغداد عام 1233، وكانت مركزاً علمياً وثقافياً مهماً تقع في جهة الرصافة من بغداد، وتتوسط المدرسة ساحة مستطيلة الشكل فيها نافورة كبيرة فيها ساعة المدرسة المستنسخة، لو فرضنا أن طول الساحة الداخلية للمدرسة هو $(x+14)$ متراً وعرضها $(x+2)$ متراً فيمكن حساب المساحة بضرب المقدارين الجبريين $(x+14)(x+2)$.

التمهيد للفصل

• وجه الطلاب الى صفحة الفصل في كتاب الطالب ثم اطلب اليهم ملاحظة الصورة وناقشهم في المعلومة المعطاة: تتوسط المدرسة المستنسخية ساحة مستطيلة الشكل فيها نافورة كبيرة فيها ساعة المدرسة المستنسخية لو فرضنا ان طول الساحة الداخلية للمدرسة هو $(x+14)$ متراً وعرضها $(x+2)$ متر .

• اسأل الطلاب :

• كم تبلغ مساحة ساحة المدرسة؟

مساحتها مستطيلة = الطول \times العرض

$$A = (x+14)(x+2)$$

• اسأل الطلاب : هل يمكن إيجاد ناتج ضرب القوسين ؟

• استمع إلى إجابات بعض الطلاب ووجههم الى ملاحظة :

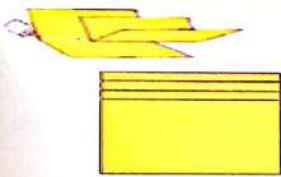
عند ضرب المقدارين يمكن استعمال خاصية التوزيع والترتيب على الأعداد.

• بين للطلاب بانهم سيدرسون في هذا الفصل :

ضرب المقادير الجبرية ، تحليل المقدار الجبري باستعمال عامل المشترك الأكبر ، تحليل المقدار الجبري المتطابقات ، تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة ، تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين او الفرق بين مكعبين ، تبسيط المقادير الجبرية النسبية ، وحل المسائل الحياتية باستعمال الخطوات الاربعة.

مطويات : منظم أفكار

عمل المطوية شبه الكتاب:



قم بطي ثلاث ورقات قياس 28 سم \times 22 سم إلى النصف ، خذ واحدة من الورقات وقصها من خط الطي تاركاً مسافة 2 سم من كل طرف ، ثم خذ الورقتين الأخرتين وقص 2 سم من كل طرف ، ثم زلق الورقتين داخل فتحة الورقة الاولى .

3- قم بطي الطرف الأيسر لتصل حافته إلى منتصف خط الطي لتصبح المطوية من ثلاث طيات/طبقات .

4- أفتح المطوية وارفع إحدى الطيات ، وقم بقصها على طول الأخدودين الناتجين عن الخطوتين 3، 2 بحيث يتشكل ثلاثة السن يمكن رفعها إلى الأعلى .

استعمال المطوية

يكتب عنوان الفصل على صفحة الغلاف ، ثم عناوين الدروس على كل صفحة داخلية ، وكل صفحة داخلية تقسم على ثلاثة اقسام . القسم الأول يكتب فيه فكرة الدرس والمفردات ، والقسم الثاني ملخص عن موضوع الدرس ، والقسم الثالث أمثلة .

التقويم التشخيصي:

• استعمل الاختبار القبلي للتحقق من امتلاك الطلاب المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذا الفصل وهي: جمع المقادير الجبرية وطرحها والمفاهيم والخصائص والمهارات المتعلقة بها مثل كيفية جمع مقدارين جبريين ، استعمال خصائص التبديل والتجميع للحدود المتشابهة ، طرح مقدار جبري من مقدار جبري آخر ، ضرب حد جبري في مقدار جبري باستعمال خاصية التوزيع ، ضرب المقادير الجبرية باستعمال خاصية التوزيع ، قسمة مقدار جبري على حد جبري ، تحليل المقادير الجبرية باستخراج العامل المشترك ، والفرق بين مربعين وبين مقدارين مربعين.

تشير الأخطاء التي قد يقع فيها الطلاب إلى جوانب الضعف في إجاباتهم ، مما يستوجب من المدرسين وضع خطط تدريسية بديلة وتنويعها ، لمعالجة الأخطاء.

المعالجة:

عالج احتياجات الطلاب بشكل فردي قبل البدء بتدريس الفصل وذلك بالاعتماد على نتائج الاختبار القبلي، ويمكنك معالجة الخلل لدى الطلاب بالاستعانة بالجدول التالي والذي يقترح معالجة مناسبة لكل مجموعة من الأسئلة تحتوي على الفكرة نفسها.

Pretest

الاختبار القبلي

DERASATY

جد ناتج جمع المقادير الجبرية التالية أو طرحها:

1 $(3x^2 + 4x - 12) + (2x^2 - 6x + 10)$

2 $(\frac{1}{2}xy + 5z - 7y) + (\frac{1}{3}xy - 3z - 2y)$

جد ناتج ضرب الحدود الجبرية الآتية:

3 $7x^2 \times \frac{1}{14x}$

4 $\sqrt{2}yz \times \sqrt{2}yz^2$

5 $\frac{3}{4}v^2t \times \sqrt{12}t^2$

6 $3h(\frac{1}{6}v - \frac{1}{3}h^2)$

جد ناتج ضرب مقدارين جبريين:

7 $(x+2)(x-2)$

8 $(5-2z)(3+3z)$

9 $(\frac{1}{2}x^2 + 6)(\frac{1}{3}x^2 + 12)$

10 $(2\sqrt{3}t-4)^2$

11 $(x+3)(x^2-3x+9)$

12 $(xy+1)(x^2y - xy^2 - 1)$

جد ناتج الضرب باستعمال الطريقة العمودية:

13 $(y-1)(y+1)$

14 $(2x+3)(4x^2 - x - 5)$

15 $(3-z)(3+5z - z^2)$

جد ناتج قسمة المقادير الجبرية الآتية:

16 $\frac{3xy^2}{15x^2y}$

17 $\frac{-47x^2}{7z^2}$

18 $\frac{8x^2 + 4x^2 - 2x}{2x}$

19 $\frac{21 - 14a + 7a^2}{7a}$

مثل المقادير الجبرية باستعمال العامل المشترك الأكبر:

20 $3y^2 + 6y^2 - 9y$

21 $\frac{1}{2}zx^2 - 2x^2x + 4zx$



33

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-2	يخطئ بعض الطلاب عند جمع وطرحها الحدود المتشابهة دون مراعاة الإشارة .	التوضيح الى الطلاب بكيفية جمع الحدود وطرحها باستعمال النظير الجمعي واستعمال ترتيب العمليات لايجاد المقدار الجبري.
3-6	لا يتمكن بعض الطلاب من ضرب الحدود الجبرية المتشابهة اذا كانت الاسس متشابهة .	تذكير الطلاب بقانون عند الضرب تجمع الاسس للاساس نفسه.
7-10	يخطئ بعض الطلاب في ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار آخر من حدين .	تذكير الطلاب باستعمال خاصية التوزيع وجمع الحدود المتشابهة .
11-12	يخطئ بعض الطلاب في ضرب مقدار من حدين في مقدار من ثلاثة حدود .	تذكير الطلاب بضرب مقدارين احدهما من حدين والآخر من ثلاثة حدود .
13-15	يخطئ بعض الطلاب في ايجاد ناتج الضرب العمودي	تذكير الطلاب باستعمال خاصية التوزيع ووضع الحدود المتشابهة تحت بعضها البعض .
16-19	قد يخطئ بعض الطلاب عند قسمة المقادير الجبرية اي حد جبري على حد جبري مراعاة الاسس .	وضح للطلاب عند قسمة حد جبري على حد جبري باستعمال قانون قسمة الاسس اي عند القسمة تطرح الاسس .
20-21	قد يخطئ بعض الطلاب باستخراج العامل المشترك الاكبر يستخرج العامل العددي فقط بدون استخراج المتغير .	ذكر الطلاب عند استخراج العامل المشترك الاكبر باستخراج العامل العددي والمتغير ايضا .

الدرس [2-1]

ضرب المقادير الجبرية

Multiplying Algebraic Expressions



حوتت حديقة منزلية مرعبة الشكل طول ضلعها h متر بممر عرضه 1 متر. ما مساحة الممر بدلالة h ؟

- فقرة الدرس
- ضرب مقدار جبري في مقدار جبري يمثل حالات خاصة.
 - المفردات
 - مربع مجموع
 - مربع فرق
 - مكعب مجموع
 - مكعب فرق

Multiplying two algebraic expressions each of one contains two terms

تعلمت سابقاً كيفية ضرب حد جبري في حد جبري وكذلك ضرب مقدار جبري في مقدار جبري. الآن سوف نتعلم كيفية ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين ويمثلان مربع مجموع أو مربع فرق أو مجموع في فرق وذلك باستعمال الخواص التي درستها سابقاً من توزيع والبدال والترتيب.

مثال (1) جد مساحة الممر المحيط بالحديقة المربعة الشكل؟

مساحة الممر هي الفرق بين مساحتي المربع الكبير (الحديقة مع الممر) والمربع الصغير (الحديقة)

$$(h+2)^2 - (h+2)(h+2) = h^2 + 2h + 2h + 4 - h^2 - 4h - 4 = h^2 + 4h + 4 - h^2 - 4h - 4 = 0$$

مساحة الحديقة مع الممر

$$(h+2)^2 = h^2 + 2h + 2h + 4 = h^2 + 4h + 4$$

مساحة الحديقة

$$h \cdot h = h^2$$

مساحة الممر

$$(h^2 + 4h + 4) - h^2 = h^2 + 4h + 4 - h^2 = 4h + 4$$

مثال (2) جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

مربع مجموع حدين

$$i) (x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

مربع الفرق بين حدين

$$ii) (x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

مجموع حدين × فرق بينهما

$$iii) (x+y)(x-y) = x^2 - xy + yx - y^2 = x^2 - y^2$$

مجموع حدين × مجموع حدين

$$iv) (x+5)(x+5) = x^2 + 5x + 3x + 15 = x^2 + 8x + 15$$

مجموع حدين × فرق بين حدين

$$v) (x+2)(x-6) = x^2 - 6x + 2x - 12 = x^2 - 4x - 12$$

فرق بين حدين × فرق بين حدين

$$vi) (x-1)(x-4) = x^2 - 4x - x + 4 = x^2 - 5x + 4$$

مثال (3) جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية:

i) $(z+3)^2 = z^2 + 6z + 9$

ii) $(h-5)^2 = h^2 - 10h + 25$

iii) $(2x-7)(2x+7) = 4x^2 - 49$

iv) $(3y-1)(y+2) = 3y^2 + 7y + 2$

v) $(v-\sqrt{2})(v-\sqrt{2}) = v^2 - 2$

vi) $(n-\sqrt{3})(5n-\sqrt{3}) = 5n^2 - 6\sqrt{3}n + 3$

إعادة التعليم

* عند ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين يمثلان مربع مجموع أو مربع فرق أو مجموع في فرق استعمل الخواص خاصة التوزيع والبدال والترتيب.

* عند ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود استعمل خاصية التوزيع والبدال والترتيب

مثال : جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين

1) $(h+5)^2 = (h+5)(h+5) = h^2 + 5h + 5h + 25 = h^2 + 10h + 25$

2) $(r-\sqrt{3})(r+\sqrt{3}) = r^2 - \sqrt{3}r + \sqrt{3}r - 3 = r^2 - 3$

تدريبات

جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية:

1) $(2x-3)(2x+3) = 4x^2 - 9$

2) $(x+2)(x^2 - 3x + 2) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2x^2 - 6x + 4 = x^3 - x^2 - 4x + 4$

3) $(k-4)^3 = (k-4)(k-4)^2 = (k-4)(k^2 - 8k + 16) = k^3 - 8k^2 + 16k - 4k^2 + 32k - 64 = k^3 - 12k^2 + 48k - 64$

نتائج التعلّم	ضرب مقدار جبري في مقدار جبري يمثل حالات خاصة.
المواد والوسائل	ورقة عمل مكتوب عليها المقادير الجبرية: 1) $(x-1)(x+1)$ 2) $(y+2)(y-2)$ 3) $(x+y)(x-y)$

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظّم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.

• اطلب إلى المجموعات إيجاد ناتج ضرب المقادير الجبرية باستعمال ضرب المقدار الجبري في مقدار جبري.

• اسأل الطلاب :

• ما الطريقة التي تستعمل في إيجاد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري ؟ طريقة التوزيع والترتيب .

1) $(x-1)(x+1) = x^2 - 1 - x + x = x^2 - 1$

2) $(y+2)(y+2) = y^2 + 4 + 2y + 2y = y^2 + 4y + 4$

3) $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2 + yx - xy = x^2 - y^2$

• سجّل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

• اكتب على السبورة المقدار الجبري الآتي :

$(y+3)(y^2 - 2y + 2) = \dots$

• اسأل الطلاب :

• هل يمكن إيجاد ناتج هذا المقدار الجبري للاسلوب نفسه السابق، وما الخطوات اللازمة للحل ؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس ضرب مقدار جبري في مقدار جبري تمثل حالات خاصة .

2 شرح وتفسير

تعلّم: وجّه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وحينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .

• اسأل الطلاب : ما فائدة تسمية الحالات الخاصة بالضرب ؟ لتسهيل عملية الضرب .

- قَدِّم المثال (1) لتبين للطلاب كيفية إيجاد مساحة الممر
- قَدِّم المثال (2،4) لتبين للطلاب كيفية تصنيف ضرب المقادير الجبرية من خلال حدود الاقواس المضروبة ببعضها .
- قَدِّم المثال (3،5) لتبين للطلاب التطبيقات العملية في ضرب المقادير الجبرية .

أمثلة إضافية: قدّم الامثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.
جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية :

$$1) (x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$$

$$2) (x - \frac{1}{2})(x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}) = x^3 - \frac{1}{8}$$

$$3) (z+2)^2 = z^2 + 4z + 4$$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

• **الأسئلة (1-7)** يتطلب ايجاد ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين .

• **الأسئلة (8-13)** يتطلب الحل ايجاد ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري ثلاث حدود .

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح .

• اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (1,3,4,7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند ضرب قوسين تحتوي بعض حدودهما على جذور ، فلذا ذكرهم بكيفية ضرب الجذور التربيعية والتكعيبية.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرّب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

• **السؤال (28, 29)** يتطلب الحلّ ايجاد ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود مع مراعاة ضرب الجذور .

تدرّب وحلّ مسائل حياتية: اطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• **السؤال (31)** يتطلب حل السؤال ايجاد مساحة اللوحة التي رسمها وائل وان مساحتها تعتمد على قيمة y فلذا ان المساحة تكون بالوحدات المربعة سواء اكانت سم أو دسم أو متر والشيء نفسه ينطبق على المسألة 48 فان الحجم بالوحدات المكعبة .

[2-1] ضرب مقدار جبري من حدين في آخر من ثلاثة حدود

Multiplying algebraic expression from two terms by another from three terms

تمثلت سابقاً ضرب المقادير الجبرية من عدة حدود والآن سوف نتعلم حالات خاصة من ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود وذلك باستعمال الخواص التي درستها في التوزيع والإبدال والترتيب .

مثال (4) جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

i) $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3 - 2x^2 + 4x + 2x^2 - 4x + 8 + x^3 + 8 = x^3 + 2^4$ ناتج الضرب مجموع مكعبين

ii) $(y-3)(y^2+3y+9) = y^3 + 3y^2 + 9y - 3y^2 - 9y - 27 = y^3 - 27 = y^3 - 3^3$ ناتج الضرب الفرق بين مكعبين

iii) $(y+2)^2 = (y+2)(y+2) = (y+2)(y^2+4y+4)$ مكعب مجموع حدين

$= y^3 + 4y^2 + 4y + 2y^2 + 8y + 8 = y^3 + 6y^2 + 12y + 8$

iv) $(z-3)^2 = (z-3)(z-3) = (z-3)(z^2-6z+9)$ مكعب الفرق بين حدين

$= z^3 - 6z^2 + 9z - 3z^2 - 18z - 27 = z^3 - 9z^2 + 27z - 27$

مثال (5) جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية:

i) $(2v+5)(4v^2-10v+25) = 8v^3 - 20v^2 + 50v + 20v^2 - 50v + 125 = 8v^3 + 125 = (2v)^3 + 5^3$

ii) $(\frac{1}{3}z - z)(\frac{1}{9}z + \frac{1}{3}z + z^2) = \frac{1}{27}z^3 + \frac{1}{9}z^3 + \frac{1}{3}z^3 - \frac{1}{9}z^3 - \frac{1}{3}z^3 - z^3 = \frac{1}{27}z^3 - z^3 = (\frac{1}{3}z)^3 - z^3$

iii) $(x - \sqrt{2})(x^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{4}) = x^3 + \sqrt{2}x^2 + \sqrt{4}x - \sqrt{2}x^2 - \sqrt{4}x - \sqrt{8} = x^3 - 2$

$= x^3 + \sqrt{2}x^2 - \sqrt{2}x^2 + \sqrt{4}x - \sqrt{4}x - 2 = x^3 - 2$

iv) $(x + \frac{1}{2})^2 = (x + \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2}) = (x + \frac{1}{2})(x^2 + x + \frac{1}{4}) = x^3 + x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = x^3 + x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = x^3 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8}$

v) $(y-5)^2 = (y-5)(y-5) = (y-5)(y^2-10y+25)$

$= y^3 - 10y^2 + 25y - 5y^2 + 50y - 125$

$= y^3 - 15y^2 + 75y - 125$

35

التمرينات

Multiple Choice

الدرس [2-1] ضرب المقادير الجبرية

Multiplying Algebraic Expressions

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري آخر:

1) $(x+5)^2$ a) $x^2 - 10x + 25$ b) $x^2 + 10x + 25$ c) $x^2 + 5x + 25$ d) $x^2 - 5x + 25$

2) $(z - \sqrt{7})^2$ a) $z^2 - 7z + 49$ b) $z^2 + 7z + 49$ c) $z^2 - \sqrt{7}z + 7$ d) $z^2 - 2\sqrt{7}z + 7$

3) $(x+8)(x-8)$ a) $x^2 - 64$ b) $x^2 + 64$ c) $x^2 + 16$ d) $x^2 - 16$

4) $(3-2z)(3+2z)$ a) $6 - 4z^2$ b) $9 - 4z^2$ c) $6 + 4z^2$ d) $9 + 4z^2$

5) $(y + \sqrt{6})(y - \sqrt{6})$ a) $y^2 - \sqrt{12}$ b) $y^2 - 6$ c) $y^2 + \sqrt{12}$ d) $y^2 + 6$

6) $(2x-3)(x+9)$ a) $2x^2 + 15x - 27$ b) $2x^2 - 5x - 27$ c) $2x^2 - 15x + 27$ d) $2x^2 + 15x + 27$

7) $(y-2)(y^2+2y+4)$ a) $y^3 + 8$ b) $y^3 - 8$ c) $y^3 + 4$ d) $y^3 - 16$

8) $(\frac{1}{3}x)(\frac{1}{9} + \frac{1}{3}x + x^2)$ a) $\frac{1}{27}x^3$ b) $\frac{1}{27} + x^3$ c) $\frac{1}{9} + x^3$ d) $\frac{1}{9} - x^3$

9) $(z-2)^2$ a) $z^2 + 6z^2 + 12z + 8$ b) $z^2 - 6z^2 + 12z - 8$

c) $z^2 + 6z^2 - 12z - 8$ d) $z^2 - 6z^2 - 12z + 8$

10) $(y + \frac{1}{3})^2$ a) $y^2 - \frac{3}{3}y^2 + \frac{3}{25}y - \frac{1}{125}$ b) $y^2 + \frac{3}{3}y^2 - \frac{3}{25}y + \frac{1}{125}$

c) $y^2 + \frac{3}{3}y^2 + \frac{3}{25}y + \frac{1}{125}$ d) $y^2 - \frac{3}{3}y^2 - \frac{3}{25}y - \frac{1}{125}$

102

تأخذ من لهيث

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

- 1 $(x+3)(x-3)$
- 3 $(z+\sqrt{5})(z-\sqrt{5})$
- 5 $(x-3)(x-2)$
- 7 $(\frac{1}{3}y+3)(\frac{1}{3}y+2)$

- 2 $(\sqrt{7}-h)^2$
- 4 $(v+5)(v+1)$
- 6 $(3x-4)(x+5)$

الأسئلة (1-7)
شبهة للمثالين (2,3)

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

- 8 $(y+2)(y^2-2y+4)$
- 10 $(v-\sqrt{3})(v^2+\sqrt{3}v+\sqrt{9})$
- 12 $(x+5)^2$

- 9 $(2z+4)(4z^2-8z+16)$
- 11 $(\sqrt{\frac{2}{7}}+m)(\sqrt{\frac{4}{49}}-\sqrt{\frac{2}{7}}m+m^2)$
- 13 $(y-4)^2$

الأسئلة (8-13)
شبهة للمثالين (4,5)

تدريب وحل التمرينات

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

- 14 $(a-6)^2$
- 16 $(x+\sqrt{8})^2$
- 18 $(8+h)(3+h)$
- 20 $(2x-3)(x+9)$

- 15 $(y+5)(y-5)$
- 17 $(y+\sqrt{6})(y-\sqrt{6})$
- 19 $(4-y)(5-y)$
- 21 $(z-2\sqrt{7})(2z-\sqrt{7})$

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

- 22 $(x+6)(x^2-6x+36)$
- 24 $(z-3)^3$
- 26 $(x-\sqrt[3]{4})(x^2+\sqrt[3]{4}x+\sqrt[3]{16})$
- 28 $(\sqrt[3]{\frac{1}{5}}+n)(\sqrt[3]{\frac{1}{25}}-\sqrt[3]{\frac{1}{5}}n+n^2)$

- 23 $(y-1)(y^2+y+1)$
- 25 $(\frac{2}{3}-r)(\frac{4}{9}+\frac{2}{3}r+r^2)$
- 27 $(z-\sqrt{5})^2$
- 29 $(\sqrt[3]{\frac{1}{9}}+\frac{1}{h})(\sqrt[3]{\frac{1}{81}}-\sqrt[3]{\frac{1}{9}}\frac{1}{h}+\frac{1}{h^2})$

الإثراء

جد ناتج كل مما يلي بأبسط صورة:

- 1 $(x-5)^2 - (x^2 - 10x)$
 $= x^2 - 10x + 25 - x^2 + 10x = 25$
- 2 $(y-2)^3 + (y^2 + 8)$
 $= y^3 - 6y^2 + 12y - 8 + y^2 + 8$
 $= y^3 - 5y^2 + 12y$
- 3 $(4+x)(4-x) + x^2$
 $= 16 - x^2 + x^2 = 16$
- 4 $(z-\sqrt{2})(3z+\sqrt{2}) + \sqrt{8}z$
 $= 3z^2 - 2\sqrt{2}z - 2 + \sqrt{8}z$
 $= 3z^2 - 2$
- 5 $(\frac{1}{2}+x)(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}x+x^2) - (\frac{1}{8}+x^3)$
 $= \frac{1}{8} + x^3 - \frac{1}{8} - x^3 = 0$
- 6 $(\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}})^2 = 1 - \frac{1}{3}$

أثبت ان:

$$L.S. = 3 - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = R.S.$$

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال اعادة التعليم .
السؤال (49) يتطلب الحل اولاً ايجاد ناتج كل قوس ثم الجمع الجبري للحدود المتشابهة .
اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع إجابتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .
جد ناتج المقادير الآتية :

$$1) (z+4)^2 = z^2 + 8z + 16$$

$$2) (x-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثرانية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل .
اطلب إليهم ايجاد ناتج المقادير الآتية :

$$1) (x+1)^2 - (x^2 - 2) = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2 = 2x + 3$$

$$2) (h-2)^2 + 4h = 8h^2 - 4h + 4 + 4h = 8h^2 + 4$$

تدريب وحل مسائل حياتية



30 **مسبح:** بعد فندق بغداد أحد الفنادق السياحية المهمة في العاصمة العراقية بغداد، يبلغ طول المسبح فيه $(x+9)$ أمتار وعرضه $(x+1)$ متر، ومحاط بممر عرضه 1 متر. اكتب مساحة المسبح مع العمر بأبسط صورة بدلالة x .



31 **تاريخ:** تقع مدينة بابل شمال مدينة الحلة في العراق حيث عاش البابليون فيها منذ 3000 سنة قبل الميلاد تقريباً. وقد بنوا سنة 575 م بوابة عشتار التي تعد البوابة الثامنة في سور مدينة بابل. رسم وائل لوحة فنية تمثل بوابة عشتار بالأبعاد $(y+7)$ ، $(y-4)$ سنتمترات. اكتب مساحة اللوحة التي رسمها وائل بأبسط صورة بدلالة y .



32 **أسمك زينة:** حوض سمك زينة مكعب الشكل طول حرفه $(v+3)$ سنتمتر. اكتب حجم حوض الزينة بأبسط صورة بدلالة v .

فكر

33 **تحذ:** جد ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

$$(x+1)^2 - (x-2)^2$$

34 **أصح خطأ:** كتبت تسرين ناتج ضرب المقادير الجبريين كالآتي:

$$(\sqrt{5}h-4)(h-6) = 5h^2 + 10h - 24$$

حدد خطأ تسرين وصححه.

35 **حل عددي:** إن الحدين أكبر؟ العدد $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ أم العدد $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$. وضع إجابتك.

$$(2z + \frac{1}{2})(2z - \frac{1}{2})$$

اكتب ناتج ضرب المقادير الجبريين:

الدرس [2-2]
تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر
Factoring the Algebraic Expression by using Greater Common Factor

فكرة الدرس
تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر
المعادلات
المعادلات الجبرية
تحليل المقدار الجبري
العامل المشترك الأكبر
ثلاثية الحد
المكسور
التحقق من صحة الحل

بعد نصب مساحة كهرةمة وسط بغداد من المعالم الحضارية المنيرة في العراق، بتوسط نمثال كهرةمة الساحة التي تقع في منطقة الكرادة ويبلغ نصف قطر قاعدة النمثال 2 متر ويحيط به حوض على شكل معر دائري، اذا كان نصف قطر النمثال مع الحوض 2 + 2 متر، فعد مساحة الحوض

مثال (1)
نصف قطر قاعدة نمثال كهرةمة 2 متر، ونصف قطر قاعدة النمثال مع الحوض 2 + 2 متر، جد مساحة النمثال.
مساحة النمثال مع الحوض
مساحة النمثال
مساحة الحوض
(4π) العامل المشترك الأكبر
مساحة الحوض المحيط بالنمثال (4π(r+1) متر مربع

مثال (2)
حل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل:
العامل المشترك الأكبر هو 3x
التحقق:
فتح القوس مع تبسيط الجذور العددية
العامل المشترك الأكبر هو 2√3 yz
التحقق:
نلاحظ المتغيرات متساوية في الحدود مع المقدار الأصلي وكذلك المعاملات العددية لأن:

38

نتائج التعلّم	تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر.
المواد والوسائل	ورقة عمل مكتوب عليها المقادير الجبرية 1) $x^3 - xy$ 2) $6x^2y - 9xy^2$ 3) $4x^2 - 8xy + 12$

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
• اطلب إلى المجموعات تحليل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر.
اسأل الطلاب:
• كيفية استخراج العامل المشترك الأكبر بين الحدود:
العمل المشترك الأكبر يستخرج بضرب العوامل المشتركة بين الحدود

- 1) $x^3 + xy = x(x^2 + y)$
2) $6x^2y - 9xy^2 = 3xy(2x - 3y)$
3) $4x^2 - 8xy + 12 = 4(x^2 - 2xy + 3)$
• سجّل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.
• اكتب على السبورة المقدار الآتي:

$6y^3 + 18y^2 - 27y$
اسأل الطلاب:
• هل يمكن تحليل المقدار الجبري بالاسلوب السابق نفسه بإيجاد العامل، وما العامل المشترك الأكبر؟
استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيبدرسون في هذا الدرس تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر.

2 شرح وتفسير

تعلّم: وجه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيّنهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم.
• اسأل الطلاب كيف تتحقق من صحة الحل؟
• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر المكون من ثلاثة حدود وكيفية التحقق من صحة الحل.
• قدم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر.

إعادة التعليم

تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر (يمثل حاصل ضرب العوامل المشترك فقط وبأكبر اس) وسوف نتعلم تحليل المقادير الجبرية مكونة من حدين أو ثلاثة حدود باستعمال العامل المشترك الأكبر والتحقق من صحة الحل.
مثال: حلل المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر وتحقق من صحة الحل

$10y^3 + 20y^2 - 5y = 5y(2y^2 + 4y - 1)$
للتحقق من صحة الحل
 $5y(2y^2 + 4y - 1) = 5y(2y^2) + 5y(4y) - 5y(1)$
 $= 10y^3 + 20y^2 - 5y$

تدريبات
حلل المقدار الجبري وتحقق من صحة الحل.
 $4x^3 - 16x^2 + x - 4 = 4x^2(x - 4) + (x - 4)$
 $= (x - 4)(4x^2 + 1)$
التحقق:
 $(x - 4)(4x^2 + 1) = x(4x^2 + 1) - 4(4x^2 + 1)$
 $= 4x^3 + x - 16x^2 - 4$
 $= 4x^3 - 16x^2 + x - 4$

مثال (3) حل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر:

- i) $5x(x+3) - 7(x+3) = (x+3)(5x-7)$ العامل المشترك الأكبر هو $(x+3)$
 ii) $\frac{1}{2}(y-1) + \frac{1}{3}y^2(y-1) = (y-1)(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}y^2)$ العامل المشترك الأكبر هو $(y-1)$
 iii) $\sqrt{3}v^2(z+2) - \sqrt{5}v(z+2) = (z+2)(\sqrt{3}v^2 - \sqrt{5}v)$ العامل المشترك الأكبر هو $(z+2)$
 $= v(z+2)(\sqrt{3}v - \sqrt{5})$

2-2-2] تحليل مقدار جبري باستعمال التجميع
Factoring algebraic expression by grouping

تعلمت في الفقرة السابقة كيفية تحليل المقدار الجبري المكون من حدين أو ثلاثة حدود باستعمال العامل المشترك الأكبر، والآن سوف نتعلم كيفية تحليل مقدار جبري مكون من أربعة حدود أو أكثر باستعمال تجميع الحدود بحيث يوجد الحدود التي يمكن تجميعها عوامل مشتركة.

مثال (4) حل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل:

- i) $4x^4 - 8x^2 + 5x - 10 = (4x^4 - 8x^2) + (5x - 10)$ تجميع الحدود التي لها عوامل مشتركة
 $= 4x^2(x-2) + 5(x-2)$ تحليل الحدود المجمعة
 $= (x-2)(4x^2 + 5)$ العامل المشترك الأكبر هو $(x-2)$
 التحقق:
 استعمال خاصية التوزيع
 $(x-2)(4x^2 + 5) = x(4x^2 + 5) - 2(4x^2 + 5)$
 $= 4x^3 + 5x - 8x^2 - 10 = 4x^4 - 8x^2 + 5x - 10$ استعمال الضرب والترتيب
 ii) $\sqrt{2}h^2t + \sqrt{3}t^2v - \sqrt{8}h^2v - \sqrt{12}v^2t = (\sqrt{2}h^2t - \sqrt{8}h^2v) + (\sqrt{3}t^2v - \sqrt{12}v^2t)$ تجميع الحدود
 $= \sqrt{2}h^2(t-2v) + \sqrt{3}tv(t-2v)$ تحليل الحدود المجمعة
 $= (t-2v)(\sqrt{2}h^2 + \sqrt{3}tv)$ العامل المشترك الأكبر هو $(t-2v)$
 التحقق:
 استعمال خاصية التوزيع
 $(t-2v)(\sqrt{2}h^2 + \sqrt{3}tv) = t(\sqrt{2}h^2 + \sqrt{3}tv) - 2v(\sqrt{2}h^2 + \sqrt{3}tv)$ استعمال الضرب والترتيب
 $= \sqrt{2}h^2t + \sqrt{3}t^2v - \sqrt{8}h^2v - \sqrt{12}v^2t$

مثال (5) حل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس:

- $14x^3 - 7x^2 + 3 - 6x = (14x^3 - 7x^2) + (3 - 6x)$ تجميع الحدود
 $= 7x^2(2x-1) + 3(1-2x)$ تحليل الحدود المجمعة
 $= 7x^2(2x-1) + 3(-1)(2x-1)$ استعمال المعكوس
 $= 7x^2(2x-1) - 3(2x-1)$ كتابة $+3(-1)$ على شكل -3
 $= (2x-1)(7x^2-3)$ العامل المشترك الأكبر هو $(2x-1)$

قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار باستعمال خاصية التجميع وكيفية التحقق من صحة الحل.
 قدم المثال (5) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس وكيفية التحقق من صحة الحل
أمثلة إضافية: قدم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

- 1) $8x^3 + 16x^2 - 4x = 4x(2x^2 + 4x - 1)$
 2) $3x(x-2) - 2(x-2) = (x-2)(3x-2)$
 3) $9x^3 + 18x^2 + x + 2 = 9x^2(x+2) + (x+2)$
 $= (x+2)(9x^2 + 1)$

تأكد من فهمك: أطلب إلى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

- الأسئلة (4 - 1) يتطلب الحل باستعمال العامل المشترك الأكبر.
- الأسئلة (8 - 5) يتطلب الحل باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر.
- الأسئلة (12 - 9) يتطلب الحل باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل.
- الأسئلة (16 - 13) يتطلب الحل باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس.

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم للمرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2،4،6،8) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند تحليل مقدار جبري باستعمال العامل المشترك الأكبر فيكتبون عاملاً مشتركاً فقط وليس أكبر، مثل $4x, 8x^2, 12x^3$ فيكتبون العامل المشترك الأكبر هو $2x$ ، لذا فذكرهم به.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرّب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم.

تدرّب وحلّ مسائل حياتية: اطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

- السؤال (38) تحليل المقدار ينتج قوسين متشابهين اي أن بعدي المسطح متساويان اي ان المسطح مربع الشكل.

التمرينات

Multiple Choice

الدرس [2-2] تحليل المقدار الجبري بالعامل المشترك الأكبر
Using Greater Common Factor to factor Algebraic Expression

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
حل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF):

- 1) $12x^3 + 9x^2 - 3x$ a) $3x(4x^2 + 3x + 1)$ b) $3x(4x^2 + 3x - 1)$
 c) $9x(3x^2 + x + 1)$ d) $9x(3x^2 + x - 1)$
 2) $6y^3(3y - 4) + 36y$ a) $6y(3y^2 + 4y + 6)$ b) $6y(3y^2 + 4y - 6)$
 c) $6y(3y^2 - 4y - 6)$ d) $6y(3y^2 - 4y + 6)$
 حل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر:
 3) $3z(z-3) - 7(z-3)$ a) $(z+3)(3z-7)$ b) $(z-3)(3z+7)$
 c) $(z-3)(3z-7)$ d) $(z+3)(3z+7)$
 4) $\frac{1}{4}(x+9) - \frac{1}{2}x^2(x+9)$ a) $(x+9)(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x^2)$ b) $(x-9)(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x^2)$
 c) $(x+9)(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}x^2)$ d) $(x+9)(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x^2)$
 5) $\sqrt{2}v(x-1) - \sqrt{3}v(x-1)$ a) $(x+1)(\sqrt{2}v - \sqrt{3}v)$ b) $(x-1)(\sqrt{2}v - \sqrt{3}v)$
 c) $(x-1)(\sqrt{2}v + \sqrt{3}v)$ d) $(x+1)(\sqrt{2}v + \sqrt{3}v)$
 حل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل:
 6) $3y^4 - 9y^3 + 5y - 15$ a) $(y+3)(3y^2 + 5)$ b) $(y+3)(3y^2 - 5)$
 c) $(y-3)(3y^2 + 5)$ d) $(y-3)(3y^2 - 5)$
 حل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس:
 7) $20y^4 - 4y^2 + 3 - 15y$ a) $(5y+1)(4y^2+3)$ b) $(5y-1)(4y^2+3)$
 c) $(5y-1)(4y^2-3)$ d) $(5y+1)(4y^2-3)$
 8) $\frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 4 - 2x$ a) $(x-2)(\frac{1}{6}x^3 - 2)$ b) $(x+2)(\frac{1}{6}x^3 - 2)$
 c) $(x+2)(\frac{1}{6}x^3 + 2)$ d) $(x-2)(\frac{1}{6}x^3 + 2)$

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب دوى المستوى الضعيف الى استعمال اعادة التعليم .

اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .
حل كل من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة :

$$1) 5y(y + 3) - 2(y + 3) = (y + 3)(5y - 2)$$

$$2) x^2 - \sqrt{5}x - x + \sqrt{5} = x(x - \sqrt{5}) - (x - \sqrt{5})$$

$$= (x - \sqrt{5})(x - 1)$$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل .
اطلب إليهم تحليل المقدار باستعمال خاصية تجميع الحدود الجبرية :

$$12y^3 - 9y^2 + 20y - 15 = (12y^3 - 9y^2) + (20y - 15)$$

$$= 3y^2(4y - 3) + 5(4y - 3)$$

$$= (4y - 3)(3y^2 + 5)$$

تناقذ من فهمك

حل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل:

- | | | |
|--------------------------------------|---|-------------------|
| 1) $9x^2 - 21x$ | 4) $10 - 15y + 5y^2$ | الأسئلة (1 - 4) |
| 2) $14z^4 - 21z^2 - 7z^2$ | 5) $\sqrt{8}t + \sqrt{2}(t^2 - \sqrt{3}t)$ | مشابهة للنمط (2) |
| 3) $3y(y - 4) - 5(y - 4)$ | 6) $\frac{1}{4}(t+5) + \frac{1}{3}t(t+5)$ | الأسئلة (5 - 8) |
| 4) $\sqrt{2}n(x+1) - \sqrt{3}m(x+1)$ | 7) $2x(x^2-3) + 7(x^2-3)$ | مشابهة للنمط (3) |
| 5) $3y^4 - 6y^2 + 7y - 14$ | 8) $21 - 3x + 35x^2 - 5x^4$ | الأسئلة (9 - 12) |
| 6) $2t^2k + 3k^2v - 4t^2v - 6v^2k$ | 9) $3z^2 - \sqrt{18}z^2 + z - \sqrt{2}$ | مشابهة للنمط (4) |
| 7) $21y^4 - 7y^2 + 3 - 9y$ | 10) $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^4 + 5 - 10x$ | الأسئلة (13 - 16) |
| 8) $6z^2 - 9z^2 + 12 - 8z$ | 11) $5t^4 - 15t^2 - 2t + 6$ | مشابهة للنمط (5) |

تدرب وحل التمرينات

حل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل:

- | | |
|---|--|
| 1) $12y^3 - 21y^2$ | 14) $5t^4 + 10t^2 - 15t$ |
| 2) $6v^2(3v - 6) + 18v$ | 15) $\sqrt{12}n^4t + \sqrt{3}(n^4 - \sqrt{2}nt)$ |
| 3) $\frac{1}{2}(y+1) + \frac{1}{3}y^2(y+1)$ | 16) $\sqrt{5}k(x^2+1) - \sqrt{5}v(x^2+1)$ |
| 4) $5x^4 - 10x^2 + 10x - 20$ | 17) $49 - 7z + 35z^2 - 5z^4$ |
| 5) $3t^4k + 9k^2s - 6t^4s - 18s^2k$ | 18) $2y^4 - \sqrt{12}y^3 + \sqrt{2}y - \sqrt{6}$ |
| 6) $12x^4 - 4x^2 + 3 - 9x$ | 19) $4t^4 - 16t^2 - 3t + 12$ |

الإثراء

حلل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر وتحقق من صحة الحل .

$$1) 2h^3 - 6h^2 - 3h + 9 = (2h^3 - 6h^2) - (3h - 9)$$

$$= 2h^2(h - 3) - 3(h - 3)$$

$$= (h - 3)(2h^2 - 3)$$

التحقق :

$$(h - 3)(2h^2 - 3) = h(2h^2 - 3) - 3(2h^2 - 3)$$

$$= 2h^3 - 3h - 6h^2 + 9$$

$$= 2h^3 - 6h^2 - 3h + 9$$

$$2) \frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{2}z - z - 2 = \frac{1}{4}z(z + 2) - (z + 2)$$

$$= (z + 2)\left(\frac{1}{4}z - 1\right)$$

التحقق :

$$(z + 2)\left(\frac{1}{4}z - 1\right) = z\left(\frac{1}{4}z - 1\right) + 2\left(\frac{1}{4}z - 1\right)$$

$$= \frac{1}{4}z^2 - z + \frac{1}{2}z - 2$$

$$= \frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{2}z - z - 2$$

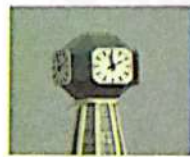
تدرب وحل مسائل حياتية



29) **الطاقة الشمسية:** الألواح الشمسية هي المكون الرئيس في أنظمة الطاقة الشمسية التي تقوم بتوليد الكهرباء، وتصنع الخلايا من مواد شبه موصلة مثل السيليكون تمتص الضوء من الشمس. ما أبعاد اللوح الشمسي بدلالة x ، إذا كانت المساحة $3x(x - 4) - 22(x - 4)$ أمتار مربعة؟



30) **طيور الفلامنكو:** طائر الفلامنكو، من جنس النحاميات وهو من الطيور المهاجرة التي تمتاز بشكلها الجميل ولونها الوردى، وتقطع مسافات بعيدة في أثناء موسم الهجرة السنوي مروراً بمنطقة الأهوار جنوب العراق لتحصل على الغذاء من المسطحات المائية. إذا كانت مساحة المسطح المائي الذي غطته طيور الفلامنكو في أحد الأهوار $4y^2 + 14y + 7(2y + 7)$ أمتار مربعة، فما شكل المسطح وما أبعاده بدلالة y ؟



31) **ساعة بغداد:** ساعة بغداد هي مبنى مرتفع تعلوه ساعة معلقة على برج لها أربعة أوجه، يقع المبنى ضمن منطقة ساحة الاحتفالات في بغداد وأنشئت في سنة 1994م. ما نصف قطر الدائرة الداخلية للساعة بدلالة z إذا علمت أن مساحتها $z^2\pi - 3z\pi - \pi(3z - 9)$ ؟

فكر

32) **تحذ:** حلل المقدار الآتي الى ابسط صورة:

$$5x^4y + 7y^3z - 10x^4z - 14z^2y^2$$

33) **اصحح الخطأ:** كتبت ابتسام ناتج تحليل المقدار التالي كما يأتي:

$$\sqrt{2}t^4 - \sqrt{24}t^3 + t^2 - \sqrt{12}t = (t + 2\sqrt{3})(\sqrt{2}t^2 - t)$$

اكتشف خطأ ابتسام وصححه.

$$x^2 + 3x + 5x + 15 = (x + 3)(x + \frac{1}{2})$$

34) **حل عددي:** ما العند المجهول في المقدار

ناتج طرح المقدار $(x - y)(x - y)$ من المقدار $(x + y)(x + y)$ باسطة صورة.

اكتب

تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات
Factoring the Algebraic Expression by using Special Identities
الدرس [2-3]



معلم
بعد ملعب الشعب الدولي في العاصمة العراقية بغداد من الملاعب المهمة في العراق إذ أُنشئ عام 1966. إذا كانت مساحة الساحة المصممة لكرة القدم التي تتوسط أرضيته بعرضها المقدار $400 - x^2$ متر مربع، فما أبعاد الساحة؟

فكرة الدرس
• تحليل المقدار الجبري كفرق بين مربعين ومربع كامل.
المفردات
• فرق بين مربعين
• مربع كامل
• الحد العام
• اكتمال المربع
• الحد المفقود

تحليل المقدار الجبري بالفرق بين مربعين
Factoring the algebraic expression by difference of two squares
[2-3-1]

تعرفت سابقاً كيفية إيجاد ناتج ضرب مقدار جبري في آخر جبري آخر الأول يمثل مجموع حدين والآخر يمثل الفرق بينهما والناتج يمثل الفرق بين مربعيهما، والأن سوف تتعلم العملية العكسية لعملية الضرب وهي تحليل المقدار الجبري الذي على صورة فرق بين مربعين $(x + y)(x - y) = (x^2 - y^2)$.
المقدار $x^2 + y^2$ لا يتحلل في هذه المرحلة.

مثال (1) جد أبعاد ساحة كرة القدم التي مساحتها $400 - x^2$ متر مربع.
التعبير على هيئة مربع كامل
الخطوات:
القوس الأول: الحد التربيعي للحد الأول + الحد التربيعي للحد الثاني
القوس الثاني: الحد التربيعي للحد الأول - الحد التربيعي للحد الثاني
لذا طول ساحة كرة القدم $x + 20$ متراً وعرضها $x - 20$ متراً

مثال (2) حل كل مقدار من المقادير التالية كفرق بين مربعين:
i) $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$
ii) $36y^2 - z^2 = (6y + z)(6y - z)$
iii) $49 - v^2 = (7 + v)(7 - v)$
iv) $2x^2 - z^2 = (\sqrt{2}x + z)(\sqrt{2}x - z)$
v) $5h^2 - 7v^2 = (\sqrt{5}h + \sqrt{7}v)(\sqrt{5}h - \sqrt{7}v)$
vi) $12 - t^2 = (2\sqrt{3} + t)(2\sqrt{3} - t)$
vii) $8x^2y - 2xy^2 = 2xy(4x^2 - y^2) = 2xy(2x + y)(2x - y)$
التحليل باستعمال العامل المشترك.
التحليل باستعمال الفرق بين المربعين.
viii) $\frac{1}{16}z^4 - \frac{1}{81} = (\frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{9})(\frac{1}{4}z^2 - \frac{1}{9}) = (\frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{9})(\frac{1}{2}z + \frac{1}{3})(\frac{1}{2}z - \frac{1}{3})$

إعادة التعليم

أولاً: تحليل المقدار الجبري على صورة الفرق بين مربعين

1) $x^2 - 9 = (x)^2 - (3)^2 = (x + 3)(x - 3)$
2) $4x^2 - y^2 = (2x)^2 - (y)^2 = (2x + y)(2x - y)$

ثانياً: تحليل مقدار مؤلف من ثلاثة حدود على صورة مربع كامل

3) $x^2 - 8x + 16 = (x)^2 - 2(4)(x) + (4)^2 = (x - 4)(x - 4) = (x - 4)^2$

ثالثاً: إيجاد الحد المفقود في مقدار جبري ليصبح مربعاً كاملاً

$x^2 - \dots + 36$
 $bx = 2\sqrt{ac}x \Rightarrow bx = 2\sqrt{(1)(36)}x$
 $\Rightarrow bx = 12x \Rightarrow x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$

تدريبات
حلل المقادير الآتية:

1) $x^2 - 64 = (x + 8)(x - 8)$
2) $9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2$
جد الحد المفقود في المقدار ليصبح مربعاً كاملاً وحلله:

3) $y^2 - \dots + 81$
 $by = 2\sqrt{ac}y \Rightarrow by = 2\sqrt{(1)(81)}y$
 $\Rightarrow by = 18y \Rightarrow y^2 - 18y + 36 = (y - 9)^2$

نتائج التعلّم
تحليل المقدار الجبري كفرق بين مربعين ومربع كامل.
ورقة عمل فيها المقادير الجبرية:
1) $(x - 5)(x + 5)$
2) $(y + 3)^2$

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
• اطلب إلى المجموعات إيجاد ناتج ضرب المقادير الجبرية.
اسأل الطلاب:
• ماذا يمثل ناتج ضرب المقدار الجبري الأول والثاني؟

فرق بين مربعين
مربع كامل
1) $(x - 5)(x + 5) = x^2 - 25$
2) $(y + 3)^2 = y^2 + 6y + 9$
سجل نتائج المجموعات وأعلن الفائز منها.
• اكتب على السبورة المقدار الآتي:

$v^2 - 16v + 64 = \dots$
اسأل الطلاب:

• هل يمكن تحليل هذا المقدار على شكل قوسين مضروبين مع بعضهما؟
• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيبدسون في هذا الدرستحليل المقدار الجبري باستعمال المتطابقات.

2 شرح وتفسير

تعلّم: وجه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم.
• قَدِّم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري كفرق بين مربعين.
• قَدِّم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية حل المقدار الجبري على صورة مربع كامل.
• قَدِّم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية تحديد المقدار الجبري كمربع كامل.
• قَدِّم المثال (5) لتبين للطلاب كيفية إيجاد الحد المفقود في المقدار الجبري ليصبح مربعاً كاملاً بتطبيق قانون الحد الأوسط.

أمثلة إضافية: قَدِّم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب حلل كل مما يأتي:

1) $1 - 4x^2 = (1 - 2x)(1 + 2x)$

2) $Z^2 - 6z + 9 = (z - 3)^2$

3) حدد فيما إذا كان المقدار التالي يمثل مربعاً كاملاً أم لا ؟

$y^2 + 18y + 9 =$

$(y)^2 \quad (3)^2$

$2(y)(3) = 6y \neq 18y$

ليس مربعاً كاملاً

اكتب الحد المفقود في الحد الجبري ليصبح مربعاً كاملاً وحلله

$x^2 - 14x + \dots =$

$bx = 2\sqrt{ac} \ x \Rightarrow 14x = 2\sqrt{c} \ x$

$\Rightarrow 14 = 2\sqrt{c} \Rightarrow c = 49$

$x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$

تأكد من فهمك: أطلب إلى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصفّ وراقب اجاباتهم .

• الأسئلة (1-6) يتطلب الحل بتحليل المقادير الجبرية كفرق بين مربعين .

• الأسئلة (7-10) يتطلب الحل بتحليل المقادير الجبرية بوصفه مربعاً كاملاً .

• الأسئلة (11-14) يتطلب الحل تحديد المقادير الجبرية بوصفه مربعاً كاملاً وتحليله .

• الأسئلة (15-18) يتطلب الحل إيجاد الحد المفقود في المقدار الجبري باستعمال قانون الحد الوسط ليصبح مربعاً كاملاً .

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح .

• اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (1,3,5,7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي .

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند إيجاد الحد المفقود في المقدار الجبري ليصبح مربعاً كاملاً فلا يقسمون الحد الوسط على 2 ، فننبههم الى ذلك .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي .

تدرب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات

تدرب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم

تدرب وحلّ مسائل حياتية: اطلب إلى الطلاب حلّ المسائل

الحياتية وتابع اجاباتهم .

3-3 تحليل المقدار الجبري بالتمارين الكاملة

Factoring the algebraic expression by perfect square

نعتد سابقاً كيفية إيجاد ناتج ضرب مربع مجموع حدين ومربع الفرق بين حدين وكان الناتج مولداً من ثلاثة حدود، والآن سوف نتعلم المعادلة المعكونة للضرب وهي تحليل المقدار مزلف من ثلاثة حدود على صورة مربع كامل $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$ ، $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$ يكون المقدار الجبري $ax^2 \pm bx + c$ مربعاً كاملاً، إذا كان: $a = 0$ حيث $bx = \pm 2\sqrt{ac} \ x$ (c)

مثال (3) حل كل مقدار من المقادير التالية التي على صورة مربع كامل:

i) $x^2 + 6x + 9 = (x)^2 + 2(x \times 3) + (3)^2$

$= (x + 3)(x + 3)$

$= (x + 3)^2$

التحليل النهائي على هيئة (مجموع الحد الأخير + جذر الحد الأول)

ii) $y^2 - 4y + 4 = (y)^2 - 2(y \times 2) + (2)^2$

$= (y - 2)^2$

الآن الإشارة بين الحدين هي إشارة الحد الأوسط

iii) $16z^2 - 8z + 1 = (4z)^2 - 2(4z \times 1) + (1)^2 = (4z - 1)^2$

مثال (4) حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعاً كاملاً وحلله:

i) $x^2 + 10x + 25$

$(x)^2 + 2(x)(5) + (5)^2$
مربع كامل

$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

iii) $4 - 37v + 9v^2$

$(2)^2 - 2(2)(3v) + (3v)^2$
ليست مربعاً كاملاً

ii) $y^2 + 14y + 36$

$(y)^2 + 2(y)(6) + (6)^2 = 12y + 36$
ليست مربعاً كاملاً

iv) $9h^2 - 6h + 3$

$(3h)^2 - 2(3h)(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 = -6\sqrt{3}h + 3$
ليست مربعاً كاملاً

مثال (5) اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعاً كاملاً وحلله:

i) $25x^2 - \dots + 49$
 $bx = 2\sqrt{ac} \ x \Rightarrow bx = 2\sqrt{(25x^2)(49)} \Rightarrow bx = 70x$
 $\Rightarrow 25x^2 - 70x + 49 = (5x - 7)^2$

ii) $\dots + 8x + 16$
 $bx = 2\sqrt{ac} \ x \Rightarrow 8x = 2\sqrt{(ax^2)(16)} \Rightarrow 64x^2 = 4 \times 16 \times ax^2 \Rightarrow ax^2 = x^2$
 $\Rightarrow x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$

iii) $y^2 + 14y + \dots$
 $by = 2\sqrt{ac} \ y \Rightarrow 14y = 2\sqrt{(y^2)(c)} \Rightarrow 196y^2 = 4 \times y^2 \times c \Rightarrow c = 49$
 $\Rightarrow y^2 + 14y + 49 = (y + 7)^2$

التمرينات

Multiple Choice

Using Special Identities to Factor Algebraic Expression

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
حل كل مقدار جبري من المقادير الجبرية الآتية:

- | | | |
|---------------------------------------|--|--|
| 1) $9 - 4x^2$ | a) $(3 + 2x)(3 + 2x)$ | b) $(3 + 2x)(3 - 2x)$ |
| 2) $12y^2z - 3yz^3$ | a) $3y(2y - z)(y + 2z)$ | b) $3z(2y - z)(2y + z)$ |
| 3) $\frac{1}{6}x^2 - x + \frac{2}{3}$ | a) $\frac{5}{6}(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2})$ | b) $\frac{5}{6}(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{4})$ |
| 4) $4x^2 + 24x + 36$ | a) $(x + 6)^2$ | b) $(x - 6)^2$ |
| 5) $16 - 8y + y^2$ | a) $(4 + 2y)^2$ | b) $(4 - 2y)^2$ |

حدد أي من المقادير الجبرية التالية يمثل مربعاً كاملاً:

- | | | |
|---------------------------|--|--|
| 6) $4x^2 - 20x + 25$ | a) $2(x)(5) = 10x$ مربع كامل لأن $-20x = -4(x)(5)$ | b) $-2(2x)(5) = -20x$ ليس مربعاً كاملاً لأن $10x = -4(x)(5)$ |
| 7) $64 - 48y + 9y^2$ | a) $2(4)(3y) = 24y$ ليس مربعاً كاملاً لأن $-48y = -4(4)(3y)$ | b) $2(8)(4y) = 64y$ ليس مربعاً كاملاً لأن $48y = -4(4)(3y)$ |
| 8) $z^2 + \dots + 49$ | a) $14z$ | b) $-10z$ |
| 9) $36 - 24x + \dots$ | a) $2x^2$ | b) $-2x^2$ |
| 10) $16y^2 + 40y + \dots$ | a) 9 | b) 25 |

فكر: اطلب الى الطلاب حل امثلة فكر، وقد يحتاج الطلاب نوع المستوى الضعيف الى اعادة تعليم.

السؤال (46): يتطلب تحديد المقادير الجبرية بحيث تمثل مربعاً كاملاً وتحليله.

اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع إجابتهم.

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الترم.

حل كل مقدار من المقادير الجبرية التالية الى ابسط صورة:

- 1) $16z^2 + 24z + 9 = (4z + 3)^2$
- 2) $1 - 10y + 25y^2 = (1 - 5y)^2$
- 3) $49h^2 - x^2 = (7h - x)(7h + x)$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثرانية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

اطلب إليه إيجاد الحد المفقود في المقادير الجبرية باستعمال القانون ليصبح مربعاً كاملاً وحله:

- 1) $x^2 - 16x + \dots = x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2$
- 2) $9y^2 + \dots + 36 = 9y^2 + 36y + 36 = (3y + 6)^2$

نظم من نهج

حل كل مقدار من المقادير التالية بطريقتين مختلفتين:

الأسئلة (1-3):

- 1) $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$
- 2) $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$
- 3) $9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2$

حل كل مقدار من المقادير التالية بطريقتين مختلفتين:

الأسئلة (4-6):

- 4) $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$
- 5) $4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$
- 6) $9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2$

حل كل مقدار من المقادير التالية بطريقتين مختلفتين:

الأسئلة (7-9):

- 7) $x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$
- 8) $4x^2 - 16x + 16 = (2x - 4)^2$
- 9) $9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2$

اطبق الحد المفقود في المقادير الجبرية $x^2 + 8x + \dots$ ليصبح مربعاً كاملاً وحله:

الأسئلة (10-12):

- 10) $x^2 - 16x + \dots = (x - 8)^2$
- 11) $9y^2 + \dots + 36 = (3y + 6)^2$
- 12) $49h^2 - x^2 = (7h - x)(7h + x)$

تدريب وحل التمرينات

حل كل مقدار من المقادير الآتية الى ابسط صورة:

الأسئلة (13-15):

- 13) $x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$
- 14) $4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$
- 15) $9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2$

حل كل مقدار من المقادير التالية بطريقتين مختلفتين:

الأسئلة (16-18):

- 16) $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$
- 17) $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$
- 18) $9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2$

اطبق الحد المفقود في المقادير الجبرية $x^2 + 8x + \dots$ ليصبح مربعاً كاملاً وحله:

الأسئلة (19-21):

- 19) $x^2 - 16x + \dots = (x - 8)^2$
- 20) $9y^2 + \dots + 36 = (3y + 6)^2$
- 21) $49h^2 - x^2 = (7h - x)(7h + x)$

الإثراء

جد الحد المفقود في المقدار الجبري ليصبح مربعاً كاملاً وحله:

$x^2 + 12x + \dots$

$$bx = 2\sqrt{ac}x \implies 12x = 2\sqrt{c}x$$

$$\implies 6 = \sqrt{c} \implies c = 36$$

$$x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$$

$9x^2 + \dots + 25$

$$bx = 2\sqrt{ac}x \implies bx = 2\sqrt{(9)(25)}x$$

$$\implies bx = 30x$$

$$9x^2 + 30x + 25 = (3x + 5)^2$$

$\dots - 12y + 9$

$$by = 2\sqrt{ac}y \implies 12y = 2\sqrt{(a)(9)}y$$

$$\implies 12y = 6\sqrt{a}y \implies 2y = \sqrt{a}y$$

$$\implies 4y^2 = ay^2$$

$$4y^2 - 12y + 9 = (2y - 3)^2$$



تدريب وحل مسائل حياتية

1. المسألة الملوية: وتقع مزارع الملوية في مدينة سلوا العراق، وبعد احدى معالم العراق المشهورة بسنتها الفريد، فهي احدى اثر العراق القديمة المشهورة التي تعود لحضرة حكم الدولة العباسية، وتذكر على قاعدة مربعة مساحتها $8x + 16$ متراً مربعاً، ما طول ضلع القاعدة التي تستند عليها الملوية بدلالة x ؟



2. مزرعة البقر: لدى سعد مزرعة لغار مربعة الشكل طول ضلعها x متر، وبنتها للصحح مستطيلة الشكل فاصبحت مساحة المزرعة $81 - x^2$ متراً مربعاً، ما طول المزرعة وعرضها بعد التوسعة بدلالة x ؟



3. لوحة الفسيفساء: رسم بشر لوحة فسيفساء مسطحة الأبعاد في جنوب العراق، فكان المقادير $4x^2 - 8x + 9$ سنتمترات مربعة مساحة اللوحة الفسيفساء، أبعث مقدار مساحة اللوحة الفسيفساء مربعاً كاملاً أم لا؟

لفكر

- 1. حد:** حل المقدار الآتي مثل مربعاً كاملاً ثم $3y$ متلاً احلته.
$$\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}$$
- 2. اضع الخطأ:** املت متنهن ان المقدار $(2x+1)(2x-1)$ هو تحليل للبرج الكامل $4x^2 - 4x + 1$ حدد خطأ متهمي وصححه.
 - 3. حل صددي:** أبعث المقدار $4 - 12x + 9x^2$ مربعاً كاملاً أم لا؟ وضع اجابته.

اكتب

تحليل للمقدار $4x^2 - 8x + 4$

الدرس
تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة
Factoring the Algebraic Expression of three terms by Probe and Error [2-4]



مقدمة
أول مرة في التاريخ الأثوري (شادي لاسانو) هكذا يرد اسمه في الكتابات الأثورية، وأصل كلمة لاسانو هو من لأموو Lammū السومرية ويوجد تعال له في مخطوطات مدينة الموصل. ما أهد الوحة الفنية للثور المذبح التي سيجدها 21 $x^2 + 10x + 21$ مستمرا مربعا؟

- أهداف الدرس**
• تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود باستعمال التجربة.
المفردات
• الوسائط
• الطرفان
• الحد الأوسط

2-4-1 تحليل المقدار الجبري x^2+bx+c
Factoring the algebraic expression x^2+bx+c

تعرفنا سابقاً كيفية إيجاد زوج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري لمر كل ماها مكون من حدين. الآن سوف نتعلم العملية العكسية لعملية الضرب، وهي تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود x^2+bx+c باستعمال التجربة وتحليل المقدار الجبري، نجد عددين m و n بحيث $n + m = c$ و $n \cdot m = b$ وكانت $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$

مثال (1) ما أبعاد الوحة الفنية للثور المذبح التي مساحتها $x^2 + 10x + 21$ مستمرا مربعا؟
تحليل المقدار الجبري نتبع الخطوات الآتية:

توابع العدد 21	مجموع العددين
(1)(21)	1 + 21 = 22
(3)(7)	3 + 7 = 10
(-3)(-7)	(-3) + (-7) = -10

عرض الوحة الفنية هو $x + 3$ مستمرا
طول الوحة الفنية هو $x + 7$ مستمرا

ملاحظة: أمثلت عوامل العدد $(-7) - (-3) = 21$ لأن إشارة الحد الأوسط موجبة

حاصل ضرب الطرفين $+ 7x$
حاصل ضرب الوسطين $+ 3x$
بالجمع $+ 10x$
الطرفين
الوسطين

$x^2 + 10x + 21 = (x + 3)(x + 7)$

مثال (2) حلل المقدار الجبري: $y^2 + y - 12$

عوامل العدد -12	مجموع العددين
(1)(-12)	1 - 12 = -11
(2)(-6)	2 - 6 = -4
(3)(-4)	3 - 4 = -1
(4)(-3)	4 - 3 = 1

حاصل ضرب الطرفين $+ 4y$
حاصل ضرب الوسطين $- 3x$
بالجمع $+ y$
الحد الأوسط

$y^2 + y - 12 = (y - 3)(y + 4)$

إعادة التعليم

تحليل المقدار الجبري هي العملية العكسية لعملية الضرب وهي تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود باستعمال التجربة يعتمد على إشارة الحد الأخير وقيمة الحد الأوسط:

- مثال: حلل المقادير الجبرية الآتية:**
- $x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$
تحلل عوامل العدد 6 إلى $6 = 3 \times 2$
 - $y^2 - y - 12 = (y - 4)(y + 3)$
تحلل عوامل العدد 12 إلى $12 = 4 \times 3$
 - $3z^2 + 18z + 15 = (3z + 15)(z + 1)$
تحلل عوامل العدد 15 إلى $12 = 15 \times 1$

تدريبات

- حلل المقدار الجبري إلى أبسط صورة:
- $7x^2 + 29x + 4 = (x+4)(7x+1)$
 - $5x^2 - 18x + 6 = (5x-3)(x-2)$
 - $3x^2 + 11x - 4 = (3x-1)(x+4)$

نتائج التعلم
تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود باستعمال التجربة.

- ورقة عمل فيها المقادير الجبرية الآتية:
- $(x+2)(x+4)$
 - $(y-3)(y-5)$
 - $(3h-1)(2h+5)$

تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
• هين الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
• اطلب إلى المجموعات إيجاد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري آخر كل منهما من حدين.

اسأل الطلاب:
• ما الفرق بين عملية الضرب بين اولا وثانياً.
الفرق هو إشارة الحد الوسط تكون في اولا موجبة والثانية سالبة.

- $(x+2)(x+4) = x^2 + 6x + 8$
- $(y-3)(y-5) = y^2 - 8y + 15$
- $(3h-1)(2h+5) = 6h^2 + 13h - 5$

سجل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.
اكتب على السبورة المعادلة الآتية:

$x^2 - 5x + 4$

اسأل الطلاب:
• هل يمكن تحليل المقدار الجبري بالاسلوب السابق نفسه، وما عدد الخطوات اللازمة لتحليل المقدار؟
• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة.

2 شرح وتفسير

تعلم: وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.
• قدم المثال (1) لتبين للطلاب ما الخطوات اللازمة لتحليل المقدار الجبري الذي يتكون من ثلاثة.
• قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري على صورة $ax^2 + bx + c$.
• قدم المثال (5) لتبين للطلاب تحليل المقادير الجبرية الى ابسط صورة.

مثال (3) حلل المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

- الحد الأوسط $2z - 3z = -z$
 الحد الأوسط $-6x - 3x = -9x$
 الحد الأوسط $-3y + 9y = +6y$
 الحد الأوسط $+4xy - 5xy = -xy$
 الحد الأوسط $-5z - 3z = -8z$
- i) $x^2 - z - 6 = (x - 3)(z + 2)$
 ii) $x^2 - 9x + 18 = (x - 3)(x - 6)$
 iii) $y^2 + 6y - 27 = (y + 9)(y - 3)$
 iv) $x^2 - xy - 20y^2 = (x - 5y)(x + 4y)$
 v) $15 - 8z + z^2 = (5 - z)(3 - z)$

[2-4-2] تحليل المقدار الجبري ax^2+bx+c وأن $a \neq 0$

Factoring the algebraic expression ax^2+bx+c and $a \neq 0$
 الآن سوف نتعرف إلى كيفية تحليل مقدار جبري من ثلاثة حدود على الصورة ax^2+bx+c وأن $a \neq 0$

مثال (4) حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

- تجد عوامل العددين 6 و 7 وكما يأتي:
 حاصل ضرب الطرفين $+14y$
 حاصل ضرب الوسطين $+3x$
 الحد الأوسط $+17x$
- i) $6x^2 + 17x + 7 = (1)(7)$
 $6 = \begin{cases} (1)(6) \\ (2)(3) \end{cases}$
 $(1)(7) \Rightarrow (1)(1) + (6)(7) = 43$
 $(1)(6) \Rightarrow (1)(7) + (6)(1) = 13$
 $(2)(3) \Rightarrow (2)(1) + (3)(7) = 23$
 $(2)(3) \Rightarrow (2)(7) + (3)(1) = 17$

- تجد عوامل العددين 8 و 7 وكما يأتي:
 حاصل ضرب الطرفين $-28y$
 حاصل ضرب الوسطين $+2y$
 الحد الأوسط $-26y$
- ii) $7y^2 - 26y - 8 = (1)(7)$
 $8 = \begin{cases} (1)(8) \\ (2)(4) \end{cases}$
 $(1)(1) - (8)(7) = -55$
 $(1)(7) - (8)(1) = -1$
 $(2)(1) - (4)(7) = -26$
 $(2)(7) - (4)(1) = 10$
 $7y^2 - 26y - 8 = (7y + 2)(y - 4)$

مثال (5) حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

- الحد الأوسط $-15z - 2z = -17z$
 الحد الأوسط $-4v + 3v = -v$
 الحد الأوسط $+5h + 6h = 11h$
 الحد الأوسط $-3x - 14x = -17x$
 الحد الأوسط $-9xy - xy = -10xy$
- i) $3z^2 - 17z + 10 = (3z - 2)(z - 5)$
 ii) $4v^2 - v - 3 = (4v + 3)(v - 1)$
 iii) $15 + 11h + 2h^2 = (5 + 2h)(3 + h)$
 iv) $6x^2 - 51x + 63 = 3(2x^2 - 17x + 21) = 3(x - 7)(2x - 3)$
 v) $3x^2 - 10xy + 3y^2 = (3x - y)(x - 3y)$

التمرينات

Multiple Choice
 الندرس [2-4] تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة
 Using Probe and Error to factor Algebraic Expression contains three terms

- اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
 حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:
- 1 $x^2 + 7x + 12$ a) $(x - 3)(x + 4)$ b) $(x + 3)(x + 4)$
 c) $(x - 1)(x + 7)$ d) $(x - 3)(x - 4)$
- 2 $x^2 - 5x - 36$ a) $(x - 6)(x + 6)$ b) $(x + 12)(x - 4)$
 c) $(x - 9)(x + 4)$ d) $(x + 9)(x - 4)$
- 3 $y^2 + 4y - 21$ a) $(y - 7)(y + 3)$ b) $(y + 7)(y - 3)$
 c) $(y - 7)(y - 3)$ d) $(y + 7)(y + 3)$
- 4 $4x^2 + 10x + 6$ a) $(x - 6)(4x + 1)$ b) $(4x + 2)(x - 3)$
 c) $(4x - 6)(x - 1)$ d) $(2x + 3)(2x + 2)$
- 5 $24y^2 - 2y - 1$ a) $(4y - 1)(6y + 1)$ b) $(2y - 1)(12y - 1)$
 c) $(4y + 1)(6y - 1)$ d) $(3y - 1)(8y + 1)$
- 6 $10x^2 - 11x + 1$ a) $(5x - 1)(2x + 1)$ b) $(10x + 1)(x - 1)$
 c) $(5x + 1)(2x - 1)$ d) $(10x - 1)(x - 1)$
- 7 $2z^2 + 3z - 4z^2$ a) $(11 + 4z)(2 - z)$ b) $(2z - 4z)(1 + z)$
 c) $(11 - 4z)(2 + z)$ d) $(2z + 8z)(1 - z)$
- ضع الإشارات بين الحدود في الأقواس لتكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:
- 8 $x^2 + 15x + 26 = (x - 2)(x - 13)$ a) $(x - 2)(x - 13)$ b) $(x - 2)(x + 13)$
 c) $(x + 2)(x + 13)$ d) $(x + 2)(x - 13)$
- 9 $4y^2 - 2y - 12 = (2y - 3)(2y - 4)$ a) $(2y - 3)(2y + 4)$ b) $(2y + 3)(2y + 4)$
 c) $(2y - 3)(2y - 4)$ d) $(2y + 3)(2y - 4)$
- 10 $48 - 30z + 3z^2 = (6 - 3z)(8 - z)$ a) $(6 - 3z)(8 - z)$ b) $(6 + 3z)(8 + z)$
 c) $(6 - 3z)(8 + z)$ d) $(6 + 3z)(8 - z)$

أمثلة إضافية: قدم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي متشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب
 حلل المقدار الجبري إلى أبسط صورة:

- 1) $2x^2 + 5x + 3 = (2x + 3)(x + 1)$
 2) $5y^2 - 2y - 3 = (5y + 3)(y - 1)$
 3) $6h^2 + 17h + 5 = (3h + 1)(2h + 5)$
 4) $12z^2 - 14z + 2 = 2(6z - 1)(z - 1)$

تأكد من فهمك: أطلب إلى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (18-15) يتطلب الحل تحليل المقادير الجبرية ومن ثم وضع الاشارات في الاقواس .
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح .
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2,3,5,8) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي .

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند تحليل مقدار جبري الحد الاخير فيه اشارة موجب فيضعون اشارتي القوسين مختلفتين ، فنذكرهم بان اشارة الاقواس تكون متشابهة في هذه الحالة .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي .

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرّب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم

- الأسئلة (37 - 34) يتطلب الحل ملاحظة اولاً اشارة الحد الاخير فان كانت موجبة فسارتي القوسين متشابهة لاشارة الحد الوسط واذا كانت سالبة فالاشارتان مختلفتان وتعتمد على قيمة الحد الاوسط .
- **تدرّب وحلّ مسائل حياتية:** اطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- السؤال (38) يتطلب الحل ايجاد مساحة القلعة .
- السؤال (39) يتطلب الحل تحليل المقدار الجبري الذي على شكل $ax^2 + bx + c$

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذور المستوى الضعيف الى استعمال اعادة تعليم.

السؤال (41) يتطلب تحليل المقدار الجبري اولاً ايجاد العامل المشترك الاكبر ومن ثم حل المقدار الجبري بالتجربة.

اكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم.

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

حل المقادير الجبرية الآتية:

$$1) 7x^2 - 11x + 4 = (7x - 4)(x - 1)$$

$$2) 3z^2 + 3z - 18 = (3z - 6)(z + 3)$$

توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثرانية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

اطلب إليهم حل المقادير الجبرية الى ابسط صورة:

$$1) 4x^2 - 6x - 40 = 2(2x + 5)(x - 4)$$

$$2) 8h^2 + 4h - 6h - 3 = 4h(2h+1) - 3(2h+1) \\ = (2h+1)(4h-3)$$

الإثراء

حل المقادير الجبرية التالية الى ابسط صورة:

$$1) 2x^2 + 22x + 56 = 2(x^2 + 11x + 28) \\ = 2(x + 4)(x + 7)$$

$$2) 20 - 11x - 3x = (4 - 3x)(5 + x)$$

$$3) 5x^2 - 15x - 3x + 9 = 5x(x - 3) - 3(x - 3) \\ = (x - 3)(5x - 3)$$

$$4) 4y^2 + 6y - 70 = 2(2y^2 + 3y - 35) \\ = 2(2y - 7)(y + 5)$$

ضع الاشارات بين حدود الاقواس ليكون تحليل المدار صحيحاً:

$$5) 24z^2 + 30z - 9 = 3(2z \dots 3)(4z \dots 1) \\ = 3(2z + 3)(4z - 1)$$

$$6) 15x^2 - 50x + 40 = 5(x \dots 2)(3x \dots 4) \\ = 5(x - 2)(3x - 4)$$

تأخذ من فهدك

$$1) x^2 + 6x + 8$$

$$4) 3 + 2z - z^2$$

$$7) 2x^2 + 5x + 3$$

$$10) 8 - 25z + 3z^2$$

$$13) x^2 - 9xy + 20y^2$$

$$2) 1 - 2z + z^2$$

$$5) x^2 - 2x - 3$$

$$8) 3y^2 - 14y + 8$$

$$11) 5y^2 - y - 6$$

$$14) 3y^2 - 19yx - 14x^2$$

$$3) x^2 - 13x + 12$$

$$6) 15 - 8z + z^2$$

$$9) 3x^2 - 10x + 8$$

$$12) 6 + 29z - 5z^2$$

حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى ابسط صورة:

ضع الاشارات بين الحدود في الاقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:

$$15) x^2 + 9x + 20 = (x \dots 4)(x \dots 5) \quad 16) y^2 - 12y + 20 = (y \dots 2)(y \dots 10)$$

$$17) 6x^2 - 7x + 2 = (2x \dots 1)(3x \dots 2) \quad 18) 20 - 7y - 3y^2 = (5 \dots 3y)(4 \dots y)$$

الأسئلة (7-14) مشابهة للأسئلة (4-5)

تدرب وحل التمرينات

حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى ابسط صورة:

$$19) x^2 + 9x + 14$$

$$22) 3 + 2z - z^2$$

$$25) 2x^2 + 12x - 14$$

$$28) 2x^2 + 3x + 1$$

$$31) 30x^2 - xy - y^2$$

$$21) 24 - 2z - z^2$$

$$24) 36 - 15z + z^2$$

$$27) 10 + 9z - 9z^2$$

$$30) 50 - 20z + 2z^2$$

$$33) 6z^2 - 2zx - 4x^2$$

حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى ابسط صورة:

ضع الاشارات بين الحدود في الاقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:

$$34) x^2 + x - 20 = (x \dots 4)(x \dots 5) \quad 35) x^2 - x - 56 = (x \dots 7)(x \dots 8)$$

$$36) 35 + 3y - 2y^2 = (5 \dots y)(7 \dots 2y) \quad 37) 3x^2 - 5x + 2 = (x \dots 1)(3x \dots 2)$$

تدرب وحل مسائل حياتية



38) قلعة الأخضر: قلعة الأخضر هي قلعة أثرية تقع في محافظة كربلاء وسط العراق ولا تزال أطلال القلعة قائمة إلى يومنا هذا، الأخضر من الحصون النفاضة الفريدة من نوعها ويحيط به سور ضخم مستطيل الشكل، ما أبعاد السور الخارجي بدلالة x ، إذا كانت مساحة القلعة مع السور يساوي المقدار $6x^2 - 39x + 60$ متراً مربعات؟



39) ألعاب ترفيهية: تعد أروحة ديسكفري من الألعاب الخطرة في مدينة الألعاب، ويمثل المقدار $5t^2 + 5t - 30$ مسار أروحة ديسكفري في مدينة الألعاب، إذ t يمثل زمن الحركة. وتحليل المقدار يساعد على معرفة الوقت الذي تستغرقه أروحته في المرة الأولى. حل المقدار.



40) مترو الأنفاق: بعد مترو الأنفاق نظام سكك حديد تحت الأرض تدير عليه القطارات، وهو أحد وسائل النقل السريعة في المدن الكبيرة وذات الكثافة السكانية العالية، ويتألف كل قطار من عدة عربات، فإذا كان المقدار $14y^2 - 23y + 3$ يمثل مساحة أرضية العربة بالمتر المربع، فما أبعادها بدلالة y ؟

فكر

41) فكر: حل المقدار الجبري الآتي الى ابسط صورة:

$$4x^2 + 4x^2 - 9x - 9$$

42) أصحح الخطأ: حل سعد المقدار $6z^2 - 16z - 6$ كما يأتي:

$$6z^2 - 16z - 6 = (3z - 1)(2z + 6)$$

اكتشف خطأ سعد وصححه.

43) حل عددي: يُمكن تحديداً ما إذا كانت إشارات التوسين في تحليل المقدار $x^2 - 12x + 35$ مختلفة أم متشابهة ومن فون تحليل المقدار 4 وضع اجابته.

اكتب

الإشارات بين الحدود في الاقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:

$$6z^2 + 5z - 56 = (3z \dots 8)(2z \dots 7)$$

تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين
Factoring the Algebraic Expression sum of two cubes or difference between two cubes
الدرس [2-5]



فكرة الدرس
تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين
مكعب روبوك هو نوع من مكعبات ثلاثي الأبعاد اخترعه النحات وأستاذ العمارة المجري ارنو روبوك عام 1974. ما مجموع حجمي مكعب روبوك الأول طول حرفه 3cm والثاني طول حرفه 4cm ؟

المفردات
مجموع مكعبين
الفرق بين مكعبين

[2-5-1] تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين
Factoring the algebraic expression sum of two cubes

تعلمت في الدرس الأول من هذا الفصل ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود ونلاحظ ضربهما مقدار على صورة مجموع مكعبين مثل: $(x^2 + 8 = x^3 + 8 = x^3 + 2^3)$ ، $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 8 = x^3 + 2^3$ ، والأول سوف نتعلم الصيغة العكسية وهي تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين والذي على صورة مجموع مكعبين:
 $x = \sqrt[3]{x^3}$ ، $y = \sqrt[3]{y^3}$ حيث $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

مثال (1) من تعلم، ما مجموع حجمي مكعبين روبوك الأول طول حرفه 3 cm والثاني طول حرفه 4 cm ؟
حجم المكعب = الطول × العرض × الارتفاع (طول الحرف)
 $V_1 + V_2 = 3^3 + 4^3$
 $= (3 + 4)(3^2 - 3 \times 4 + 4^2)$
 $= 7(9 - 12 + 16) = 7 \times 13 = 91 \text{dcm}^3$

مثال (2) حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:
i) $x^3 + 5^3 = (x + 5)(x^2 - 5x + 5^2) = (x + 5)(x^2 - 5x + 25)$
ii) $y^3 + 8 = y^3 + 2^3 = (y + 2)(y^2 - 2y + 4)$
iii) $8z^3 + 27 = 2^3z^3 + 3^3 = (2z + 3)(4z^2 - 6z + 9)$
iv) $\frac{1}{8} + \frac{1}{64} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4^3} = (\frac{1}{8} + \frac{1}{4})(\frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{1}{16})$
v) $\frac{27}{k^3} + \frac{8}{125} = \frac{3^3}{k^3} + \frac{2^3}{5^3} = (\frac{3}{k} + \frac{2}{5})(\frac{9}{k^2} - \frac{6}{5k} + \frac{4}{25})$
vi) $\frac{1}{2}t^3 + 4 = \frac{1}{2}(t^3 + 8) = \frac{1}{2}(t + 2)(t^2 - 2t + 4)$
vii) $0.008 + v^3 = (0.2)^3 + v^3 = (0.2 + v)(0.04 - 0.2v + v^2)$

نتائج التعلم
تحليل المقدار الجبري من حدين الذي على صورة مجموع (فرق بين مكعبين) .

ورقة عمل مكتوب فيها المقادير الجبرية:
1) $(y + 2)(y^2 - 2y + 4)$
2) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$
3) $(h + 5)(h^2 - 5h + 25)$

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
- اطلب إلى المجموعات حل المقادير الجبرية الذي يتكون المقدار الأول من حدين والمقدار الثاني من ثلاثة حدود.

أسأل الطلاب :
• حدد ماذا يشكل ناتج ضرب المقدار الجبرية في ورقة العمل ؟
• فرق بين مكعبين ، مجموع مكعبين ، فرق بين مكعبين .

1) $(y + 2)(y^2 - 2y + 4) = y^3 + 8$
2) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9) = x^3 + 27$
3) $(h - 5)(h^2 + 5h + 25) = h^3 - 125$

- سجل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.
- اكتب على السبورة المقادير الجبرية الآتية:

$x^3 + 64$ ، $y^3 - 27$
اسأل الطلاب :
• هل يمكن تحليل المقادير الجبرية في ابسط صورة.
• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس تحليل المقدار الجبري مجموع أو الفرق بين مكعبين.

2 شرح وتفسير

تعلم : وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .
• قدم المثال الأول وبين كيفية إيجاد حجم مكعب روبوك باستعمال تحليل مجموع مكعبين .

• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري الى ابسط صورة على صورة مجموع بين مكعبين.

• قدم الامثلة (3,4) لتبين للطلاب تحليل المقدار الجبري الى ابسط صورة فرق بين مكعبين.

إعادة التعليم

تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين والذي على صورة مجموع مكعبين. مثال (1) حلل المقدار الآتي :

1) $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$
2) $Z^3 + 8 = (z + 2)(z^2 - 2z + 4)$
3) $64 + 27x^3 = (4 + 3x)(16 - 12x + 9x^2)$

تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين على صورة الفرق بين مكعبين.

مثال (2) حلل المقدار الآتية:

1) $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
2) $z^3 - 27 = (z - 3)(z^2 + 3z + 9)$
3) $125 - 8x^3 = (5 - 2x)(25 + 10x + 4x^2)$

تدريبات

حلل المقادير التالية إلى أبسط صورة:

1) $x^3 - 27 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$
2) $64x^3 + 1 = (4x + 1)(16x^2 - 4x + 1)$
3) $y^3 - 125 = (y - 5)(y^2 + 5y + 25)$
4) $3h^3 - 81z^3 = 3(h^3 - 27z^3)$
 $= 3(h - 3z)(h^2 + 3hz + 9z^2)$

أمثلة إضافية : قدم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم

الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب

$$1) x^3 + \frac{1}{8} = (x + \frac{1}{2})(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4})$$

$$2) \frac{1}{b^3} + \frac{1}{0.064} = (\frac{1}{b} + \frac{1}{0.04})(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{0.4b} + \frac{1}{0.16})$$

$$3) 0.008 - v^3 = (0.2 - v)(0.04 + 0.2v + v^2)$$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (8-1) يتطلب الحل تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين على صورة مجموع مكعبين .
- الأسئلة (16-9) يتطلب الحل تحليل المقدار الجبري والمؤلف من حدين على صورة الفرق بين مكعبين .

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح .
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (3,4,6,9) من صفحة تمارين الدرس كواجب بيتي .

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند تحليل المقادير

الجبرية لمجموع مكعبين او الفرق بينهما بإشارة القوس الثاني المؤلف من ثلاثة حدود ، فبين لهم بانها في مجموع المكعبين تكون اشارات القوس الثاني كلها موجبة في حين أن في الفرق بين مكعبين تكون اشارة الحد الوسط فقط سالبة .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي .

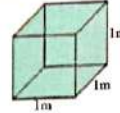
تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرّب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

- السؤال (32) إيجاد مجموع الفرق بين مكعبين .
- **تدرّب وحلّ مسائل حياتية:** اطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .
- السؤال (34) يتطلب الحل اولا إيجاد العامل المشترك الاكبر ومن ثم إيجاد الفرق بين مكعبين .

فكّر: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فکّر ، وقد يحتاج الطلاب نوو المستوى الضعيف الى إعادة التعليم .

Factorizing the algebraic expression difference between two cubes

تمثلت في الدرس الأول من هذا الفصل ضرب مقدار حدي من حدين في مقدار حدي من ثلاثة حدود وناتج ضربيهما مقدار على صورة فرق بين مكعبين مثلاً $x^3 - 27 = x^3 - 3^3 = (x-3)(x^2 + 3x + 9)$ ، والآن سوف نتعلم العملية العكسية وهي تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين والذي على صورة فرق بين مكعبين:
حيث $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$ $x = \sqrt[3]{x^3}$, $y = \sqrt[3]{y^3}$



مثال (3) حوض مكعب الشكل طول حرفه 1m مملوء بالماء، أفرغ الماء منه في حوض آخر أكبر منه مكعب الشكل طول حرفه 1.1m . ما كمية الماء الإضافية التي تحتاج إليها ليمتلئ الحوض الكبير؟
حجم الماء الإضافية اللازمة = حجم المكعب الكبير - حجم المكعب الصغير
 $v_2 - v_1 = (1.1)^3 - 1^3$
ونحلّ الفرق بين مكعبين $= (1.1 - 1)(1.1^2 + 1.1 \times 1 + 1^2)$
 $= 0.1(1.21 + 1.1 + 1) = 0.1 \times 3.31 = 0.331 \text{ m}^3$

مثال (4) حلّ كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

- $x^3 - 3^3 = (x-3)(x^2 + 3x + 3^2) = (x-3)(x^2 + 3x + 9)$
- $y^3 - 64 = y^3 - 4^3 = (y-4)(y^2 + 4y + 16)$
- $27z^3 - 8 = 3^3z^3 - 2^3 = (3z-2)(9z^2 + 6z + 4)$
- $\frac{1}{b^3} - \frac{1}{125} = \frac{1}{b^3} - \frac{1}{5^3} = (\frac{1}{b} - \frac{1}{5})(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{5b} + \frac{1}{25})$
- $\frac{1}{3}t^3 - 9 = \frac{1}{3}(t^3 - 27) = \frac{1}{3}(t-3^3) = \frac{1}{3}(t-3)(t^2 + 3t + 9)$
- $0.216 - n^3 = (0.6)^3 - n^3 = (0.6-n)(0.36 + 0.6n + n^2)$
- $1 - 0.125z^3 = 1 - (0.5)^3z^3 = (1-0.5z)(1 + 0.5z + 0.25z^2)$
- $32 - \frac{1}{2}m^3 = \frac{1}{2}(64 - m^3) = \frac{1}{2}(4-m)(16 + 4m + m^2)$

التمرينات

Multiple Choice

الدرس [2-5] تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو فرق بين مكعبين
Using the sum of two cubes or difference between two cubes to factor the Algebraic Expression

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
حلّ كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

- $8 + x^3$ a) $(2-x)(4+2x+x^2)$ b) $(2+x)(4-2x+x^2)$
c) $(2-x)(4+2x+x^2)$ d) $(2+x)(4+2x+x^2)$
- $8y^3 + 27$ a) $(2y+3)(4y^2+6y+9)$ b) $(2y-3)(4y^2+6y+9)$
c) $(2y+3)(4y^2-6y+9)$ d) $(2y-3)(4y^2-6y+9)$
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{64}$ a) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4})(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{16})$ b) $(\frac{1}{2} - \frac{1}{4})(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{16})$
c) $(\frac{1}{2} - \frac{1}{4})(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{16})$ d) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4})(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{16})$
- $\frac{27}{125} + \frac{8}{x^3}$ a) $(\frac{3}{5} - \frac{2}{x})(\frac{9}{25} + \frac{6}{5x} + \frac{4}{x^2})$ b) $(\frac{3}{5} - \frac{2}{x})(\frac{9}{25} - \frac{6}{5x} + \frac{4}{x^2})$
c) $(\frac{3}{5} + \frac{2}{x})(\frac{9}{25} - \frac{6}{5x} + \frac{4}{x^2})$ d) $(\frac{3}{5} + \frac{2}{x})(\frac{9}{25} - \frac{6}{5x} - \frac{4}{x^2})$
- $0.027 + z^3$ a) $(0.03+z)(0.09-0.3z+z^2)$ b) $(0.03+z)(0.009-0.03z+z^2)$
c) $(0.3+z)(0.9-0.3z+z^2)$ d) $(0.3+z)(0.09-0.3z+z^2)$
- $\frac{8}{y^3} - \frac{1}{27}$ a) $(\frac{2}{y} - \frac{1}{3})(\frac{4}{y^2} - \frac{2}{3y} + \frac{1}{9})$ b) $(\frac{2}{y} + \frac{1}{3})(\frac{4}{y^2} - \frac{2}{3y} + \frac{1}{9})$
c) $(\frac{2}{y} - \frac{1}{3})(\frac{4}{y^2} + \frac{2}{3y} + \frac{1}{9})$ d) $(\frac{2}{y} - \frac{1}{3})(\frac{4}{y^2} + \frac{2}{3y} - \frac{1}{9})$
- $9 - \frac{1}{3}z^3$ a) $\frac{1}{3}(3-z)(9+3z+z^2)$ b) $\frac{1}{3}(3-z)(9-3z+z^2)$
c) $\frac{1}{3}(3+z)(9+3z+z^2)$ d) $\frac{1}{3}(3-z)(9-3z+z^2)$
- $0.008x^3 - 1$ a) $(0.02x-1)(0.04x^2+0.002x+1)$ b) $(0.02x-1)(0.04x^2+0.02x+1)$
c) $(0.2x+1)(0.4x^2-0.2x+1)$ d) $(0.2x-1)(0.04x^2+0.2x+1)$

أكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم.

تأكد من فهمت

حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

- 1) $y^3 + 216$
- 3) $125 + 8z^3$
- 5) $\frac{1}{8} + \frac{1}{64}$
- 7) $0.125 + v^3$

- 2) $x^3 + z^3$
- 4) $\frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{8}$
- 6) $\frac{1}{3}t^3 + 9$
- 8) $1 + 0.008z^3$

الأسئلة (1 - 8)
مشابهة للشاين (1،2)

حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

- 9) $m^3 - 8^3$
- 11) $\frac{1}{8} - \frac{1}{8}$
- 13) $0.125 - m^3$
- 15) $3h^3 - 81$

- 10) $8y^3 - 64$
- 12) $\frac{1}{2}v^3 - 4$
- 14) $25 - \frac{1}{5}n^3$
- 16) $0.216v^3 - 0.008t^3$

الأسئلة (9 - 16)
مشابهة للشاين (3،4)

تكرّب وحل التعريفات

حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

- 17) $6^3 + x^3$
- 19) $125y^3 + 1$
- 21) $\frac{1}{6^3} + \frac{1}{8}$
- 23) $0.027 + 27n^3$

- 18) $27 + 64x^3$
- 20) $\frac{1}{64} + \frac{8}{125}y^3$
- 22) $\frac{1}{5}v^3 + 25$
- 24) $0.125x^3 + 0.008y^3$

حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

- 25) $y^3 - 64$
- 27) $\frac{1}{8} - \frac{27}{8}$
- 29) $0.001 - v^3$
- 31) $25t^3 - \frac{1}{5}$

- 26) $27y^3 - 8$
- 28) $9 - \frac{1}{3}n^3$
- 30) $4 - \frac{1}{2}t^3$
- 32) $0.001x^3 - 0.008y^3$

الإثراء

حلل المقادير الجبرية إلى أبسط صورة:

$$1) 3x^3 + \frac{1}{9}y^3 = 3(x^3 + \frac{1}{27}y^3) = 3(x + \frac{1}{3}y)(x^2 - \frac{1}{3}xy + \frac{1}{9}y^2)$$

$$2) x^4 - x = x(x^3 - 1) = x(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$3) 0.064x^3 - 0.027 = (0.4x - 0.3)(0.16x^2 + 0.12x + 0.09)$$

$$4) x^9 + x^3 = x^3(x^6 + 1) = (x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)$$

$$5) y^3 - \frac{1}{125} = (y - \frac{1}{5})(y^2 + \frac{1}{5}y + \frac{1}{25})$$

$$6) \frac{1}{2}h^3 + 4 = \frac{1}{2}(h^3 + 8) = \frac{1}{2}(h + 2)(h^2 - 2h + 4)$$

تدريب وحل مسائل حياتية



33) **مكتبة:** مكتبة مدينة شتوتغارت هي واحدة من أجمل المكتبات في العالم والخمها وتقع في ألمانيا، كما أنها من أكثر المكتبات تماشياً مع متطلبات التعليم الحديثة. بداية المكتبة على شكل مكعب طول حرفه $13\frac{1}{2}y^3 - \frac{1}{2}y^3$ متر. حلل المقدار الذي يمثل طول حرفه.



34) **حوض سمك:** حوض سمك الزينة حجمه $25x^3$ متراً مكعباً، وضع في داخله حجر مكعب الشكل حجمه $\frac{1}{3}$ متر مكعب، ملئ بالماء كاملاً. اكتب المقدار الذي يمثل حجم الماء ثم حله.



35) **سكن:** بدأت المنازل تأخذ أشكالاً مختلفة في التصميم مع تطور هندسة العمارة فضنمت هذه المنازل على شكل مكعبات، فإذا كان حجم المنزل الأول $\frac{8}{9}$ متر مكعب، وحجم المنزل الثاني $\frac{27}{16}$ متر مكعب. اكتب حجم المنزلين معاً ثم حلل المقدار.

فكر

36) **تحذّر:** حلل المقدار الجبري الآتي إلى أبسط صورة:

$$0.002z^3 - 0.016y^3$$

37) **أصحح الخطأ:** حلت بشرى المقدار $8v^3 - 0.001$ كما يأتي:

$$8v^3 - 0.001 = (2v + 0.1)(4v^2 - 0.4v + 0.01)$$

اكتشف خطأ بشرى وصححه.

38) **حل عددي:** هل يمكن جمع العددين 27×8 بطريقة تحليل مجموع مكعبين؟ وضح إجابتك.

الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:

$$125 - x^3 = (5 \dots x)(25 \dots 5x \dots x^2)$$

الدرس 2-6 تبسيط المقادير الجبرية النسبية Simplifying Rational Algebraic Expressions



اقرأ الدرس
• ضرب المقادير الجبرية النسبية
• قسّمها وكتابتها بأبسط صورة
• جمع المقادير الجبرية النسبية
• وطرحها وكتابتها بأبسط صورة
المفردات
• النسبة ، الكسر

اقرأ الدرس
• ضرب المقادير الجبرية النسبية (الكسرية)
• قسّمها وكتابتها بأبسط صورة، وجمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها وكتابتها بأبسط صورة.

2-6-1 تبسيط ضرب المقادير الجبرية النسبية وقسّمها Simplifying multiplying and dividing rational algebraic expressions

تعزّزت سابقاً إلى خواص الأعداد النسبية والحقيقية وتعلّمت كيفية تبسيط الخلل العنيدة بتضمين المضاعف المشترك الأصغر وترتيب الضوابط، والأن سوف تتعلّم كيفية تبسيط المقادير الجبرية النسبية (الكسرية) وذلك بقسمة كل من البسط والمقام على عامل مشترك، وتكرار الأمر بحيث لا يبقى مجال لذلك، وعندئذ نلجأ إلى المقادير على أبسط صورة (simplest form)

مثال (1) اكتب نسبة لمن بقاة الزهور الواحدة إلى الثمن الكلي للمقات بأبسط صورة.

حل: البسط والمقام

$$\frac{\text{لثمن بقاة الزهور}}{\text{لثمن البقات الكلية لثمن الزهور}} = \frac{2x - 6}{x^2 - x - 6} = \frac{2(x-3)}{(x-3)(x+2)}$$

بقسمة كل من البسط والمقام على العامل المشترك

$$= \frac{2}{(x+2)(x+2)}$$

مثال (2) اكتب كل مقدار من المقادير الآتية بأبسط صورة:

i) $\frac{x^2 - 4}{(x^2 - 4x + 4)} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2} = \frac{x+2}{x-2}$

ii) $\frac{5x + 10}{x - 3} \times \frac{x^2 + 27}{x^2 + 6x + 8} = \frac{5(x+2)}{x-3} \times \frac{(x+3)(x+9)}{(x+2)(x+4)} = \frac{5(x+3)(x+9)}{(x-3)(x+4)}$

iii) $\frac{16 - x^2}{3x + 5} \times \frac{(3x^2 - 2x - 5)}{(x^2 + 3x + 4)} = \frac{(4+x)(4-x)}{(3x+5)} \times \frac{(3x-5)(x-1)}{(x+4)(x-1)} = 4 - x$

iv) $\frac{8 + t^2}{4 - 2t + t^2} \times \frac{(2+t)^2}{t^2 + 9t + 14} = \frac{8+t^2}{(2-t)^2} \times \frac{(2+t)^2}{(t+7)(t+2)} = \frac{(2+t)^2}{(2-t)^2} \times \frac{(t+7)(t+2)}{(t+7)(t+2)} = \frac{(2+t)^2}{(2-t)^2}$

حسب البسط والمقام وقسّم على العامل المشترك

إعادة التعليم

تبسيط المقادير الجبرية النسبية (الكسرية) وذلك بقسمة كل من البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر.

مثال (1): اكتب المقدار الجبري في أبسط صورة:

$$\frac{x^2 - x - 20}{x^2 + 3x - 40} \div \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 15x + 56}$$

$$= \frac{(x+4)(x-5)}{(x+8)(x-5)} \times \frac{(x+8)(x+7)}{(x+4)(x-3)} = \frac{x+7}{x-3}$$

تدريبات

اكتب المقدار الجبري في أبسط صورة:

$$\frac{2}{x^2 - 9} - \frac{3}{x^2 - 6x + 9} = \frac{2}{(x-3)(x+3)} - \frac{3}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{2(x-3) - 3(x+3)}{(x-3)^2(x+3)} = \frac{2x - 6 - 3x - 9}{(x-3)^2(x+3)} = \frac{-x - 15}{(x-3)^2(x+3)}$$

نتائج التعلّم

ورقة عمل مكتوب فيها المقادير الجبرية:

$$1) \frac{\sqrt{8}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{8} + \frac{2\sqrt{2}}{4}$$

$$2) \frac{2\sqrt{8} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12}}{4\sqrt{3}}$$

$$3) \frac{2x^3 - 6x^2 + 12x}{2x}$$

المواد والوسائل

تهيئة

اطلب إلى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هين الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
- اطلب إلى المجموعات حل المقادير الجبرية الآتية:

اسأل الطلاب:

- كيف تجد قيمة المقدار العددي في أولاً؟ تبسيط الجذور وإيجاد مضاعف مشترك أكبر.
- كيف تجد ناتج قسمة مقدار جبري على حد جبري؟ بقسمة كل حد من حدود المقدار الجبري على المقسوم عليه.

$$1) \frac{\sqrt{8}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{8} + \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{4\sqrt{2} - \sqrt{2} + 8\sqrt{2}}{8} = \frac{11\sqrt{2}}{5}$$

$$2) \frac{2x^3 - 6x^2 + 12x}{2x} = \frac{2x^3}{2x} - \frac{6x^2}{2x} + \frac{12x}{2x} = x^2 - 3x + 6$$

- سجّل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.
- اكتب على السبورة المقدار الجبري التالي:

$$\frac{y^2 - 49}{y^2 - 14y + 49}$$

اسأل الطلاب:

- هل يمكن حل المقدار الجبري في أبسط صورة بنفس الأسلوب السابق نفسه وذلك بتحليل المقادير الجبرية؟
- استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس تبسيط المقادير الجبرية النسبية.

2 شرح وتفسير

تعلّم: وجه الطلاب إلى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم.

- قّم المثال (1) تحليل البسط والمقام وقسمته على العامل المشترك الأكبر.
- قّم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري إلى أبسط صورة.
- قّم المثال (3) لتبين للطلاب تبسيط المقادير الجبرية إذا كانت جمع وطرح المقادير النسبية (الكسرية) وذلك باستعمال المضاعف المشترك الأصغر أولاً ثم تبسيطه.

2-6-2 | تبسيط جمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها
Simplifying adding and subtracting rational algebraic expressions

لعلنا سابقاً كيفية تحليل المقادير الجبرية وكذلك كيفية إيجاد مضاعف مشترك أصغر (LCM) بحيث نحصل ضرب العوامل المشتركة بأكثر من واحد المشترك عند تبسيط حمل عدديّة كسرية، والآن سوف نتعلم كيفية تبسيط جمع المقادير الجبرية النسبية (الكسرية) وطرحها وكذلك تعاملنا كل من بسط ومقام الكسر إلى أبسط صورة. لم نعد بحاجة جمع وطرح المقادير الكسرية بالمعامل المشترك وتبسيط المقادير على أبسط صورة (simplest form).

مثال (3) أكتب المقادير الجبرية المبسطة بأبسط صورة:

$$\frac{y^2}{(y+2)} - \frac{4}{(y+2)}$$

المضاعف المشترك الأصغر (LCM) = (y+2)

تبسيط البسط على صورة فرق بين عددين

$$= \frac{y^2 - 4}{(y+2)}$$

ببساطة كل من البسط والمقام على (y+2)

$$= \frac{(y+2)(y-2)}{(y+2)} = y-2$$

مثال (4) أكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

تبسيط البسط والمقام

المضاعف المشترك الأصغر (LCM) = (x+2)

$$i) \frac{7x-14}{x^2-4} + \frac{5}{(x+2)} = \frac{7(x-2)}{(x+2)(x-2)} + \frac{5}{x+2}$$

$$= \frac{7}{x+2} + \frac{5}{x+2}$$

$$= \frac{7+5}{x+2} = \frac{12}{x+2}$$

المضاعف المشترك الأصغر (LCM) = (2z-5)(z+3)

$$ii) \frac{4z}{2z-5} - \frac{z}{z+3} = \frac{4z}{2z-5} \times \frac{(z+3)}{(z+3)} - \frac{z}{z+3} \times \frac{(2z-5)}{(2z-5)}$$

$$= \frac{4z(z+3) - z(2z-5)}{(2z-5)(z+3)} = \frac{4z^2 + 12z - 2z^2 + 5z}{(2z-5)(z+3)} = \frac{2z^2 + 17z}{(2z-5)(z+3)}$$

$$iii) \frac{t^2+2t+4}{t^2-8} + \frac{12}{3t-6} = \frac{t^2+2t+4}{(t-2)(t^2+2t+4)} + \frac{12}{3(t-2)} = \frac{1}{(t-2)} + \frac{4}{(t-2)} = \frac{5}{(t-2)}$$

$$iv) \frac{8}{v+4} + \frac{2}{v-4} - \frac{1}{v^2-16} = \frac{8}{v+4} + \frac{2}{v-4} - \frac{1}{(v+4)(v-4)} = \frac{8(v-4) + 2(v+4) - 1}{(v+4)(v-4)}$$

$$= \frac{8v - 32 + 2v + 8 - 1}{(v+4)(v-4)} = \frac{10v - 25}{(v+4)(v-4)} = \frac{5(2v-5)}{(v+4)(v-4)}$$

التمرينات

Multiple Choice
الدرس [2-6] تبسيط المقادير الجبرية النسبية
Simplifying Rational Algebraic Expressions

- اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
اكتب كل مقدار من المقادير الآتية بأبسط صورة:
- $\frac{x+3}{4} + \frac{4x-12}{9}$ a) $\frac{3}{x}$ b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{x}$
 - $\frac{y+2}{y^2+2y+4} + \frac{y^2-8}{y^2-4}$ a) $\frac{1}{y-2}$ b) 1 c) $\frac{1}{y+2}$ d) -1
 - $\frac{z^2-2z-15}{9+3z} + \frac{5}{z^2-25}$ a) $\frac{5}{z+3}$ b) $\frac{3}{5(z+5)}$ c) $\frac{5}{3(z+5)}$ d) $\frac{3}{z+5}$
 - $\frac{x^2-40}{2x^2+9x-35} + \frac{8-7}{4x^2-25}$ a) x-7 b) 2x-5 c) x+7 d) 2x+5
 - $\frac{1-z^2}{1+z+z^2} + \frac{(1-z)^2}{1-z^2}$ a) 1-z b) 1+z c) 1+z+z^2 d) 1-z+z^2
 - $\frac{2y+1}{y^2-1} - \frac{y}{y^2+y+1}$ a) $\frac{y}{y-1}$ b) $\frac{1}{y+1}$ c) $\frac{1}{y-1}$ d) $\frac{y}{y-1}$
 - $\frac{5-4z^2}{8z^2+1} + \frac{2z-1}{4z^2-2z+1}$ a) $\frac{2z-1}{(2z+1)(4z^2-2z+1)}$ b) $\frac{2z+1}{(2z+1)(4z^2-2z+1)}$ c) $\frac{4z^2-2z+1}{(2z+1)(4z^2-2z+1)}$ d) $\frac{4}{(2z+1)(4z^2-2z+1)}$
 - $\frac{3}{x-5} - \frac{2}{5-x} - \frac{130+24x+8x^2}{x^3-125}$ a) $(x^2+5x+25)$ b) $(x^2-5x+25)$ c) $(x^2+5x+25)$ d) $x^2+5x+25$
 - $\frac{3y+1}{y+4} - \frac{y-4}{3y-1} - \frac{10+8y^2}{3y^3+11y-4}$ a) $\frac{5}{(y+4)(3y-1)}$ b) $\frac{3}{(y+4)(3y-1)}$ c) $\frac{-3}{(y+4)(3y-1)}$ d) $\frac{5}{(y+4)(3y-1)}$

أمثلة إضافية: قم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب بسط المقادير الآتي:

$$\frac{x^2+7x-8}{x-1} \times \frac{x^2-4}{x^2+6x-16}$$

$$= \frac{(x+8)(x-1)}{x-1} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x+8)(x-2)} = x+2$$

- تأكد من فهمك:** أطلب إلى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.
- الأسئلة (1-6) يتطلب الحل ضرب وقسمة المقادير الجبرية وتبسيطها.
 - الأسئلة (7-12) يتطلب الحل جمع المقادير الجبرية وطرحها وتبسيطها.
 - يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
 - اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2,4,6,9) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند تبسيط مقدار جبري مؤلف من حاصل قسمة كسر جبري على كسر جبري وذلك بتحويل عملية القسمة الى ضرب دون تبديل مقام وبسط الكسر الثاني مع بعض ، فلذا ذكرهم بذلك .

3

- ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.
- تدرب وحل التمرينات:** اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم
- الأسئلة (13 - 22) يتطلب الحل تبسيط المقدار الجبري بأبسط صورة.
 - تدرب وحل مسائل حياتية:** اطلب إلى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .
 - السؤال (24) يتطلب الحل اولاً ايجاد عرض المستطيل بعد التوسع وهو $2x+3$ وطوله بعد التوسع او هو $2x+5$ ثم اكمال الحل بجمع النسبتين وتبسيط المقدار.

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال اعادة تعليم .

اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع إجابتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .
حلل المقادير الجبرية الآتية :

$$\frac{x^2 + x + 1}{x^4 - x} - \frac{x + 3}{x^2 + 2x - 3}$$

$$= \frac{x^2 + x + 1}{x(x-1)(x^2 + x + 1)} - \frac{x + 3}{(x+3)(x-1)}$$

$$= \frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{(1-x)}{x(x-1)} = \frac{-1}{x}$$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثرانية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل .
اطلب إليهم حل المقادير الجبرية الى أبسط صورة :

$$\frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 + 14x + 49} \div \frac{x - 7}{2x^2 - 98}$$

$$= \frac{(x+7)(x-3)}{(x+7)^2} \times \frac{2(x^2 - 49)}{x - 7}$$

$$= \frac{(x+7)(x-3)}{(x+7)^2} \times \frac{2(x-7)(x+7)}{x-7} = 2(x-3)$$

الإثراء

اكتب كل مقدار من المقادير الجبرية التالية في أبسط صورة:

$$1. \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - y} \times \frac{x + y}{x - y} \div \frac{x^2 - y^2}{x^2}$$

$$= \frac{(x-y)(x-y)}{(x-y)} \times \frac{x+y}{(x-y)} \times \frac{x^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2}{x-y}$$

$$2. \frac{1}{x-1} - \frac{5}{(x-3)^2} + \frac{3x+1}{x^2-4x+3}$$

$$= \frac{1}{(x-1)} - \frac{5}{(x-3)^2} + \frac{3x+1}{(x-1)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-3)^2 - 5(x-1) + (3x+1)(x-3)}{(x-1)(x-3)^2}$$

$$= \frac{x^2 - 6x + 9 - 5x + 5 + 3x^2 - 8x - 3}{(x-1)(x-3)^2}$$

$$= \frac{4x^2 - 19x + 11}{(x-1)(x-3)^2}$$

ناقد من همك

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

$$1. \frac{2z^2 - 4z + 2}{z^2 - 7z + 6}$$

$$2. \frac{y^4 + 27}{y^4 - 3y^2 + 9y}$$

$$3. \frac{5x + 3}{x + 3} \times \frac{x^2 + 5x + 6}{25x^2 + 9}$$

$$4. \frac{z^2 + 7z - 8}{z-1} \times \frac{z^2 - 4}{z^2 + 6z + 16}$$

$$5. \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 4} \times \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6}$$

$$6. \frac{2y^2 - 2y}{y^2 - 9} + \frac{y^2 + y - 2}{y^2 + 2y - 3}$$

الأسئلة (1-6)
مشابهة للسؤالين (1:2)

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

$$7. \frac{2}{x^2 - 9} + \frac{3}{x^2 - 4x + 3}$$

$$8. \frac{2y^2 - 128}{y^4 + 4y^2 + 16y} - \frac{y-1}{y}$$

$$9. \frac{z^2 + z + 1}{z^2 - z} - \frac{z+3}{z^2 + 2z - 3}$$

$$10. \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} - 1$$

$$11. \frac{3}{z-1} + \frac{2}{z+3} + \frac{8}{z^2 + 2z - 3}$$

$$12. \frac{y-3}{y-1} + \frac{5y-15}{(y-3)^2} - \frac{3y+1}{y^2 - 4y + 3}$$

الأسئلة (7-12)
مشابهة للسؤالين (3:4)

تدريب وحل التمرينات

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

$$13. \frac{x+5}{12x} \times \frac{6x-30}{x^2-25}$$

$$14. \frac{y+3}{2y^2+6y+18} \times \frac{y^2-27}{y^2-9}$$

$$15. \frac{3-x}{4-2x} \times \frac{x^2+x-6}{9-x^2}$$

$$16. \frac{y+2}{2y-4} + \frac{y^2+8}{y-2}$$

$$17. \frac{y^2-7y}{y^2-27} + \frac{y^2-49}{y^2+3y+9}$$

$$18. \frac{64-z^2}{32+8z+2z^2} + \frac{(4-z)^2}{16-z^2}$$

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

$$19. \frac{5}{x^2-36} - \frac{2}{x^2-12x+36}$$

$$20. \frac{y^2-y}{y^2-1} - \frac{1}{y^2+y+1}$$

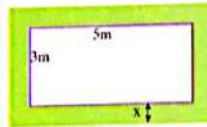
$$21. \frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-2} + \frac{4+2x+x^2}{x^2-8}$$

$$22. \frac{y-5}{y+1} + \frac{y-1}{y+5} - \frac{25}{y^2+6y+5}$$

تدريب وحل مسائل حياتية



27 **مكتبة:** إذا كان المقادير الجبري $x^2 - 4$ يمثل عدد الكتب العلمية في المكتبة، والمقدار الجبري $x^2 + x - 6$ يمثل عدد الكتب الأدبية فيها. اكتب نسبة الكتب العلمية إلى الكتب الأدبية بأبسط صورة.



24 **هضبة:** مستطيل أبعاده 5، 3 أمتار وسُح إلى مستطيل أكبر وذلك بإحاطته بممر عرضه x متر. اكتب المقادير الجبري الذي يمثل مجموع نسبتي طول المستطيل قبل التوسيع إلى طوله بعد التوسيع ونسبة عرض المستطيل قبل التوسيع إلى عرضه بعد التوسيع بأبسط صورة.



25 **الغيب نارية:** المقدار الجبري $5t^2 + 15t - 20$ يمثل الارتفاع بالأمتار لقذيفة ألعاب نارية أطلقت من سطح بناية ارتفاعها 20 متراً، إذ تمثل زمن وصول القذيفة بالثواني إلى الهدف. والمقدار الجبري $5t^2 - 19t + 4$ يمثل ارتفاع قذيفة أخرى أطلقت من سطح بناية ارتفاعها 4 أمتار. اكتب نسبة ارتفاع القذيفة الأولى إلى ارتفاع القذيفة الثانية بأبسط صورة.

فكر

26 **تحذير:** بنسط المقادير الجبري الآتي إلى أبسط صورة:

$$\frac{y^2 - 5}{2y^2 - 16} + \frac{y - \sqrt{5}}{2y^2 + 4y + 8}$$

27 **أصغح الخطأ:** بنسطت سماح المقدار الجبري وكتبته بأبسط صورة كما يأتي:

$$\frac{z^2 - z - 30}{5 + z} \times \frac{2z + 12}{z^2 - 36} = 1$$

اكتشف خطأ سماح وصححه.

28 **حل عددي:** ما ناتج جمع المقادير الجبريين بدون استعمال الورقة والقلم؟ وضع إجابتك.

$$\frac{5}{x^2 - 49} + \frac{-4}{(x-7)(x+7)}$$

اكتب

$$\frac{z^2 + z - 6}{2z^2 + 2z - 12} \div \frac{z^2 - 16}{2z + 8}$$

قيمة المقدار الجبري بأبسط صورة

خطة حل المسألة (الخطوات الأربعة)
Problem Solving Plan (The Four Steps)

الدرس
12-71



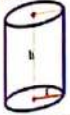
تتخذ المئابي الحديثة أشكالاً هندسية مختلفة، ففي الصورة المجاورة فندق على شكل أسطوانة دائرية قائمة مقلدة من جوانبها بالزجاج إذا كان نصف قطر قاعدة المئابي $x - 8$ أمثاله وارتفاعه $x + 12$ متراً، ما المساحة الجانبية للفندق؟

فكرة الدرس
• استعمال استراتيجية الخطوات الأربعة لحل المسألة.

افهم

ما المعطيات في المسألة؟ مبنى الفندق على شكل أسطوانة، نصف قطر قاعدته $x - 8$ أمتراً، وارتفاعه $x + 12$ متراً.
ما المطلوب من المسألة؟ إيجاد المساحة الجانبية للفندق.

خطط



كيف نحل المسألة؟ بما أن بناء الفندق مشابهة للشكل الأسطواني الدائري القائم، لذا نطبق قانون المساحة الجانبية للأسطوانة القائمة وهي:
المساحة الجانبية = $2 \times$ النسبة الثابتة \times نصف قطر القاعدة \times الارتفاع $(LA = 2\pi rh)$

حل

نصف قطر القاعدة = $x - 8$ متر
الارتفاع = $x + 12$ متر
عوض في القانون بالمعطيات
استعمل صرب المقادير الجبرية
استعمل خاصية التوزيع 6
المساحة الجانبية للفندق بالامتار المربعة

$$LA = 2\pi \times r \times h$$

$$= 2\pi (x - 8)(x + 12)$$

$$= 2\pi (x^2 + 4x - 96)$$

$$= 2\pi x^2 + 8\pi x - 192\pi$$

تحقق

استعمل تحليل المقادير الجبرية للتحقق من صحة الحل.
أخراج عامل مشترك
تحليل المقادير الجبرية بالتجريبية
أي أن $x - 8 \times x + 12 = x^2 + 4x - 96$ لذا فإن الحل صحيح.

نتائج التعلّم

استعمل الخطوات الأربعة لحل المسألة.

ورقة عمل فيها المقادير الجبرية الآتية:

$$1) (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$$

$$2) (2y + 7)(3y - 5)$$

المواد والوسائل

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هبى الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
- اطلب إلى المجموعات إيجاد ناتج الضرب بأبسط صورة:

$$1) (x+3)(x^2 - 3x + 9) = x^3 + 27$$

$$2) (2y + 7)(3y - 5) = 6y^2 + 11y - 35$$

اسأل الطلاب :

- كيف تتحقق من صحة حل التمارين ؟ باستعمال طريقة التحليل .
- سجّل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

2 شرح وتفسير

سلسلة الناجح في الرياضيات

- أرشد الطلاب الى المعطيات والمطلوب في المسألة .
- اطلب الى الطلاب تحويط المعطيات ، ووضع خط تحت المطلوب .



- ناقش الطلاب في الطريقة المناسبة لحل هذه المسألة واستمع إلى مقترحاتهم .
- بيّن للطلاب أنّ حل المسألة الخطوات الأربعة هي الطريقة الأنسب للحل .



- قم بحل المسألة على وفق خطة الخطوات الأربعة .
- وقدم الأسئلة التالية للتلاميذ في أثناء الشرح لتوجيه انتباههم .

• اكتب قانون المساحة الجانبية للأسطوانة ؟ $LA = 2\pi rh$

• ما نصف قطر قاعدة الفندق ؟ $x - 8$

• ما هو ارتفاع الفندق ؟ $x + 12$

• كم المساحة الجانبية للفندق ؟

$$LA = 2\pi x^2 + 8\pi x - 192\pi$$



- كيف أتتحقق من صحة الحل؟ استمع الى تبريرات الطلاب .
- وجه الطلاب الى استعمال الخطوات العكسية للحل وذلك باستعمال اخراج العامل المشترك الأكبر، ثم تحليل المقدار بواسطة التجربة لإيجاد نصف قطر الفندق وارتفاعه .
- اطلب الى الطلاب حل المسائل (1,3,4) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد لا يستطيع بعض الطلاب تحديد الخطوات اللازمة لاجراء عملية التحقق من صحة الحل، فذكرهم بان خطوات التحقق من صحة الحل او الفرضية هي عكس خطوات الحل للمسألة .

3 تدريب

- ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل المسائل .
- اقرأ المسائل أمام الطلاب واطلب إليهم حلها وتابع اجاباتهم .

Problems



1 مدينة الألعاب: بعض الألعاب في مدينة الألعاب تشغل مساحة أكبر من المساحة التي تشغلها وهي متوقعة. لعبة الأرجوحة تشغل مساحة دائرية قطرها x متر عند الدوران، وعند توقفها فإن قطر المساحة التي تشغلها يقل بمقدار 8 أمتار. اكتب مقدار الفرق بين مساحتي التوقف والدوران للأرجوحة ثم حله.



2 ديب الباندا: موطن ديب الباندا الطبيعي هو سلسلة جبال وسط الصين، ويحتاج الباندا إلى منطقة واسعة في حديقة الحيوانات حتى يتكيف للعيش. وضعت المنطقة المخصصة للباندا في إحدى حدائق الحيوان بمقدار 6 أمتار إلى كل من طول وعرض المنطقة فأصبح طول المنطقة $x + 8$ أمتار والعرض $x + 4$ متراً. ما مساحة المنطقة المخصصة للباندا قبل التوسع؟



3 كرة الثلج: كرة الثلج وهي كرة شفافة، تصنع من الزجاج تطوي على منظر طبيعي وتحتوي على الماء ويستفاد من الماء بوضعه وسطاً لسقوط الثلج إذا كان نصف قطر كرة الثلج 3. y - سنتمتر. فما حجم الكرة؟



4 هندسة: صندوق مكعب الشكل طول ضلعه x سنتمتر، وضع داخله مكعب أصغر منه طول ضلعه 3 سنتمتر. حلل المقنار الجبري الذي يمثل الفرق بين حجمي المكعبين.

سلسلة الناجح في الرياضيات

4 تقويم

- استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.
- يُعدُّ منتزه الزواء من احد الاماكن السياحية في العاصمة بغداد.
- جد مساحة المنتزه إذا علمت ان بعدي المنتزه $x + 10$ ، $2x + 8$ بالامتار .

بما ان ابعاد المنتزه ليست متساوية فلذا المنتزه مستطيل الشكل ومساحته هي:

$$\text{مساحة المنتزه} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$A = (2x + 8)(x + 10)$$

$$= 2x^2 + 28x + 80 \quad \text{مساحة المنتزه بالامتار المربعة}$$

مراجعة الفصل

Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
perfect square	مربع كامل	square of sum	مربع مجموع
the lost term	الحد المفقود	square of difference	مربع فرق
the unknown term	الحد المجهول	cubic of sum	مكعب مجموع
the middle	الأوسط	cubic of difference	مكعب فرق
the parties	الطرفان	factoring	تحليل
the middle term	الحد الأوسط	algebraic expression	مقدار جبري
sum of two cubes	مجموع مكعبين	greater common factor	عامل مشترك أكبر
difference between two cubes	فرق بين مكعبين	least common multiple	مضاعف مشترك أصغر
numerator	مسط الكسر	grouping	تجميع
denominator	مقام الكسر	inverse	معكوس
simplest form	أبسط صورة	check	تحقق
divide	يقسم	correct solution	الحل الصحيح
multiple	مضاعف	difference between two squares	فرق بين مربعين
completing the square	إكمال المربع	inverse operation	صلة عكسية

ضرب المقادير الجبرية

الدرس [2-1]

مثال: جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية:	تدريب: جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية:
i) $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$	i) $(2+6)^2 = \dots$
ii) $(\sqrt{2}+z)(\sqrt{2}-z) = 2-z^2$	ii) $(4x-3)(4x+3) = \dots$
iii) $(x-7)(x^2+7x+49) = x^3-343-x^2-7^3$	iii) $(5+z)(25-5z+z^2) = \dots$

تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر

الدرس [2-2]

مثال: حلل المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر وتحقق من صحة الحل:	تدريب: حلل المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر وتحقق من الحل:
$4x^2 + 14x - 30 = 2(2x-3)(x+5)$	$\sqrt{8}x^2z + \sqrt{3}(\sqrt{6}xz^2 - \sqrt{12}xz) = \dots$
التحقق: $2(2x-3)(x+5) = 2(2x^2+7x-15) = 4x^2+14x-30$	التحقق: \dots

60

تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات

الدرس [2-3]

مثال 1: حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية كحاصل ضرب بين مربعين:	مثال 2: حلل المقدار الجبري الآتي كمربع كامل:
i) $4x^2 - 49 = \dots$	$81z^2 - 18z + 1 = \dots$
ii) $3x^2 - y^2 = \dots$	$x^2 - 12x + 36 = (x-2)(x \times 6) + (6)^2 = (x-6)(x-6) = (x-6)^2$
تدريب 1: حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية كحاصل ضرب بين مربعين:	تدريب 2: حلل المقدار الجبري الآتي كمربع كامل:
i) $x^2 - 16 = (x+4)(x-4)$	$x^2 - 12x + 36 = (x-2)(x \times 6) + (6)^2 = (x-6)(x-6) = (x-6)^2$
ii) $25y^2 - 49 = (5y+7)(5y-7)$	

61

استعمل مراجعة الفصل للتأكد من امتلاك الطلاب

المهارات اللازمة لحل التمرينات .

قدم المثال لكل درس وأطلب إلى الطلاب حل

التدريب وتابع إجاباتهم .

تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو فرق بين مكعبين

الدرس [2-5]

مثال: حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:	تدريب: حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:
i) $x^3 + 27 = \dots$	i) $x^3 + 5^3 = (x+5)(x^2 - 5x + 5^2) = (x+5)(x^2 - 5x + 25)$
ii) $8z^3 + 125 = \dots$	ii) $27z^3 + 8 = (3z)^3 + 2^3 = (3z+2)(9z^2 - 6z + 4)$
iii) $x^3 - 64 = \dots$	iii) $y^3 - 125 = y^3 - 5^3 = (y-5)(y^2 + 5y + 25)$
iv) $\frac{1}{2} - \frac{1}{27} = \dots$	

تبسيط المقادير الجبرية النسبية

الدرس [2-6]

مثال: اكتب كل مقدار بأبسط صورة:	تدريب: اكتب كل مقدار بأبسط صورة:
i) $\frac{x^2-4}{z+2} \times \frac{z^2+9z+20}{z^2+2z-8} = \dots$	i) $\frac{x+3}{2x-6} \times \frac{x^2-27}{x^2+3x+9} = \frac{x+3}{2(x-3)} \times \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{x^2+3x+9} = \frac{x+3}{2}$
ii) $\frac{27-x^3}{2x^2+6x+18} + \frac{(3-x)^2}{x^2-x-6} = \dots$	ii) $\frac{125+y^3}{25-5y+y^2} + \frac{(5+y)^3}{y^2+10y+25} = \frac{(5+y)(25-5y+y^2)}{25-5y+y^2} \times \frac{(y+5)^3}{(5+y)^2} = 1$
iii) $\frac{4z}{2z-5} - \frac{z}{z+3} = \dots$	iii) $\frac{3x-15}{x^2-25} - \frac{2}{x+5} = \frac{3(x-5)}{(x+5)(x-5)} - \frac{2}{x+5} = \frac{3}{x+5} - \frac{2}{x+5} = \frac{3-2}{x+5} = \frac{1}{x+5}$

62

يهدف اختبار الفصل للتأكد من إتقان الطلاب أفكار الفصل وملاحظة مواطن الخلل لديهم. يمكنك الإستعانة بالجدول التالي لمعالجة أخطاء الطلاب.

- جدد نضع ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:
- 1 $(x + 5)^2$ 2 $(v - \sqrt{2})(v + \sqrt{2})$ 3 $(2 - x)(5 - x)$ 4 $(2y - 3)(y - 9)$
- جدد نضع ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:
- 5 $(x + 11)(x^2 - 11x + 121)$ 6 $(\frac{1}{2} - y)(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}y + y^2)$
- 7 $(y - 1)^3$ 8 $(z + \frac{1}{3})^3$
- حلل المقدار باستخدام العامل المشترك الأكبر (GCF) وتعلق من صحة الحل:
- 9 $8x^2 - 12x$ 10 $7y^3 + 14y^2 - 21y$ 11 $\sqrt{18}z^2 + \sqrt{2}(z^3 - z)$
- حلل المقدار باستخدام تقنية الحد كعامل مشترك أكبر:
- 12 $\frac{2}{3}(y+5) + \frac{1}{3}y(y+5)$ 13 $\sqrt{5}x(z^2 - 1) - \sqrt{2}z^2(z^2 - 1)$
- حلل المقدار باستخدام خاصية التجميع:
- 14 $6x^4 - 18x^3 + 10x - 30$ 15 $56 - 8y + 14y^2 - 2y^3$
- حلل المقدار بالتجميع مع المعكوس:
- 16 $9x^4 - 6x^2 + 8 - 12x$ 17 $\sqrt{11}z^2 - \sqrt{44}z^2 + 5(2 - z)$
- حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية:
- 18 $16 - x^4$ 19 $\frac{1}{3}z^2 - \frac{1}{27}$ 20 $\frac{1}{16}y - \frac{1}{2}y^4$
- 21 $8x^3 - \frac{1}{125}$ 22 $81 - 18y + y^2$ 23 $7z^2 - 36z + 5$
- حدد أي من المقادير الجبرية التالية يمثل مربعاً كاملاً وعلته:
- 24 $25x^2 + 30x + 9$ 25 $49 - 14y + y^2$ 26 $4v^2 + 4\sqrt{5}v + 5$
- اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعاً كاملاً وعلته:
- 27 $x^2 + \dots + 81$ 28 $36 - 12y + \dots$ 29 $7 - \dots + 4z^2$
- حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية:
- 30 $x^2 + 7x + 10$ 31 $x^2 - 5\sqrt{3}x + 18$ 32 $2v^2 + 9v + 7$
- 33 $32 - 16x + 2x^2$ 34 $\frac{1}{4}y^2 - 2y + 3$ 35 $12 - 7\sqrt{2}v + 2v^2$
- 36 $8 + 27x^3$ 37 $125y^3 - 1$ 38 $\frac{1}{4}z^2 - \frac{8}{27}$
- 39 $1 + 0.125y^3$ 40 $z^3 - 0.027$ 41 $3 - \frac{1}{3}v^3$
- اكتب كل مقدار من المقادير التالية على أبسط صورة:
- 42 $\frac{27 - 8x^3}{4z^2 - 9} \div \frac{9 + 6z + 4z^2}{9 + 6z}$ 43 $\frac{7}{x^2 - 25} \cdot \frac{6}{x^2 + 10x + 25}$
- 44 $\frac{y^2 - 1}{1 - y^2} \div \frac{1 + y}{1 + 2y + y^2}$ 45 $\frac{z + 3}{z + 5} \cdot \frac{z - 5}{z - 3} \div \frac{1}{z^2 + 2z - 15}$

السؤال	الخطأ	المعالجة
1 - 8	لا يستطيع بعض الطلاب من مراعاة الخواص عند الضرب	تدريبات إعادة التعليم للدرس 1
9 - 13	لا يتمكن بعض الطلاب من تحليل المقدار الجبري باستخدام العامل المشترك الأكبر.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 2
14 - 17	لا يتمكن بعض الطلاب من تحليل المقدار الجبري باستخدام التجميع مع المعكوس أو استعمال خاصية التجميع.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 2
18 - 26	لا يتمكن بعض الطلاب من تحليل المقدار الجبري باستخدام المتطابقات.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 3
27 - 29	لا يتمكن بعض الطلاب من كتابة الحد المفقود في مقدار جبري ليصبح مربعاً كاملاً.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 3
30 - 35	لا يتمكن بعض الطلاب من تحليل مقدار جبري باستخدام التجربة.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 4
36 - 41	لا يتمكن بعض الطلاب من معرفة الفرق بين مجموع مكعبين والفرق بين مكعبين.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 5
42 - 45	لا يتمكن بعض الطلاب من تبسيط المقدار الجبري على الصورة النسبية.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 6

المواد والوسائل	الخطوة الزمنية	المفردات	النتائج التعليمية	الدرس
	حصة واحدة			التمهيد للفصل الاختبار القبلي
ورقة عمل	3 حصص	- معادلة خطية - نظام المعادلات الخطية - حل النظام	حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً وبالتعويض وبالحدف في مجموعة الأعداد الحقيقية.	1 حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين
ورقة عمل	3 حصص	- معادلة - درجة ثانية - متغير واحد - فرق بين مربعين	حل المعادلة المولفة من حدين بتحليل الفرق بين مربعين في مجموعة الأعداد الحقيقية .	2 حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد
ورقة عمل	3 حصص	- معادلة خطية - التجربة	حل المعادلات الخطية من الدرجة الثانية المولفة من ثلاثة حدود بالتحليل بالتجربة في مجموعة الأعداد الحقيقية.	3 حل المعادلات التربيعية بالتجربة
ورقة عمل	3 حصص	- الحد الأول - الحد الأخير - مربع كامل - إكمال المربع	حل المعادلات التربيعية بطريقة إكمال المربع.	4 حل معادلات تربيعية بالمربع الكامل
ورقة عمل	3 حصص	- معامل - الحد المطلق - القانون العام	حل المعادلات من الدرجة الثانية بالقانون العام	5 حل المعادلات بالقانون العام
ورقة عمل	حصتان	- بسط الكسر - مقام الكسر - معادلة كسرية - الطرف الأيمن - الطرف الأيسر	حل المعادلات الكسرية.	6 حل المعادلات الكسرية
	حصتان		إستعمال إستراتيجية كتابة معادلة لحل المسألة	7 خطة حل المسألة (كتابة معادلة)
	حصة واحدة			مراجعة الفصل
	حصة واحدة			اختبار الفصل

• نعلم الطالب سابقاً الأعداد الحقيقية والمفاهيم والخصائص والمهارات المتعلقة بها مثل تمثيلها على مستقيم الأعداد والمقارنة بينها وترتيبها وإجراء العمليات عليها وكذلك تعلموا كيفية حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى بعدة خطوات في مجموعة الأعداد الحقيقية، وسوف يطور الطلاب معرفتهم في حل المعادلات فيتعلمون في هذا الفصل حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين، حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد، وحل المعادلة التربيعية بالتجربة، وحل المعادلات التربيعية بالمرجع الكامل واكمال المربع، وحل المعادلات بالقانون العام، وحل المعادلات الكسرية، واستعمال استراتيجيات كتابة معادلة لحل المسألة.

الترايط الراسي

النروس التي تَعَلَّمَهَا سَابِقاً

- ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية .
- تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية .
- حل معادلات من الدرجة الأولى في R .
- حل المتباينات المركبة ومتباينات القيمة المطلقة في R .
- تحليل المقادير الجبرية (باستعمال العامل المشترك، فرق بين مربعين، التجربة، المربع الكامل، فرق ومجموع بين مكعبين) .

النروس التي سَيَتَعَلَّمُهَا فِي هَذَا الْفَصْلِ

- حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين .
- حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد .
- حل المعادلات التربيعية بالتجربة .
- حل معادلات تربيعية بالمرجع الكامل .
- حل المعادلات بالقانون العام .
- حل المعادلات الكسرية .
- خطة حل المسألة (كتابة معادلة) .

المفردات

- **معادلة خطية بمتغيرين** : هي معادلة تحتوي على متغيرين كلا منهما من القوة واحد .
- **نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين** : هو نظام يتألف من معادلتين خطيتين كلا منهما بمتغيرين .
- **حل النظام** : يعني إيجاد قيم المتغيرين في المعادلتين .
- **المعادلة التربيعية بمتغير واحد** : هي معادلة يحتوي على متغير واحد ويكون أعلى أس له 2 وصيغتها العامة $ax^2+bx+c=0$ حيث $(a) \in R$ و $a, b, c \in R$.

الفصل 3

المعادلات

Equations

- الدرس 3-1 حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين
- الدرس 3-2 حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد
- الدرس 3-3 حل المعادلات التربيعية بالتجربة
- الدرس 3-4 حل المعادلات التربيعية بالمرجع الكامل
- الدرس 3-5 حل المعادلات بالقانون العام
- الدرس 3-6 حل المعادلات الكسرية
- الدرس 3-7 خطة حل المسألة (كتابة معادلة)

سافر باسل وسعد في رحلات سياحية عن طريق مطار بغداد الدولي فكانت مجموعة باسل تقل بـ 22 شخصاً عن مجموعة سعد، فإذا كان مجموع الأشخاص المسافرين 122 شخصاً، فيمكن حساب عدد الأشخاص لكل مجموعة وذلك بحل المعادلتين الخطيتين من الدرجة الأولى $x + y = 122$ و $x - y = 22$ إذ المتغير x يمثل عدد الأشخاص في مجموعة سعد والمتغير y يمثل عدد الأشخاص في مجموعة باسل.

التمهيد للفصل

• وجه الطلاب الى صفحة الفصل في كتاب الطالب ثم اطلب اليهم ملاحظة الصورة وناقشهم في المعلومة المعطاة: سافر باسل وسعد في رحلات سياحية عن طريق مطار بغداد الدولي فكانت مجموعة باسل تقل بـ 22 شخصاً عن مجموعة سعد ، فإذا كان مجموع الأشخاص المسافرين 122 شخصاً ، فيمكن حساب عدد الأشخاص لكل مجموعة وذلك بحل المعادلتين الخطيتين

• اسأل الطلاب :

• ماذا يمثل المقدار الجبري $x + y$ ؟ مجموع الأشخاص في

مجموعتي سعد وباسل.

• ماذا يمثل المقدار الجبري $x - y$ ؟ الفرق في عدد الأشخاص بين

مجموعتي سعد وباسل.

• كم عدد الأشخاص في مجموعة سعد ، مجموعة باسل ؟

$x=72$ ، $y=50$

• كيف حصلنا على عدد الأشخاص في كل مجموعة ؟

• استمع لإجابات بعض الطلاب ووجههم إلى ملاحظة

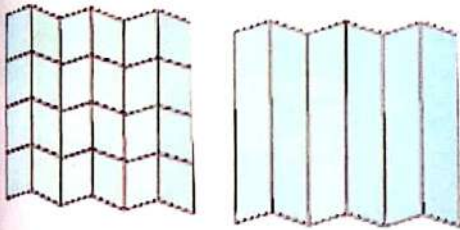
أنه لحل المعادلة نستعمل خصائص الأعداد .

• بين للطلاب بأنهم سوف يدرسون في هذا الفصل :

حل معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانياً ، بالتعويض ، وبالحدف ، وحل المعادلات التربيعية بمتغير واحد ، وحل المعادلة التربيعية بالتجربة والمرجع الكامل ، وحل المعادلات بالقانون العام ، وحل المعادلات الكسرية ، واستعمال استراتيجية كتابة معادلة لحل المسألة .

المطويات : منظم أفكار

عمل المطوية الجدول المثني:



قم برسم أسطر عمودية وأفقية على ورقة قياسها 29 سم × 21 سم أو أكبر ليكون عدد الأعمدة والصفوف حسب الحاجة ، قم بطي الورقة عمودياً لعمل جداول واكتب عناوين الأعمدة والصفوف بحسب الحاجة .

استعمال المطوية:

اكتب عنوان الفصل على الجزء الخارجي من المطوية ، وقسم كل عمود إلى أربعة أقسام كما في الشكل ، وفي كل عمود اكتب عناوين الدروس (جمع المقادير الجبرية وطرحها ، ضرب حد جبري في مقدار جبري ، ضرب المقادير الجبرية ، قسمة حد جبري على حد جبري ، تحليل المقادير الجبرية) في القسم الاول وفي القسم الثاني اكتب فكرة الدرس ، وفي القسم الثالث اكتب ملخص الدرس وفي القسم الرابع مثالا عن كل درس .

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

- 1) $(y - 5y)$ 2) $(x - 2)(x - 3)$ 3) $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$
 4) $(4 - y)(6 - y)$ 5) $(3x - 2)(x + 8)$

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

- 6) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$ 7) $(\frac{1}{2} - y)(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}y + y^2)$
 8) $5x^2 - 10x$ 9) $9y^2 - 6y^2 - 3y$ 10) $\sqrt{12}x^2 - \sqrt{3}x$

محل المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل:

- 11) $x(5 - x) - 3(5 - x)$ 12) $\frac{1}{2}(y + 1) + \frac{1}{4}y(y + 1)$ 13) $\sqrt{3}x(x - 1) - \sqrt{2}(x - 1)$

محل المقدار باستعمال التجميع:

- 14) $6x^2 - 12x^2 + 5x - 10$ 15) $9 - 18y + 7y^2 - 14y^2$ 16) $\sqrt{2}x^2 - \sqrt{6}x + x - \sqrt{3}$

محل المقدار بالتجميع مع المعكوس:

- 17) $4x^2 - 2x^2 + 3 - 6x$ 18) $\frac{3}{4}y^2 - \frac{1}{4}y^2 + 4 - 12y$ 19) $\sqrt{4}x^2 - \sqrt{25}x + 3(5 - 2x)$

محل كل مقدار جبري من المقادير الآتية:

- 20) $y^2 - 25$ 21) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}$ 22) $36 - 12x + x^2$

حدد أي من المقادير الجبرية التالية يمثل مربعاً كاملاً وحلّه:

- 23) $16x^2 + 40x + 25$ 24) $64 - 16y - y^2$ 25) $x^2 - 6x - 9$

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعاً كاملاً وحلّه:

- 26) $x^2 + \dots + 64$ 27) $9 - 24y + \dots$ 28) $5 - \dots + 4y^2$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية:

- 29) $18 - 3y - y^2$ 30) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$ 31) $4 - 21x + 5x^2$

- 32) $1 + 27x^2$ 33) $y^2 - 125$ 34) $y^2 - \frac{1}{8}$

- 35) $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{64}$ 36) $1 - 0.125x^2$ 37)

التقويم التشخيصي:

• استعمل الاختبار القلبي للتحقق من امتلاك الطلاب المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذا الفصل وهي: ايجاد ناتج ضرب مقدارين جبريين كل منهما يتألف من حدين ، وايجاد ناتج ضرب مقدارين جبريين أحدهما يتألف من حدين والآخر من ثلاثة حدود ، تحليل مقدار جبري باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) ، تحليل مقدار جبري بالفرق بين مربعين ، وبالمربع الكامل واكمال المربع ، وبالبحرية ، وبالفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين.

تشير الأخطاء التي قد يقع فيها الطلاب إلى جوانب الضعف في إجاباتهم ، مما يستوجب من المدرسين وضع خطط تدريس بديلة وتنويعها ، ولمعالجة الأخطاء.

المعالجة:

عالج احتياجات الطلاب بشكل فردي قبل البدء بتدريس الفصل وذلك بالاعتماد على نتائج الاختبار القبلي، ويمكنك معالجة الخلل لدى الطلاب بالاستعانة بالجدول التالي الذي يقترح معالجة مناسبة لكل مجموعة من الأسئلة تحتوي على الفكرة نفسها .

سلسلة الناجح في الرياضيات

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-5	لايستطيع بعض الطلبة ايجاد ناتج ضرب مقدارين جبريين كل منهما مكون من حدين .	تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول ناتج ضرب قوسين كل منهما مكون من حدين .
6 - 7	لايستطيع بعض الطلبة ايجاد ناتج ضرب مقدارين جبريين احدهما من حدين والثاني من ثلاثة حدود .	تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول ناتج ضرب مقدارين جبريين احدهما من حدين والثاني من ثلاثة حدود
8 - 13	لايتمكن بعض الطلاب من تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر او ثنائية الحد كعامل مشترك اكبر .	تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر او ثنائية الحد كعامل مشترك اكبر .
14 - 19	لايتمكن بعض الطلاب من تحليل المقدار الجبري باستعمال التجميع أو التجميع مع المعكوس.	تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول تحليل مقدار جبري باستعمال التجميع أو التجميع مع المعكوس
20 - 23	لايتمكن بعض الطلاب من تحليل المقدار الجبري من حدين كفرق بين مربعين و ثلاثة حدود التحليل بالتجربة .	تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول تحليل مقدار جبري من حدين كفرق بين مربعين و ثلاثة حدود التحليل بالتجربة .
24 - 26	لايتمكن بعض الطلاب من تحديد المقدار الجبري المكون من ثلاثة حدود كونه مربعاً كاملاً أو تحليله كمربع كامل.	تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول المقدار الجبري من ثلاثة حدود المربع الكامل وكيفية تحديده .
27 - 29	لايتمكن بعض الطلاب من كتابة الحد المفقود في مقدار جبري ليصبح مربعاً كاملاً يمكن تحليله .	تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول كيفية ايجاد الحد المفقود في مقدار جبري ليصبح مربعاً كاملاً يمكن تحليله.

الدرس 3-1 حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين

Solving the system of two Linear Equations with two variables

لدي أحمد معمل تربية النور، بلغت تكاليف الطب وهي فارة 100000 دينار، وملء العلة الواحدة بالنور تكلف 500 دينار، وتباع بـ 1000 دينار. ويرغب أحمد في معرفة عدد الطب التي عليه بيعها ليحقق ربحاً.

حل النظام

لدي أحمد معمل تربية النور، بلغت تكاليف الطب وهي فارة 100000 دينار، وملء العلة الواحدة بالنور تكلف 500 دينار، وتباع بـ 1000 دينار. ويرغب أحمد في معرفة عدد الطب التي عليه بيعها ليحقق ربحاً.

3-1-1 حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

Solving the system of two linear equations by graphic method

لكن $a_1x + b_1y = c_1$ و $a_2x + b_2y = c_2$ معادلتين من الدرجة الأولى (خطيتين) بمتغيرين x و y لحل هذا النظام بيانياً نتبع ما يأتي: (1) نمثل كل من المستقيمين في المستوى الإحداثي (2) لإيجاد إحداثي نقطة تقاطع المستقيمين نرسم عموداً من النقطة على المحورين الصادي والسمي فنكون نقطة التقاطع تمثل مجموعة الحل.

مثال (1) من تعلم، جد عدد الطب التي يبيعها أحمد ليحقق ربحاً. نفرض تكاليف الإنتاج بالمتغير y و عدد الطب المباعة بالمتغير x و عليه:

معادلة تمثل تكاليف الإنتاج الكلية (1) $y = 500x + 100000$

معادلة تمثل قيمة تكاليف التبعات (2) $y = 1000x$

ترتيب الصور ي بألوان المتغير

نمثل المعادلتين بيانياً وتحديد نقطة تقاطع المستقيمين (200, 200) التي تمثل بيع 200 طبة، وتحقيق الربح يبدأ عندما يبيع أكثر من 200 طبة.

الزوج المرتب (200, 200) الذي هو حل للمعادلتين يسمى حلاً للنظام.

مثال (2) جد مجموعة الحل للنظام بيانياً. (1) $x - y = 1$ (2) $x + y = 3$

نمثل المعادلتين بيانياً ونحدد نقطة تقاطع المستقيمين (2, 1). لتمثيل المعادلات بيانياً نأخذ نقاط التقاطع مع المحاور

المعادلة (1) $x - y = 1$: $(0, -1)$ ، $(1, 0)$

المعادلة (2) $x + y = 3$: $(0, 3)$ ، $(3, 0)$

النقطة: $(1, 0)$ ، $(0, -1)$

مجموعة الحل للنظام هي $S = \{(2, 1)\}$

التحقق من صحة الحل نعوض عن قيمة المتغيرين x و y في كلا المعادلتين للحصول على عبارتين صائبتين.

التعويض بالمعادلة (1) $x - y = 1 \rightarrow 2 - 1 = 1 \rightarrow 1 = 1$

التعويض بالمعادلة (2) $x + y = 3 \rightarrow 2 + 1 = 3 \rightarrow 3 = 3$

إعادة التعليم

حل نظام من معادلتين خطيتين يعني إيجاد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين الخطيتين ويمكن حل النظام إما بيانياً أو بطريقة الحذف أو التعويض.

جد مجموعة الحل للمعادلتين باستعمال التعويض:

$y = 2x$ (1)

$y = x + 4$ (2)

من المعادلة (1) نعوض عن قيمة y في المعادلة (2):

$\Rightarrow 2x = x + 4 \Rightarrow 2x - x = 4 \Rightarrow x = 4$

نعوض عن قيمة x لإيجاد قيمة المتغير y

$y = x + 4 \Rightarrow y = 4 + 4 \Rightarrow y = 8$

لذا مجموعة الحل للنظام هي $\{(4, 8)\}$

تدريبات

جد مجموعة الحل للمعادلتين باستعمال الحذف:

$2x + 6y = 8$ (1)

$3x + 3y = 6$ (2)

نضرب المعادلة (1) في 3 والمعادلة (2) في 2

$6x + 18y = 24$ (1)

$\mp 6x + 6y = \mp 12$ (2)

بالطرح

$12y = 12 \Rightarrow y = 1$

نعوض عن قيمة y في إحدى المعادلتين الأصليتين

$2x + (6 \times 1) = 8 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

لذا مجموعة الحل للنظام هي $\{(1, 1)\}$

نتائج التعلّم

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً وبالتعويض وبالحذف.

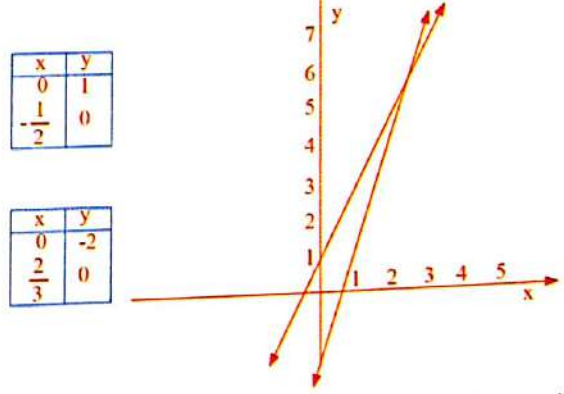
ورقة عمل تحتوي على:

1) $y - 2x = 1$ ، 2) $y - 3x = -2$

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
- اطلب الى المجموعات تمثيل المعادلات في المستوى الاحداثي.
- اسأل الطلاب: كيف يمكن رسم معادلة مستقيم في المستوى الاحداثي؟ بتعيين نقطتين من نقاط المستقيم بتقاطعهما مع المحاور.



قم بتسجيل نتائج المجموعات و اعلن الفائز منها.

اسأل الطلاب: ما نقطة تقاطع المستقيمين؟ استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً وبالتعويض وبالحذف.

2 شرح وتفسير

تعلّم: وجه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة و هينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم.

اسأل الطلاب: ما فائدة التحقق من صحة الحل؟ هو للتأكد من ان قيم المتغيرين التي حصلنا عليها في مجموعة الحل صحيحة وتحقق المعادلتين في النظام.

- قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية إيجاد مجموعة الحل بيانياً والتحقق من صحة الحل.
- قدم المثال (4, 3) لتبين للطلاب كيفية حل معادلتين خطيتين بالتعويض والحذف.

أمثلة إضافية: (1) جد مجموعة حل النظام بيانياً وتحقق من صحة الحل

$$\left. \begin{array}{l} y = 3x - 2 \dots \dots (1) \\ y = 2x \dots \dots (2) \end{array} \right\} \Rightarrow S = \{(2, 4)\}$$

التحقق: نعوض من قيمة المتغيرين x و y في كلا المعادلتين للحصول على عبارتين صانيتين .

المعادلة (1) $R.S = 3(2) - 2 = 4 = L.S$

المعادلة (2) $R.S = 2(2) = 4 = L.S$

(2) جد مجموعة الحل للنظام باستعمال الحذف:

$$\left. \begin{array}{l} y - 5x = 1 \dots \dots (1) \\ 2y - x = 3 \dots \dots (2) \end{array} \right\} \Rightarrow S = \left\{ \left(\frac{1}{9}, \frac{14}{9} \right) \right\}$$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

• **الأسئلة (1-3)** يتطلب الحل رسم المعادلتين بيانياً في المستوي نفسه وإيجاد نقطة تقاطعهما.

• **الأسئلة (4-6)** يتطلب الحل تحويل إحدى المعادلتين الى معادلة بمتغير واحد فقط وتعويضها في المعادلة الأخرى.

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2، 4، 6، 8) من صفحة تدريبات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند حل المعادلات بيانياً ولذا يكون الناتج غير دقيق فذكرهم بطريقة رسم المستقيمات في المستوي الاحداثي .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

• **الأسئلة (15-16)** يتطلب الحل تحويل إحدى المعادلتين الى معادلة بمتغير واحد فقط وتعويضها في المعادلة الأخرى.

تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب إلى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• **السؤال (23)** يتطلب حل السؤال فرض عدد الاصدقاء الذين دعاهم أنور وليكن x . عدد الاصدقاء الذين دعاهم سجاد وليكن y . ثم كتابة معادلتين تمثل المسألة .

[3-1-2] حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض
Solving the system of two linear equations by substitution method
 تتلخص هذه الطريقة لحل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين x, y تقوم بتحويل إحدى المعادلتين إلى معادلة بمتغير واحد فقط وذلك بإيجاد علاقة بين x, y من إحدى المعادلتين وتعويضها في المعادلة الأخرى.

مثال (3) جد مجموعة الحل للنظام باستعمال التعويض:

جد من قيمة x في المعادلة (1) في المعادلة (2)
 حل المعادلة بتدعيم المتغير x

عوض عن قيمة x في المعادلة (2) بتدعيم المتغير x
 لذا مجموعة الحل للنظام هي $\{(2, 8)\}$

جد من قيمة y في المعادلة (2) في المعادلة (1)
 وعوضها في المعادلة (1)
 عوض عن قيمة y في المعادلة (1) بتدعيم المتغير y
 لذا مجموعة الحل للنظام هي $\left\{ \left(\frac{14}{3}, \frac{2}{3} \right) \right\}$

[3-1-3] حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف
Solving the system of two linear equations by elimination method
 تتلخص هذه الطريقة لحل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين x, y وذلك بحذف أحد المتغيرين وجعل معامل أحدهما متساوياً بالقيمة ومختلفاً بالإشارة في كلا المعادلتين.

مثال (4) جد مجموعة الحل للنظام باستعمال الحذف:

عوض عن قيمة x في إحدى المعادلتين (المسطحة معادلة)
 نعوض في المعادلة (1)
 لذا مجموعة الحل للنظام هي $\{(1, 2)\}$

عوض عن قيمة x في إحدى المعادلتين (المسطحة معادلة)
 نعوض في المعادلة (2) في المعادلة (1) في المعادلة (2)
 عوض عن قيمة x في إحدى المعادلتين (المسطحة معادلة)
 نعوض في المعادلة (1)
 لذا مجموعة الحل للنظام هي $\{(2, 1)\}$

التمرينات

Multiple Choice

الدرس [3-1-1] حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين
Solving the system of two Linear Equations with two variables

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
 جد مجموعة حل للنظام بيانياً:

1) $\left. \begin{array}{l} y = 4x - 6 \\ y = x \end{array} \right\}$ a) $\{(2, -2)\}$ b) $\{(-2, 2)\}$ c) $\{(2, -2)\}$ d) $\{(2, 2)\}$

2) $\left. \begin{array}{l} y = x + 3 \\ y = 3 - x \end{array} \right\}$ a) $\{(-3, 0)\}$ b) $\{(3, 0)\}$ c) $\{(0, -3)\}$ d) $\{(0, 3)\}$

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال التعويض لكل مما يأتي:

3) $\left. \begin{array}{l} 3x + 4y = 26 \\ 5x - 2y = 0 \end{array} \right\}$ a) $\{(2, 5)\}$ b) $\{(-2, -5)\}$ c) $\{(2, -5)\}$ d) $\{(-2, 5)\}$

4) $\left. \begin{array}{l} y = 6x + 12 \\ 3y = 2x + 8 \end{array} \right\}$ a) $\left\{ \left(\frac{11}{4}, \frac{9}{2} \right) \right\}$ b) $\left\{ \left(\frac{11}{4}, \frac{9}{2} \right) \right\}$ c) $\left\{ \left(\frac{11}{4}, \frac{9}{2} \right) \right\}$ d) $\left\{ \left(\frac{11}{4}, \frac{9}{2} \right) \right\}$

5) $\left. \begin{array}{l} \frac{2x}{4} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{y}{2} - \frac{3x}{4} = 2 \end{array} \right\}$ a) $\{(12, -10)\}$ b) $\{(-12, -10)\}$ c) $\{(12, 10)\}$ d) $\{(-12, 10)\}$

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال الحذف لكل مما يأتي:

6) $\left. \begin{array}{l} 7x - 4y = 12 \\ 3x - y = 5 \end{array} \right\}$ a) $\left\{ \left(\frac{8}{5}, \frac{1}{5} \right) \right\}$ b) $\left\{ \left(-\frac{8}{5}, -\frac{1}{5} \right) \right\}$ c) $\left\{ \left(\frac{8}{5}, \frac{1}{5} \right) \right\}$ d) $\left\{ \left(\frac{8}{5}, -\frac{1}{5} \right) \right\}$

7) $\left. \begin{array}{l} 6y - 2x - 8 = 0 \\ y + x - 12 = 0 \end{array} \right\}$ a) $\{(8, -4)\}$ b) $\{(8, 4)\}$ c) $\{(-8, 4)\}$ d) $\{(-8, -4)\}$

8) $\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 2\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = 3\frac{1}{2} \end{array} \right\}$ a) $\{(-2, -6)\}$ b) $\{(-2, 6)\}$ c) $\{(2, -6)\}$ d) $\{(2, 6)\}$

تأخذ من فهيك

جد مجموعة الحل للنظام بيانياً:

1 $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ x - y = 3 \end{cases}$ الأسئلة (1-3)
مشابهة للمثالين (1,2)

2 $\begin{cases} y - x = 3 \\ y + x = 0 \end{cases}$ الأسئلة (4-6)
مشابهة للمثال (3)

3 $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 3 - x \end{cases}$

4 $\begin{cases} x - 2y = 11 \\ 2x - 3y = 18 \end{cases}$ الأسئلة (7-9)
مشابهة للمثال (4)

5 $\begin{cases} x - 2y = 11 \\ 2x - 3y = 18 \end{cases}$

6 $\begin{cases} y - 5x = 10 \\ y - 3x = 8 \end{cases}$

7 $\begin{cases} 3x - 4y = 12 \\ 5x + 2y = -6 \end{cases}$

8 $\begin{cases} x - 3y = 6 \\ 2x - 4y = 24 \end{cases}$

9 $\begin{cases} 3y - 2x - 7 = 0 \\ y + 3x + 5 = 0 \end{cases}$

10 $\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \\ y - \frac{x}{3} = 4 \end{cases}$

11 $\begin{cases} 0.2x - 6y = 4 \\ 0.1x - 7y = -2 \end{cases}$

12 $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 2\frac{3}{4} \\ \frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = 6\frac{1}{4} \end{cases}$

تدريب وحل المعادلات

13 $\begin{cases} x + y = 4 \\ y + x = 6 \end{cases}$

14 $\begin{cases} y = x - 4 \\ x = 2 - y \end{cases}$

15 $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ x - y = 8 \end{cases}$

16 $\begin{cases} 2x - y = -4 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$

17 $\begin{cases} 3x = 22 - 4y \\ 4y = 3x - 14 \end{cases}$

18 $\begin{cases} 5x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = -10 \end{cases}$

19 $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 2 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$

20 $\begin{cases} 0.2x - 3y = 3 \\ 0.1x - 6y = -3 \end{cases}$

في الرياضيات

الإثراء

جد مجموعة الحل للمعادلتين:

1 $\begin{cases} 3y - 0.4x = 3 \dots \dots (1) \\ 6y - 0.2x = 2 \dots \dots (2) \end{cases} \Rightarrow S = \left\{ \left(\frac{-20}{3}, \frac{1}{9} \right) \right\}$

جد مجموعة الحل للمعادلتين باستعمال التعويض:

2 $\begin{cases} 5x - y = 0 \dots \dots (1) \\ y = x + 8 \dots \dots (2) \end{cases} \Rightarrow S = \{(2, 10)\}$

جد مجموعة الحل للمعادلتين باستعمال الحذف:

3 $\begin{cases} -2y - 8x = 6 \dots \dots (1) \\ y + 2x = 3 \dots \dots (2) \end{cases} \Rightarrow S = \{(-3, 9)\}$

جد مجموعة الحل للمعادلتين باستعمال الحذف:

4 $\begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}y = 7 \\ \frac{5}{4}x + \frac{1}{2}y = 13 \end{cases} \Rightarrow S = \{(10, 1)\}$

فكر: اطلب الي الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذور المستوى الضعيف الي أمثلة اضافية.

السؤال (25) يلاحظ بان أحمد أخطأ في استعمال عملية الحذف وكذلك أخطأ في كتابة الزوج المرتب الذي يمثل مجموعة الحل. **اكتب:** اطلب إلى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم.

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس. جد مجموعة الحل للنظام باستعمال التعويض:

$\begin{cases} x = 5y \dots \dots (1) \\ y = x + 8 \dots \dots (2) \end{cases} \Rightarrow S = \{(-10, -2)\}$

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال الحذف:

$\begin{cases} y - 10x = 7 \dots \dots (1) \\ 2y + 2x = 3 \dots \dots (2) \end{cases} \Rightarrow S = \left\{ \left(-\frac{1}{2}, 2 \right) \right\}$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثرانية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

$\begin{cases} \frac{1}{3}y - \frac{1}{2}x = -\frac{4}{3} \dots \dots (1) \\ \frac{1}{2}y - \frac{1}{4}x = 0 \dots \dots (2) \end{cases} \Rightarrow S = \{(2, -1)\}$

تدريب وحل مسائل حياتية



21 **طقس:** تقل عدد الأيام (x) التي تنخفض فيها درجة الحرارة في مدينة بغداد لشهر كانون الثاني عن 10 درجات سيليزية بمقدار 9 أيام على عدد الأيام (y) التي تزداد فيها درجة الحرارة على 10 درجات سيليزية. اكتب معادلتين تمثل هذا الموقف، ثم جد حلها بطريقة الحذف لإيجاد عدد الأيام في كل حالة.



22 **تجارة:** باع متجر 25 ثلاجة وغسالة، بسعر مليون دينار للثلاجة ونصف مليون دينار للغسالة. إذا كان ثمن هذه الأجهزة 20 مليون دينار فكم جهازاً باع من كل نوع؟ اكتب معادلتين تمثلان المسألة ثم حلها بطريقة التعويض.



23 **حفلة تخرج:** عمل سجاد وأنور حفلة بمناسبة تخرجها من الكلية فكان عدد الأصدقاء الذين دعاهم سجاد أكثر بثلاثة من عدد الأصدقاء الذين دعاهم أنور. وكان عدد المدعوين 23 شخصاً، فكم شخصاً دعا كل منهما؟ اكتب معادلتين تمثلان المسألة ثم حلها لإيجاد المطلوب.

فكر

24 **تحذ:** جد مجموعة الحل للنظام:

$\begin{cases} \frac{2}{6}x - \frac{1}{3}y = 1 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 3 \end{cases}$

25 **اصحح الخطأ:** قال أحمد إن مجموعة حل النظام $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$ هي المجموعة $\left\{ \left(\frac{5}{16}, \frac{5}{9} \right) \right\}$ اكتشف خطأ أحمد وصححه.

اكتب

$\begin{cases} 5x - 6y = 0 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

مجموعة حل للنظام:

الدرس [3-2]
حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد
Solving Quadratic Equations with one variable

أهداف الدرس
• حل المعادلة المولفة من حدين بالتحليل فرق بين مربعين وكذلك إيجاد مجموعة الحل للمعادلة من الدرجة الثانية بمتغير واحد بطريقة خاصة الجذر التربيعي.

المواد والوسائل
ورقة عمل فيها المقادير التالية:
1) $x^2 - 16$, 2) $5 - y^2$
3) $32 - 2y^2$

نتائج التعلم
• اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
• هبى الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
• اطلب إلى المجموعات تحليل المقادير الجبرية باستعمال الفرق بين مربعين .
• اسأل الطلاب :
• كيف نكتب الحد 5 كـمربع كامل ؟ $(\sqrt{5})^2$
• كيف تمت عملية التحليل في ثالثاً ؟ باستخراج العامل المشترك الأكبر بين الحدين ثم تحليل المقدار كـفرق بين مربعين

مثال (1)
اكتب معادلة تمثل مساحة التوجة، ثم حلها لإيجاد طول ضلع التوجة.
افرض طول ضلع التوجة هو المتغير x والمعادلة التي تمثل مساحة التوجة هي:
 $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-3) = 0$
 $\Rightarrow x+3=0$ or $x-3=0$
 $\Rightarrow x = -3$ (يُهمل) or $x = 3$

مثال (2)
حل المعادلة التالية باستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من صحة الحل:
 $16 - y^2 = 0 \Rightarrow (4+y)(4-y) = 0$
 $4+y=0$ or $4-y=0 \Rightarrow y = -4$ or $y = 4 \Rightarrow S = \{-4, 4\}$
التحقق: كل قيمة في مجموعة الحل للمتغير y يجب أن تحقق المعادلة:
 $L.S = 16 - y^2 = 16 - (-4)^2 = 16 - 16 = 0 = R.S$
 $L.S = 16 - y^2 = 16 - 4^2 = 16 - 16 = 0 = R.S$

مثال (3)
حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:
i) $4x^2 - 25 = 0 \Rightarrow (2x+5)(2x-5) = 0 \Rightarrow 2x+5=0$ or $2x-5=0$
 $\Rightarrow x = -\frac{5}{2}$ or $x = \frac{5}{2} \Rightarrow S = \{-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\}$
ii) $3z^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(z^2 - 4) = 0 \Rightarrow (z+2)(z-2) = 0$
 $\Rightarrow z+2=0$ or $z-2=0 \Rightarrow S = \{-2, 2\}$
iii) $2y^2 - 6 = 0 \Rightarrow y^2 - 3 = 0 \Rightarrow (y+\sqrt{3})(y-\sqrt{3}) = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{3}$ or $y = \sqrt{3} \Rightarrow S = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$
iv) $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow (x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5}) = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{5}$ or $x = \sqrt{5} \Rightarrow S = \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$
v) $(z+1)^2 - 36 = 0 \Rightarrow (z+1+6)(z+1-6) = 0 \Rightarrow (z+7)(z-5) = 0 \Rightarrow S = \{-7, 5\}$

إعادة التعليم

حل المعادلة من الدرجة الثانية بمتغير واحد يعني إيجاد قيمة المتغير فيها. استعمل تحليل الفرق بين مربعين وطريقة خاصة الجذر التربيعي.

(1) حل المعادلة التالية باستعمال الفرق بين مربعين :

$$4 - x^2 = 0 \Rightarrow (2 - x)(2 + x) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ or } x = -2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$$

(2) حل المعادلة التالية باستعمال خاصية الجذر التربيعي :

$$y^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow y = \pm \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow S = \{\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\}$$

تدريبات

(1) حل المعادلة التالية باستعمال الفرق بين مربعين :

$$4z^2 - 36 = 0 \Rightarrow z = 3 \text{ or } z = -3 \Rightarrow S = \{3, -3\}$$

(2) حل المعادلة التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

$$36 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{36} \Rightarrow x = \pm 6$$

$$\Rightarrow S = \{6, -6\}$$

3-2-2 حل المعادلات بخلاصة الجذر التربيعي

تعددت في اليد السابق كيفية حل المعادلة من الدرجة الثانية بتغيير واحد بطريقة التحليل باستعمال الفرق بين مربعين، والآن سوف نحدد مجموعة الحل للمعادلة من الدرجة الثانية بتغيير واحد بطريقة خاصة الجذر التربيعي.

$\sqrt{x^2} = |x| \geq 0$
 $25 = 5^2 \Rightarrow \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = |5| = 5$
 $25 = (-5)^2 \Rightarrow \sqrt{25} = \sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$

وبصورة عامة إذا كان a عدد حقيقي موجب فلنأخذ: $x^2 = a \Rightarrow x = \pm\sqrt{a}$

مثال (4) حل المعادلة التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي وتعلق من صحة الحل:

$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} \Rightarrow x = \pm 3$
 $\Rightarrow S = \{3, -3\}$

التحقق: كل قيمة في مجموعة الحل لتغيير x يجب أن تحقق المعادلة

L.S = $x^2 = 3^2 = 9 = R.S$
 L.S = $x^2 = (-3)^2 = -3 \times -3 = 9 = R.S$

مثال (5) حل المعادلة التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

i) $y^2 - 36 = 0 \Rightarrow y = \pm\sqrt{36} \Rightarrow y = \pm 6 \Rightarrow S = \{6, -6\}$
 ii) $z^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow z = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} \Rightarrow z = \pm\frac{3}{5} \Rightarrow S = \{\frac{3}{5}, -\frac{3}{5}\}$
 iii) لا يوجد لها حل في الأعداد الحقيقية (لا يوجد عدد حقيقي مربعه سالب) $x^2 + 81 = 0 \Rightarrow x^2 = -81$
 iv) $3y^2 - 7 = 0 \Rightarrow y^2 = \frac{7}{3} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{7}{3}} \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \Rightarrow S = \{\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\}$
 v) $4x^2 - 5 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{5}{4}} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow S = \{\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{\sqrt{5}}{2}\}$

ملاحظة: إذا زلت طرفي معادلة صحيحة فإن المعادلة الناتجة تبقى صحيحة ($y = x \Rightarrow y^2 = x^2$)، مثلاً:
 $\sqrt{x} = 5 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 5^2 \Rightarrow x = 25$
 والعكس ليس صحيحاً أي أن:
 $x^2 = y^2 \Rightarrow x = y$

مثال (6) حل المعادلات التالية:

i) $3\sqrt{x} - 18 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 6 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 6^2 \Rightarrow x = 36 \Rightarrow S = \{36\}$
 ii) $\sqrt{y+8} - 3 = 0 \Rightarrow (\sqrt{y+8})^2 = 3^2 \Rightarrow y+8=9 \Rightarrow y=9-8 \Rightarrow y=1 \Rightarrow S = \{1\}$
 iii) $\sqrt{5z} - 7 = 0 \Rightarrow (\sqrt{5z})^2 = 7^2 \Rightarrow 5z=49 \Rightarrow z=\frac{49}{5} \Rightarrow S = \{\frac{49}{5}\}$
 iv) $\sqrt{\frac{x}{13}} - 1 = 0 \Rightarrow (\sqrt{\frac{x}{13}})^2 = 1^2 \Rightarrow \frac{x}{13} = 1 \Rightarrow x = 13 \Rightarrow S = \{13\}$

التمرينات

التمرين 3-2-1 حل المعادلات التربيعية بتغيير واحد

Solving Quadratic Equations with one variable

التمرين 3-2-2 حل المعادلات التربيعية بتغيير واحد

التمرين 3-2-3 حل المعادلات التربيعية بتغيير واحد

1) $3x^2 - 12x = 0$ a) $x = \{-4, -4\}$ b) $x = \{-3, -3\}$ c) $x = \{0, 4\}$ d) $x = \{0, 3\}$

2) $7x^2 - 21 = 0$ a) $x = \{-7, -7\}$ b) $x = \{-3, -3\}$ c) $x = \{1, 1\}$ d) $x = \{-\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$

3) $4(x^2 - 1) - 5 = 0$ a) $x = \{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\}$ b) $x = \{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\}$ c) $x = \{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$ d) $x = \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$

4) $(x+7)^2 - 81 = 0$ a) $x = \{-2, -2\}$ b) $x = \{-16, -16\}$ c) $x = \{2, -16\}$ d) $x = \{-2, 16\}$

5) $3x^2 - 6 = 0$ a) $x = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$ b) $x = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ c) $x = \{6, 6\}$ d) $x = \{2, -2\}$

حل المعادلات التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

6) $x^2 = 144$ a) $x = \{-7, -7\}$ b) $x = \{-14, -14\}$ c) $x = \{12, -12\}$ d) $x = \{12, 12\}$

7) $32 - 2x^2 = 0$ a) $x = \{-6, 6\}$ b) $x = \{-4, -4\}$ c) $x = \{-6, -6\}$ d) $x = \{-4, -4\}$

8) $5x^2 = 9$ a) $x = \{\frac{3}{5}, -\frac{3}{5}\}$ b) $x = \{\frac{3}{5}, \frac{3}{5}\}$ c) $x = \{-\frac{3}{5}, -\frac{3}{5}\}$ d) $x = \{-\frac{3}{5}, \frac{3}{5}\}$

9) $4(x^2 - 1) - 45 = 0$ a) $x = \{\frac{7}{2}, -\frac{7}{2}\}$ b) $x = \{-\frac{7}{2}, -\frac{7}{2}\}$ c) $x = \{-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\}$ d) $x = \{\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\}$

10) $\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}$ a) $x = \{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\}$ b) $x = \{-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\}$ c) $x = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\}$ d) $x = \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$

11) $x^2 - \frac{11}{16} = \frac{3}{16}$ a) $x = \{-\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\}$ b) $x = \{-\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\}$ c) $x = \{-2, -2\}$ d) $x = \{-1, -1\}$

أمثلة إضافية: قدم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس

وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

حل المعادلات التالية في باستعمال الفرق بين مربعين :

1) $81 - x^2 = 0 \Rightarrow x = 9 \text{ or } x = -9 \Rightarrow S = \{9, -9\}$

2) $(x+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow S = \{-5, 3\}$

حل المعادلة التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي وتحقق من صحة الحل:

3) $x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm\sqrt{25} \Rightarrow x = \pm 5$
 $\Rightarrow S = \{5, -5\}$

التحقق: بالتعويض عندما $x = -5$

L.S = $x^2 = (-5)^2 = 25 = R.S$

L.S = $x^2 = (5)^2 = 25 = R.S$ بالتعويض عندما $x = 5$

تأكد من فهمك : اطلب إلى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

• الأمثلة (5.3) يتطلب الحل إيجاد العامل المشترك الأكبر ثم القسمة عليه بطرفي المعادلة ثم التحليل باستعمال الفرق بين مربعين.

• الأمثلة (16.18) يتطلب الحل تربيع طرفي المعادلة لإيجاد قيمة المتغير.

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (7, 5, 3, 1) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند حل بعض المعادلات التي تحتاج إلى خطوة مسبقة قبل التحليل فيحلولون المقدار مباشرة، فنذكرهم بإيجاد العامل المشترك أولاً ثم تحليل المقدار كفرق بين مربعين.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات : اطلب إلى الطلاب حلّ تمرينات تدرّب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

• الأمثلة (22.27) يتطلب الحل استعمال الفرق بين مربعين كما في المثالين 2 و 3.

تدرّب وحلّ مسائل حياتية : اطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• السؤال (37) يتطلب إيجاد مساحة قطعة الموكيت المستطيلة والتي تمثل مساحة الغرفة المربعة. إن طول الضلع يساوي 6.

تأخذ من فهمك
حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من صحة الحل:

الأسئلة (1-3) مشابهة للنموذج (2)
حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

الأسئلة (4-9) مشابهة للنموذج (3)
حل المعادلات التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

الأسئلة (10-15) مشابهة للنموذج (4)
حل المعادلات التالية:

الأسئلة (16-18) مشابهة للنموذج (5)

1) $x^2 - 16 = 0$ 2) $81 - y^2 = 0$ 3) $2z^2 - 8 = 0$
4) $4x^2 - 9 = 0$ 5) $5y^2 - 20 = 0$
6) $(y+2)^2 - 49 = 0$ 7) $(3-z)^2 - 1 = 0$
8) $x^2 - 3 = 0$ 9) $y^2 - \frac{1}{9} = 0$
10) $x^2 = 64$ 11) $z^2 = 7$
12) $2y^2 = \frac{49}{8}$ 13) $6z^2 - 5 = 0$
14) $4(x^2 - 12) = 33$ 15) $z^2 + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$
16) $3\sqrt{x} = 15$ 17) $\sqrt{y-5} = 2$ 18) $\sqrt{2z} = 6$

تدريب وحل التعريفات
حل المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

حل المعادلات التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

حل المعادلات التالية:

19) $x^2 = 49$ 20) $5y^2 - 10 = 0$ 21) $3z^2 - 27 = 0$
22) $9x^2 - 36 = 0$ 23) $7y^2 - 28 = 0$
24) $9(x^2 - 1) - 7 = 0$ 25) $(y+5)^2 - 64 = 0$
26) $x^2 - 2 = 0$ 27) $y^2 - \frac{1}{36} = 0$
28) $x^2 = 121$ 29) $50 - 2y^2 = 0$
30) $x^2 = \frac{1}{64}$ 31) $3y^2 = \frac{25}{3}$
32) $7(x^2 - 2) = 50$ 33) $\frac{1}{5}y^2 = \frac{1}{3}$
34) $6\sqrt{x} = 30$ 35) $\sqrt{y-9} = 4$ 36) $\sqrt{4z} = 8$

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال بعض الأمثلة.
السؤال (52) (i) توزيع عملية الضرب على عملية الجمع ثم استعمال خاصية الجذر التربيعي أو تحليل الفرق بين مربعين.

اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع إجاباتهم.

4 تقويم

استعمل المسائل التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.
حل المعادلات التالية:

1) $25x^2 - 4 = 0, S = \{\frac{2}{5}, -\frac{2}{5}\}$
2) $y^2 = \frac{4}{9}, S = \{\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\}$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات إثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.
• حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

1) $\frac{1}{4}y^2 - 1 = 0 \Rightarrow S = \{2, -2\}$
2) $3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow S = \{3, -3\}$

الإثراء

حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

1) $(x+1)^2 - \frac{9}{16} = 0 \Rightarrow x+1 = \pm \frac{3}{4}$
 $x = \frac{3}{4} - 1$ or $x = -\frac{3}{4} - 1 \Rightarrow S = \{-\frac{1}{4}, -\frac{7}{4}\}$

2) $y^2 - \frac{2}{25} = 0$
 $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{5} \Rightarrow S = \{\frac{\sqrt{2}}{5}, -\frac{\sqrt{2}}{5}\}$

حل المعادلة التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

3) $2z^2 - \frac{49}{50} = 0 \Rightarrow z = \pm \frac{7}{10} \Rightarrow S = \{\frac{7}{10}, -\frac{7}{10}\}$

4) $3y^2 - \frac{8}{3} = 0 \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{8}{9}} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$
 $\Rightarrow S = \{\frac{2\sqrt{2}}{3}, -\frac{2\sqrt{2}}{3}\}$

5 حل المعادلة الآتية:

1) $\frac{2}{3}\sqrt{y} = 4 \Rightarrow \sqrt{y} = 6 \Rightarrow (\sqrt{y})^2 = 6^2$
تربيع طرفي المعادلة
 $y = 36$

تدريب وحل مسائل حياتية

37 **موكيت سجادة:** قطعة موكيت مستطيلة طولها 12m وعرضها 3m، قطعت إلى أجزاء لتغطية أرضية غرفة مربعة الشكل. اكتب معادلة تمثل المسألة ثم جد طول ضلع الغرفة.

38 **هلمسة:** قطعة كرتون مربعة الشكل طول ضلعها x cm، قطعت أربعة مربعات متساوية من زواياها طول ضلع كل مربع 2cm، وتُبعت لتكون صندوقاً دون غطاء على شكل متوازي سطوح مستطيلة حجمه 32 cm³. اكتب معادلة تمثل المسألة ثم جد طول ضلع قطعة الكرتون الأصلية.

39 **نافورة:** ضخم حوض سباحة مربع الشكل طول ضلعه 3m في منتصف حديقة مربعة الشكل، فكتبت المساحة المتبقية من الحديقة والمحيطه بالحوض 40m². اكتب معادلة تمثل المسألة ثم جد طول ضلع الحديقة.

فكر

40 **تحقق:** حل المعادلات التالية:

i) $9(x^2 + 1) = 34$ ii) $4x^2 - 3 = 0$

41 حل المجموعة المظلمة تمثل مجموعة الحل للمعادلة أم لا?
i) $(2y+1)^2 = 16$, $(\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{\sqrt{2}})$ ii) $3x^2 - 7 = 0$, $(-\frac{7}{\sqrt{3}}, -\frac{7}{\sqrt{3}})$

42 **أصنع الضلع:** فال صلاح لي المجموعة $(\frac{4}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}})$ تمثل مجموعة الحل للمعادلة $5x^2 = 4$ اكتشف خطأ صلاح وصحة.

43 **حسن عدوى:** عدد صحيح موجب من رقم واحد أو أنقص من مربعه واحد لكان الناتج عدد من مضاعفات الضرة ما العدد؟

اكتب
مجموعة الحل للمعادلة
 $(8-3y)^2 - 1 = 0$

حل المعادلات التربيعية بالتجربة
Using Probe and Error to solve the Quadratic Equations



إذا كان طول ملعب كرة السلة يزيد بمقدار 2m على ضعف عرضه، ومساحته 480m² فما بُدعي الملعب؟

اقرأ الفرض
حل المعادلات التربيعية
الدرجة الثانية بواسطة
الحدود المطلق والتجربة
بالتجربة
المعادلات
المعادلة التربيعية
التجربة

حل المعادلات التربيعية $x^2 + bx + c = 0$

توجد سبعة أسئلة كيفية إيجاد تمارين معادلات تربيعية، والأخرى لتعمل الطلاب على حل المعادلات من الدرجة الثانية والمطلوب من 2012 حدود $x^2 + bx + c = 0$ أو $x^2 + bx + c = 0$ أعداد حقيقية (تحليل المقادير في فوسين بالشرائح مختلفتين أو بتفاوتين متشابهين بحسب إشارة الحد المطلق والحد الأوسط)

مثال (1) إيجاد بُدعي ملعب كرة السلة
فرض أن عرض الملعب والمتغير x ، ولنا فإن طول الملعب يكون $2x + 2$
مساحة الملعب = الطول × العرض
 $x(2x + 2) = 480 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 480 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 240 = 0$
الحد الأوسط $-15x + 16x - x$
يعمل لأنه لا يوجد طول بالسالب
 $x^2 + 16x - 0 \Rightarrow x = -16$
أو $x - 15 = 0 \Rightarrow x = 15$
لذا عرض الملعب 15m وطوله $2 \times 15 + 2 = 32m$

مثال (2) حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:
(i) $x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-4) = 0 \Rightarrow x=3 \text{ or } x=4 \Rightarrow S = \{3, 4\}$
(ii) $x^2 + 8x + 15 = 0 \Rightarrow (x+3)(x+5) = 0 \Rightarrow y=-3 \text{ or } y=-5 \Rightarrow S = \{-3, -5\}$
(iii) $x^2 - z - 30 = 0 \Rightarrow (z+6)(z-5) = 0 \Rightarrow z=-6 \text{ or } z=5 \Rightarrow S = \{-6, 5\}$
(iv) $x^2 - 2x - 63 = 0 \Rightarrow (x-9)(x+7) = 0 \Rightarrow x=9 \text{ or } x=-7 \Rightarrow S = \{9, -7\}$
(v) ما العدد الذي مربعه يزيد عليه بمقدار 12؟
فرض العدد x ، فيكون مربع العدد x^2 ، والجملة العددية التي تمثل المسألة هي
 $x^2 - x = 12 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+3) = 0 \Rightarrow x=4 \text{ or } x=-3$
لذا العدد إما 4 أو -3

إعادة التعليم

لحل معادلة من الدرجة الثانية مؤلفة من ثلاثة حدود بالتحليل بالتجربة يفتح قوسان بإشارتين مختلفتين أو متشابهتين بحسب إشارة الحد المطلق والحد الأوسط فسوف تحصل على قيمتين للمتغير. وكما في المثالين الآنيين:
حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

1) $2y^2 - 11y + 12 = 0 \Rightarrow (y-4)(2y-3) = 0$
 $\Rightarrow y = 4 \text{ or } y = \frac{3}{2} \Rightarrow S = \{4, \frac{3}{2}\}$
2) $z^2 - 4z - 21 = 0 \Rightarrow (z+3)(z-7) = 0$
 $\Rightarrow z = -3 \text{ or } z = 7 \Rightarrow S = \{-3, 7\}$

تدريبات

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

1) $x^2 + 2x - 35 = 0$ ، $S = \{-7, 5\}$
2) $7y - 5y^2 + 6 = 0$ ، $S = \{2, \frac{-3}{5}\}$
3) $z^2 - z - 12 = 0$ ، $S = \{-3, 4\}$

نتائج التعلّم	حل المعادلات من الدرجة الثانية المؤلفة من ثلاثة حدود بالتحليل بالتجربة. ورقة عمل فيها المقادير الآتية: 1) $x^2 + 2x - 15$ ، 2) $y^2 - 3y + 2$
المواد والوسائل	

تهيئة

- اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
- هني الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجاميع صغيرة واعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
- اطلب إلى المجموعات تحليل المقادير الجبرية الى قوسين باستعمال التجربة.
- اسأل الطلاب:
 - ما نوع إشارة القوسين في المقدار الاول؟ **مختلفان**.
 - ما نوع إشارة القوسين في المقدار الثاني؟ **متشابهتان**.

1) $x^2 + 2x - 15 = (x+5)(x-3)$
2) $y^2 - 3y + 2 = (y-2)(y-1)$

• سجل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.
• اكتب على السبورة المعادلة الآتية:

$2x^2 - 7x - 4 = 0$

- اسأل الطلاب: هل يمكن حل هذه المعادلة وإيجاد قيمة المتغير باستعمال التحليل بالتجربة؟
- استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية باستعمال التحليل بالتجربة.

2 شرح وتفسير

تعلّم: وجه الطلاب إلى فقرة تعلّم وأطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة، وهنئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم.
• اسأل الطلاب: كيف احصل على حل للمعادلة

$x^2 + x - 240 = 0$

- قدم المثالين (2) لتبين للطلاب كيفية حل معادلات الدرجة الثانية بمتغير واحد بالتحليل بالتجربة في مجموعة الأعداد الحقيقية.
- قدم المثالين (4) لتبين للطلاب امثلة متنوعة لحل معادلة من الدرجة الثانية باستعمال تحليل مقدار جبري بالتجربة مع وجود معامل الى المتغير في معادلة.

أمثلة إضافية قدم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً للأمثلة الدرس في كتاب الطالب.
حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

1) $z^2 - 2z - 15 = 0$ ، $S = \{5, -3\}$
 2) $21 + 32y + 12y^2 = 0$ ، $S = \{-\frac{7}{6}, -\frac{3}{2}\}$
 3) $27 - 3x - 4x^2 = 0$ ، $S = \{-3, \frac{9}{4}\}$

تأكد من فهمك: أطلب إلى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

- الأسئلة (1-6) يتطلب الحل استعمال التحليل بالتجربة.
- الأسئلة (7-9) يتطلب الحل وضع فرضية للمسألة وتكوين معادلة من الدرجة الثانية بمتغير واحد ثم حلها باستعمال التحليل بالتجربة.
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2, 4, 6, 8) من صفحة تدريبات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند كتابة معادلة جبرية تمثل مسألة لفظية فيكتبون معادلة لا يمكن حلها، فذكرهم بأن عليهم التأكد من المعادلة التي تمثل المسألة.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرّب وحل التمرينات: اطلب إلى الطلاب حل تمرينات تدرّب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم.

• السؤال (22) يتطلب الحل كتابة معادلة تمثل المسألة أولاً، ثم حلها.

تدرّب وحل مسائل حياتية: أطلب إلى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

• السؤال (32) يتطلب حل السؤال فرض عرض الملعب يساوي x ثم كتابة الطول بدلالة العرض $2x+4$.

وكتابة المعادلة التي تمثل المسألة، ثم حلها.

• السؤال (33,34) يتطلب حل المسألة فرض العرض بمتغير ثم إيجاد الطول بدلالة العرض ثم كتابة معادلة تمثل المسألة.

3-3-2 حل المعادلة $ax^2+bx+c=0$ ، $a \neq 0$

تعلمت سابقاً حل معادلة من الدرجة الثانية بطريقة التجربة والخطأ، ولكن مع وجود معامل للمتغير x^2 من دون معامل، أما الآن فتستعمل كيفية حل المعادلة نفسها ولكن مع وجود معامل للمتغير x^2 .

مثال (3) مسبح يقل طوله عن ثلاثة أمثاله عرضه بمقدار 1m. فإذا كانت مساحة المسبح 140 m^2 ، حدد أبعاده.

فرض عرض المسبح بالمتغير x
 لذا طول المسبح $3x - 1$
 المعادلة التي تمثل المسألة هي $x(3x - 1) = 140$ ، نحل المعادلة

الحل: $x(3x - 1) = 140 \Rightarrow 3x^2 - x - 140 = 0$
 $\Rightarrow (3x + 20)(x - 7) = 0$
 $\Rightarrow \begin{cases} 3x + 20 = 0 \Rightarrow x = -\frac{20}{3} \\ \text{or } x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \end{cases}$

بما أن العرض لا يوجد طولاً سلبياً
 لذا عرض المسبح 7m وطوله 20m

مثال (4) حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

i) $4y^2 - 14y + 6 = 0 \Rightarrow (4y - 2)(y - 3) = 0$
 $\Rightarrow \begin{cases} 4y - 2 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \\ \text{or } y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 \end{cases} \Rightarrow S = \{\frac{1}{2}, 3\}$

ii) $3x^2 + 18x - 21 = 0 \Rightarrow (3x - 3)(x + 7) = 0$
 $\Rightarrow \begin{cases} 3x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ \text{or } x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7 \end{cases} \Rightarrow S = \{1, -7\}$

iii) $20 + 13z + 2z^2 = 0 \Rightarrow (4 + z)(5 + 2z) = 0$
 $\Rightarrow \begin{cases} 4 + z = 0 \Rightarrow z = -4 \\ \text{or } 5 + 2z = 0 \Rightarrow z = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow S = \{-4, -\frac{5}{2}\}$

iv) $9x^2 - 69x - 24 = 0 \Rightarrow 3(3x^2 - 23x - 8) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 23x - 8 = 0$
 $\Rightarrow (3x + 1)(x - 8) = 0$
 $\Rightarrow \begin{cases} 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \\ \text{or } x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8 \end{cases} \Rightarrow S = \{-\frac{1}{3}, 8\}$

التمرينات

Multiple Choice

الأسئلة المتعددة الخيارات

الدرس [3-3] حل المعادلات التربيعية بطريقة التجربة

Using Probe and Error to solve the Quadratic Equations

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يلي:
 حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

- $y^2 + 10y + 21 = 0$ a) $s = \{-3, 7\}$ b) $s = \{3, 7\}$ c) $s = \{-3, -7\}$ d) $s = \{3, -7\}$
- $x^2 - 5x - 36 = 0$ a) $s = \{7, -8\}$ b) $s = \{-4, 9\}$ c) $s = \{4, -9\}$ d) $s = \{-4, -9\}$
- $x^2 - 8x - 48 = 0$ a) $s = \{4, 12\}$ b) $s = \{4, -12\}$ c) $s = \{-4, 12\}$ d) $s = \{-4, -12\}$
- $4y^2 + 18y + 18 = 0$ a) $s = \{-3, \frac{3}{4}\}$ b) $s = \{3, \frac{3}{4}\}$ c) $s = \{3, \frac{3}{2}\}$ d) $s = \{-3, \frac{3}{2}\}$
- $z^2 + 16z - 42 = 0$ a) $s = \{1, 7\}$ b) $s = \{-1, 7\}$ c) $s = \{-1, -7\}$ d) $s = \{1, -7\}$
- $2z^2 - 7z - 6 = 0$ a) $s = \{1, 11\}$ b) $s = \{-1, 11\}$ c) $s = \{11, -1\}$ d) $s = \{-1, -11\}$
- $3z^2 + 12z - 9z = 0$ a) $s = \{-\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\}$ b) $s = \{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\}$ c) $s = \{-\frac{4}{3}, -\frac{8}{3}\}$ d) $s = \{-\frac{4}{3}, -\frac{8}{3}\}$

8. ما العدد الذي مربعه يزيد عليه بمقدار 42؟

- a) $s = \{7, -6\}$ b) $s = \{-7, -6\}$ c) $s = \{-7, 6\}$ d) $s = \{-7, -6\}$

9. عدنان حاصل ضربهما 54، ادهما يزيد عن الآخر بمقدار 3، فما العدنان؟

- a) $s = \{6, -9\}$ b) $s = \{6, -9\}$ c) $s = \{-6, -9\}$ d) $s = \{-6, -9\}$

10. عدنان حاصل ضربهما 48، ادهما يقل عن الآخر بمقدار 8، فما العدنان؟

- a) $s = \{8, -6\}$ b) $s = \{-12, -4\}$ c) $s = \{10, 4\}$ d) $s = \{-12, -4\}$

تأخذ من فهمك

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

2) $x^2 - 4x - 32 = 0$ (الأسئلة (1-6)

4) $y^2 + 9y - 36 = 0$ (مشابهة للمثال (2)

6) $y^2 - 8y - 33 = 0$

7) ما العدد الذي مربعه يزيد على ضعفه بمقدار 35 ؟

8) ما العدد الذي لو أضفب 4 أمثله إلى مربعه لكان الناتج 45 ؟

9) سجادة طولها يزيد على عرضها بمقدار 2m ومساحتها 48m². ما أبعاد السجادة؟

حل المعادلات الآتية:

11) $6 + 7x - 5x^2 = 0$ (الأسئلة (10-14)

13) $36 - 75x + 6x^2 = 0$ (مشابهة للمثال (4)

15) أرض مستطيلة الشكل يزيد طولها بمقدار 4m على عرضها. ما بُعدا الأرض إذا كانت مساحتها 60m² ؟

تدرب وحل التمرينات

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

17) $y^2 + 16y + 63 = 0$

19) $y^2 - y - 42 = 0$

21) $y^2 - 6y - 55 = 0$

22) قطعة معدن مستطيلة الشكل ينقص عرضها بمقدار 2m عن طولها. ما بُعدا القطعة الصغرى إذا كانت مساحتها 24m² ؟

24) $28 + 2z - 8z^2 = 0$

26) $50z^2 + 10z - 4 = 0$

27) صالة طعام ينقص طولها عن مئتي عرضها بمقدار 3m ومساحتها 54m². ما بُعد الصالة؟

29) $y^2 - 9y - 36 = 0$

31) $80 - 38y + 3y^2 = 0$

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

3) $x^2 - 4x + 3 = 0$

4) $4 - 26x + 12x^2 = 0$

الإثراء

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

1) $z^2 + 13z + 42 = 0$

$z = -6$ or $z = -7 \Rightarrow S = \{-6, -7\}$

2) $y^2 - 6y - 55 = 0$

$y = 11$ or $y = -5 \Rightarrow S = \{11, -5\}$

3) $6x^2 - 75x + 36 = 0$

$x = 12$ or $x = \frac{1}{2} \Rightarrow S = \{12, \frac{1}{2}\}$

4) $3y^2 + 5y - 12 = 0$

$y = -3$ or $y = \frac{4}{3} \Rightarrow S = \{-3, \frac{4}{3}\}$

5) $11z^2 - 41z - 12 = 0$

$z = 4$ or $z = -\frac{3}{11} \Rightarrow S = \{4, -\frac{3}{11}\}$

6) عدد مكون من رقمين، فإذا كان رقم عشراته يزيد على رقم أحاده بمقدار 1 وحاصل ضرب رقمية 42، فما هو العدد؟

نفرض ان رقم الأحاد هو x ،

فيكون رقم العشرات x+1، والمعادلة التي تمثل المسألة هي:

$x(x+1) = 42 \Rightarrow x^2 + x - 42 = 0$

$(x+7)(x-6) = 0 \Rightarrow x = -7$ يهمل

$\Rightarrow x = 6$

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوى

المستوى الضعيف الى بعض الأمثلة.

اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسائل التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .
حل المعادلات الآتية :

1) $3x^2 - 17x + 20 = 0$ ، $S = \{4, \frac{5}{3}\}$

2) $5y^2 + 17y - 12 = 0$ ، $S = \{-4, \frac{3}{5}\}$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل .

• اطلب إليهم حل المعادلة الآتية :

1) $y(4y-1)=14$ ، $S = \{2, -\frac{7}{4}\}$

2) $2x^2 + \sqrt{3}x - 3 = 0$ ، $S = \{-\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\}$

تدرب وحل مسائل حياتية



32) رياضة: إذا كان طول صورة إعلانية لملمب كرة القدم يزيد بمقدار 4m على ضعف عرضها، فما بُعدا الصورة إذا كانت مساحتها 160 m² ؟



33) حقل نعاب: إذا كان طول حقل لتربية طيور النعام يقل بمقدار 4m عن ضعف عرضه، فإذا كانت مساحة الحقل 96m²، فهل يمكن سياج طوله 44m لتحويط الحقل؟



34) إطار صورة: اشترى سامر إطار لصورة، طوله ضعف عرضه. يحتاج سامر إلى تصغير الإطار بمقدار 2cm من طوله وعرضه ليصبح متناسلاً للصورة، فما أبعاد الإطار الذي اشتراه سامر، إذا كانت مساحة الصورة 40cm² ؟

فكر

35) تفكر: حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

i) $(x-3)(x+2) = 14$

ii) $3y^2 - 11y + 10 = 80$

36) وضع: هل ان المجموعة المعطاة تمثل مجموعة حل للمعادلة أم لا؟

i) $4x^2 + 2x = 30$ ، $(-\frac{2}{5}, 3)$

ii) $42 - 33y + 6y^2 = 0$ ، $(2, \frac{7}{2})$

37) استخرج الخطأ: قلت رنا ان مجموعة الحل للمعادلة $2x^2 - 34x + 60 = 0$ هي $\{3, 15\}$. أخذ خطأ رنا واستخرج.

اكتب

معادلة تمثل المسألة التالية ثم جد حلها:

ما العدد الذي ينقص عن مربعه بمقدار 35 ؟

الدرس 13-4
حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل
Solving the Quadratic Equations by Perfect Square

مقدمة الدرس
حل المعادلات التربيعية بطريقة المربع الكامل

المفردات
• الحد الأول
• الحد الأخير
• مربع كامل
• المربع الكامل

مثال (1)
ما المقادير التي يمكنها صنع المنفعة المربعة؟
حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل

مثال (2)
حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

i) $4x^2 + 20x + 25 = 0$
الحل: $(2x + 5)^2 = 0 \Rightarrow 2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$

ii) $y^2 - y + \frac{1}{4} = 0$
الحل: $(y - \frac{1}{2})^2 = 0 \Rightarrow y - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

iii) $3 - 6\sqrt{3}z + 9z^2 = 0$
الحل: $(\sqrt{3} - 3z)^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{3} - 3z = 0 \Rightarrow 3z = \frac{\sqrt{3}}{3}$

نتائج التعلم	حل المعادلات التربيعية بطريقة إكمال المربع.
المواد والوسائل	ورقة عمل فيها المقادير الآتية: 1) $x^2 - 4x + 4$ 2) $y^2 + 6y + 9$

1 تهيئة

اطلب إلى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هيء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
- اطلب إلى المجموعات تحليل المقادير الجبرية باستعمال طريقة المربع الكامل.
- اسأل الطلاب: متى يحلل المقدار الجبري المؤلف من ثلاثة حدود كمربع كامل؟ أولاً إن يكون الحد الأول والحد الأخير مربعات كاملة بإشارة موجبة، ثانياً: الحد الأوسط يساوي ضعف حاصل ضرب جذر الحد الأول في جذر الحد الأخير.

1) $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$
2) $y^2 + 6y + 9 = (y + 3)^2$

- سجل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.
- اكتب على السبورة المعادلة الآتية: $x^2 - 2x + 1 = 0$
- اسأل الطلاب: هل يمكن حل هذه المعادلة وإيجاد قيمة المتغير باستعمال تحليل المقادير كمربع كامل؟
- استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيبدسون في هذا الدرس حل معادلات من الدرجة الثانية بالمربع الكامل في مجموعة الأعداد الحقيقية

2 شرح وتفسير

تعلم: وجه الطلاب إلى فقرة تعلم وأطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة، وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

- اسأل الطلاب: كيف يتحقق من أن المقدار في الطرف الأيسر يمثل مربعاً كاملاً؟
- الحد الوسط = $2 \times (\text{جذر الحد الأول} \times \text{جذر الحد الأخير})$
- قم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية حل معادلات تربيعية بطريقة إكمال المربع.
- قم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية حل مسألة تمثل معادلة تربيعية يمكن حلها بطريقة إكمال المربع.

إعادة التعليم

لحل المعادلة التربيعية بالمربع الكامل، الحد الوسط يساوي x^2 (جذر الأول \times الجذر الثاني).

1) حل المعادلة التالية بالمربع الكامل:
 $y^2 - 18y + 81 = 0 \Rightarrow (y - 9)^2 = 0$
 $\Rightarrow y - 9 = 0 \Rightarrow y = 9$
نأخذ أحد العوامل المتكررة

أما التحليل بطريقة إكمال المربع يتم بإضافة (مربع نصف معامل x) إلى طرفي المعادلة بعد قسمة حدود المعادلة على معامل x^2 .

2) حل المعادلة التالية بطريقة إكمال المربع:
 $z^2 - 8z + 9 = 0 \Rightarrow z^2 - 8z + 16 = 9 + 16$
 $\Rightarrow (z - 4)^2 = 25 \Rightarrow (z - 4) = \pm 5$
 $\Rightarrow \begin{cases} z - 4 = 5 \Rightarrow z = 9 \\ \text{or } z - 4 = -5 \Rightarrow z = -1 \end{cases} \Rightarrow S = \{9, -1\}$

تدريبات
جد مجموعة الحل للمعادلات الآتية:

1) $y^2 - 8y + 16 = 0$, $y = 4$
2) $x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 = 0$, $x = -\sqrt{3}$
3) $z^2 - z = 1$, $S = \{ \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2} \}$

2-3 حل المعادلات التربيعية بتكامل المربع
Solving quadratic equations by completing the square

الآن سوف نتعرف الى كيفية حل معادلة من الدرجة الثانية بطريقة اكتمال المربع
(1) لنضع المعادلة التربيعية بالصورة $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $a \neq 0$.
(2) لكي $a = 1$ نقسم المعادلة على a .
(3) ننضيف الى طرفي المعادلة المقدار (مربع نصف معامل x)
(4) لنحل الطرف الايسر الذي اصبح مربعاً كاملاً بعد الخطوة 3، ونبسط الطرف الايمن.
(5) نأخذ الجذر التربيعي للطرفين ونجد قيم x .

مثال (3) حل المعادلات التالية بطريقة اكتمال المربع:

مثال (3) حل المعادلات التالية بطريقة اكتمال المربع:

1) $x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 12$
 نكتب المعادلة كما هي الخطوة الاولى
 نضيف المقدار $(\frac{1}{2} \times -4)^2 = 4$ الى طرفي المعادلة
 نأخذ الجذر التربيعي لطرفي المعادلة
 $x^2 - 4x + 4 = 12 + 4$
 $(x - 2)^2 = 16$
 $x - 2 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 4 \Rightarrow x = 6 \\ \text{or } x - 2 = -4 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \Rightarrow S = \{6, -2\}$

2) $2y^2 - 3 = 3y \Rightarrow 2y^2 - 3y = 3$
 نكتب المعادلة كما هي الخطوة الاولى
 نضرب طرفي المعادلة على 2
 نضيف المقدار $(\frac{1}{2} \times -\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{16}$ الى طرفي المعادلة
 نأخذ الجذر التربيعي لطرفي المعادلة
 $2y^2 - 3y + \frac{9}{8} = 3 + \frac{9}{8}$
 $(y - \frac{3}{4})^2 = \frac{33}{8}$
 $y - \frac{3}{4} = \pm \sqrt{\frac{33}{8}}$
 $\Rightarrow \begin{cases} y - \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{33}}{4} \Rightarrow y = \frac{3 + \sqrt{33}}{4} \\ \text{or } y - \frac{3}{4} = -\frac{\sqrt{33}}{4} \Rightarrow y = \frac{3 - \sqrt{33}}{4} \end{cases} \Rightarrow S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{33}}{4}, \frac{3 - \sqrt{33}}{4} \right\}$

مثال (4) مستطيل يزيد طوله على عرضه بمقدار 2cm، فتر طول المستطيل وعرضه بتقريب لاكرب عدد صحيح اذا كانت مساحته 36cm².

نفرض عرض المستطيل بالمتغير x فيكون طول المستطيل هو $x + 2$ والمعادلة التي تمثل المسألة:

من المعادلة نحصل على الحد المربع
 $x(x + 2) = 36$
 $x^2 + 2x = 36$
 $x^2 + 2x + 1 = 36 + 1$
 $(x + 1)^2 = 37 \Rightarrow x + 1 = \pm \sqrt{37} \Rightarrow x + 1 = \pm 6$
 $\Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 6 \Rightarrow x = 5 \\ \text{or } x + 1 = -6 \Rightarrow x = -7 \end{cases}$

لذا عرض المستطيل التقريبي 5cm وطوله 7cm

التمرينات

Multiple Choice

الدرس [3-4] حل المعادلات التربيعية بتكامل المربع
Using Completing the Square to solve the Quadratic Equations

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
حل المعادلات التالية بتكامل المربع:

- 1) $x^2 + 6x + 9 = 0$ a) $x = -6$ b) $x = -3$ c) $x = -4$ d) $x = -1$
 2) $4x^2 - 20x + 25 = 0$ a) $x = \frac{5}{2}$ b) $x = \frac{5}{4}$ c) $x = \frac{5}{2}$ d) $x = \frac{5}{4}$
 3) $\frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{4}x + 1 = 0$ a) $y = \frac{1}{4}$ b) $y = \frac{1}{2}$ c) $y = \frac{1}{2}$ d) $y = \frac{1}{4}$
 4) $y^2 - 2\sqrt{3}y + 3 = 0$ a) $y = -3$ b) $y = 3$ c) $y = -\sqrt{3}$ d) $y = \sqrt{3}$

حل المعادلات التالية بتكامل المربع:

- 5) $x^2 - 12x - 13 = 0$ a) $s = \{-13, 1\}$ b) $s = \{-13, -1\}$ c) $s = \{-13, 1\}$ d) $s = \{-13, -1\}$
 6) $4x^2 - 32x + 64 = 0$ a) $s = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$ b) $s = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$ c) $s = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$ d) $s = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$
 7) $16x^2 - 40x - 11 = 0$ a) $s = \{\frac{11}{4}, \frac{1}{4}\}$ b) $s = \{\frac{11}{4}, \frac{1}{4}\}$ c) $s = \{\frac{11}{4}, \frac{1}{4}\}$ d) $s = \{\frac{11}{4}, \frac{1}{4}\}$
 8) $y^2 - \frac{1}{2}y - \frac{3}{8} = 0$ a) $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ b) $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$
 c) $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ d) $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$
 9) $z^2 + 2\sqrt{5}z - 4 = 0$ a) $s = \{-3 + \sqrt{5}, -3 - \sqrt{5}\}$ b) $s = \{\sqrt{5} - 3, 3 - \sqrt{5}\}$
 c) $s = \{-3 - \sqrt{5}, -3 - \sqrt{5}\}$ d) $s = \{\sqrt{5} + 3, \sqrt{5} - 3\}$

حل المعادلات التالية بتكامل المربع، وجد الناتج بتقريب لاكرب عدد صحيح:

- 10) $x^2 - 8x - 8 = 0$ a) $s = \{9, 1\}$ b) $s = \{9, -1\}$ c) $s = \{-9, 1\}$ d) $s = \{-9, -1\}$

أمثلة اضافية : قدم الأمثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

حل المعادلات التالية بالتحليل بالمربع الكامل:

1) $y^2 + 22y + 122 = 0$, $y = -11$
 2) $z^2 - 2\sqrt{7}z + 7 = 0$, $z = \sqrt{7}$

حل المعادلة التالية باكمال المربع:

3) $y^2 + \frac{3}{2}y = 1$,
 $y^2 + \frac{3}{2}y + \frac{9}{16} = \frac{25}{16}$, $S = \{\frac{1}{2}, -2\}$

تأكد من فهمك: أطلب إلى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (7-12) يتطلب الحل جعل حدود المتغير في الطرف الايسر والحد المطلق (العدد) في الطرف الايمن ثم اجراء الخطوات الازمة باكمل المربع.
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (3, 5, 6, 7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند حل المعادلات باكمال المربع عند وجود معامل الى x^2 فلا يقسمون عليه في الخطوة الاولى، فنذكرهم بان يقسموا على معامل x^2 اولاً ثم يضيفوا مربع نصف معامل x الى طرفي المعادلة . يعطي قيمة واحدة للمتغير وهي التي تحقق المعادلة

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

• الأسئلة (25-27) يتطلب حل المعادلة استعمال تقريبي العدد الى المربع الكامل في الطرف الايمن .

تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب إلى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- السؤال (28) يتطلب الحل التحليل بالمربع الكامل لإيجاد قيمة المتغير.
- السؤال (29) يتطلب الحل أولاً كتابة المعادلة التي تمثل المسألة ثم إيجاد مجموعة الحل للمعادلة.

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب نوو المستوى الضعيف الى بعض الامثلة .
السؤال (31) يتطلب حل المعادلة استعمال تقريب العدد الى المربع الكامل في الطرف الايمن .
اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسائل التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس حل المعادلات التالية بالمربع الكامل أو اكامل المربع:

$$1) 7x^2 - 6\sqrt{7}x + 9 = 0, S = \left\{ \frac{3}{\sqrt{7}} \right\}$$

$$2) 4z^2 + 8z - 60 = 0, S = \{3, -5\}$$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثرانية للطلاب من خلال صفحة الاثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل .

• اطلب إليهم إيجاد مجموعة الحل للمعادلات الآتية :

$$1) \frac{1}{25} - \frac{2}{5}y + y^2 = 0, y = \frac{1}{5}$$

$$2) y^2 + 3y - 6 = 0, S = \left\{ \frac{\sqrt{33}-3}{2}, \frac{-\sqrt{33}-3}{2} \right\}$$

تناقذ من لمهلك

حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

$$1) x^2 + 12x + 36 = 0$$

$$2) y^2 - 10y + 25 = 0$$

(الاسئلة (1-6)

$$3) 4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$4) y^2 + 2\sqrt{7}y + 7 = 0$$

(مشابهة للمثال (2)

$$5) x^2 + 16x = -64$$

$$6) \frac{1}{16} - \frac{1}{2}x + x^2 = 0$$

حل المعادلات التالية بأكمل المربع:

$$7) x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$8) y^2 - 3 = 2y$$

(الاسئلة (7-12)

$$9) 4x^2 - 3x - 16 = 0$$

$$10) 3y^2 + 2y = 1$$

(مشابهة للمثال (3)

$$11) x^2 - \frac{6}{5}x = \frac{1}{5}$$

$$12) 5y^2 + 15y - 30 = 0$$

تدرب وحل التمرينات

حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

$$13) x^2 + 24x + 144 = 0$$

$$14) y^2 - 20y + 100 = 0$$

$$15) y^2 + 4\sqrt{2}y + 8 = 0$$

$$16) 7 - 2\sqrt{7}z + z^2 = 0$$

$$17) 3y^2 + 36 - 12\sqrt{3}y = 0$$

$$18) 9z^2 - 10z + \frac{25}{9} = 0$$

حل المعادلات التالية بأكمل المربع:

$$19) y^2 + 2\sqrt{3}y = 3$$

$$20) 4z^2 - 12z - 27 = 0$$

$$21) x^2 - 2x = 0$$

$$22) y^2 - 8y = 24$$

$$23) x^2 - \frac{2}{3}x = 4$$

$$24) 8y^2 + 16y - 64 = 0$$

حل المعادلات التالية بأكمل المربع، وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح:

$$25) x^2 - 6x = 15$$

$$26) y(2y + 28) = 28$$

$$27) z^2 - 10z + 10 = 0$$

الاثراء

حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

$$1) 16y^2 - 40y + 25 = 0,$$

$$(4y - 5)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

$$2) 2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0,$$

$$(\sqrt{2}x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$3) z^2 - \sqrt{3}z + \frac{3}{4} = 0,$$

$$(z - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 = 0 \Rightarrow z = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

حل المعادلات التالية بأكمل المربع:

$$4) x^2 - 2\sqrt{3}x = 5,$$

$$S = \{ \sqrt{3} + 2\sqrt{2}, \sqrt{3} - 2\sqrt{2} \}$$

$$5) y^2 - 2y = 0, S = \{2, 0\}$$

$$6) y^2 + 6y = 15,$$

$$S = \{-3 + 2\sqrt{6}, -3 - 2\sqrt{6}\}$$

تدرب وحل مسائل حياتية



28 مدينة بابل مدينة بابل باللاتينية Babylon هي مدينة عراقية كانت تقع على نهر الفرات، وكانت عاصمة البابليين ايام حكم حمورابي سنة (1792 - 1750) قبل الميلاد. جد قيمة x من المعادلة $x^2 - 28x + 196 = 0$ والتي تمثل طول ضلع احدى القاعات المربعة الشكل.



29 دب الباندا: المساحة المخصصة لدب الباندا في حديقة الحيوانات مستطيلة الشكل 126 متراً مربعاً، وعرضها يقل بمقدار 8 متر عن طولها. جد ابعاد المنطقة المخصصة للدب بالتقريب لأقرب عدد صحيح.



30 حيتان: تجذب بعض المجموعات من الحيتان الى الشاطئ ولا يوجد تفسير علمي لهذه الظاهرة، وبحلول حمأة البينة ارجاعها الى البحر. حل المعادلة $x^2 + 20x = 525$ بطريقة اكمال المربع لإيجاد قيمة x التي تمثل عدد الحيتان التي جنحت إلى أحد شواطئ استراليا.

فكر

31 نخذ: حل المعادلات التالية في R بأكمل المربع، وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح:

$$i) 4x(x - 6) = 27$$

$$ii) 6y^2 - 48y = 6$$

32 أصحح الخطأ: حلت سوسن المعادلة $4x^2 - 4\sqrt{3}x + 3 = 0$ بطريقة اكمال المربع وكتبت مجموعة الحل للمعادلة بالشكل الآتي: $S = \left\{ \frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4} \right\}$. اكتشف خطأ سوسن وصححه.

33 حسن عددي: هل أن مجموعة حل المعادلة $4y + 4 = 0$ تحتوي على قيمتين متساويتين بالمقدار أحدهما سلبية والأخرى موجبة؟ وضع اجابته.

انص

$$\frac{1}{81} - \frac{2}{9}z + z^2 = 0$$

مجموعة الحل للمعادلة.

Using General Law to solve the Equations



مطلوب
أريد رصف ممر على جانبي حديقة منزل بالسوراميك طول الحديقة 7m وعرضها 5m، ومساحة الرصف 45m². جد عرض الممر المطلوب رصفه بالسوراميك.

مفردات
• معادل
• الحد المطلق
• القانون العام

3-5-1 حل المعادلات باستعمال القانون العام $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ وان $a \neq 0$

تعلمت في الدروس السابقة كيفية حل معادلة من الدرجة الثانية بطرائق عدة، ولكي هناك معادلات لا يمكن حلها بالطرق السابقة، سوف نعلمنا بطريقة القانون العام (الديسكرو) وذلك لإيجاد الجذور الحقيقية للمعادلة التربيعية العامة $ax^2 + bx + c = 0$.

(2) نكتب قيم المعاملات: a معامل x^2 ، b معامل x مع إشارة، c الحد المطلق مع إشارته.

(3) نعوض بالقانون العام لإيجاد همتى المتغير.

مثال (1) من فقرة تعلم، ما عرض الممر المطلوب رصفه على جانبي الحديقة؟
على فرض أن عرض الممر هو x ، فإن مساحة الجزء الأيمن من الممر = $7x$ ،
ومساحة الجزء الأيسر = $5x$ ، ومساحة زاوية الممر = x^2 ومجموع مساحتي الرصف $45m^2$.

المعادلة التي تمثل المسألة
وضع المعادلة بالصورة العامة
تعيين المعاملات والتعويض بالقانون العام

$$x^2 + 12x - 45 = 0$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4 \times 1 \times (-45)}}{2 \times 1} \Rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 180}}{2}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{324}}{2} \Rightarrow x = \frac{-12 \pm 18}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-12 + 18}{2} \Rightarrow x = 3 \\ \text{or } x = \frac{-12 - 18}{2} \Rightarrow x = -15 \end{cases}$$

عرض الممر 3m
يتم غير ممكن $x = -15$

مثال (2) جد مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام:

$$x^2 - 3x - 5 = 0, a = 1, b = -3, c = -5$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 20}}{2} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2} \Rightarrow S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{29}}{2}, \frac{3 - \sqrt{29}}{2} \right\}$$

إعادة التعليم

حل المعادلة التالية بالقانون العام:

$$2x^2 + 4x - 3 = 0, S = \left\{ \frac{-2 + \sqrt{10}}{2}, \frac{-2 - \sqrt{10}}{2} \right\}$$

لمعرفة نوع جذور المعادلة بالمقدار المميز $\Delta = b^2 - 4ac$

- (i) $\Delta > 0$ ومربع كامل للمعادلة جذران حقيقيان نسبيا.
- (ii) $\Delta > 0$ وليس مربعاً كاملاً للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيا.
- (iii) إذا كان $\Delta < 0$ للمعادلة جذران غير حقيقيين وهنا نقول ليس للمعادلة حل في مجموعة الأعداد الحقيقية.
- (iv) إذا كان $\Delta = 0$ للمعادلة جذران حقيقيان متساويان $\left(\frac{-b}{2a} \right)$.

مثال (2) بين نوع جذري المعادلة: $2y^2 - 5y + 3 = 0$

جذران حقيقيان نسبيا $\Delta = 25 - 4(2)(3) = 1$

تدريبات

جد مجموعة الحل للمعادلات الآتية:

- 1) $x^2 - 9x + 20 = 0$, $S = \{4, 5\}$
- 2) $y^2 + 3y + 5 = 0$, لا يوجد لها حل في R
- 3) $2x^2 + 12x + 18 = 0$, $x = -3$

حل المعادلات من الدرجة الثانية بالقانون العام	نتائج التعلّم العام
ورقة عمل فيها المعادلات الآتية:	المواد والوسائل
1) $z^2 - 36 = 0$	
2) $x^2 - 10x + 25 = 0$	
3) $9 + 12y + 4y^2 = 0$	

1 تهيئة

- اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
- هيبء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة واعط كل مجموعة بطاقات العمل المعدة مسبقاً.
- اطلب إلى المجموعات حل المعادلات التالية وإيجاد مجموعة الحل.
- اسأل الطلاب:
- ماذا يمثل تحليل المعادلة الأولى؟ فرق بين مربعين
- ماذا يمثل تحليل المعادلة الثانية؟ مربع كامل

1) $z^2 - 36 = 0$, $S = \{6, -6\}$
 2) $x^2 - 10x + 25 = 0$, $x = 5$
 3) $9 + 12y + 4y^2 = 0$, $y = -\frac{3}{2}$

اكتب على السبورة المعادلة الآتية:

$$x^2 - x - 1 = 0$$

- اسأل الطلاب: هل يمكن إيجاد مجموعة الحل لها بإحدى الطرائق التي درسوها سابقاً.
- استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية والتي لا يمكن حلها بالطرائق التي درسوها سابقاً باستعمال القانون العام.

2 شرح وتفسير

- تعلّم:** وجه الطلاب إلى فقرة تعلّم وأطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة، وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم.
- اسأل الطلاب: ما الخطوات اللازمة لحل المثال (1)؟
- كتابة المعادلة التي تمثل المسألة ثم وضعها بالصورة العامة وتحديد المعاملات لغرض حل المعادلة بالقانون العام وإيجاد مجموعة الحل في الأعداد الحقيقية.
- قدم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية استعمال المقدار المميز بتحديد جذور المعادلة من الدرجة الثانية.

أمثلة إضافية : قدم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم

الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

حل المعادلات التالية باستعمال القانون :

$$1) 3x^2 + x - 2 = 0, S = \{-1, \frac{2}{3}\}$$

$$2) y^2 + 5y = 1, S = \{\frac{-5+\sqrt{29}}{2}, \frac{-5-\sqrt{29}}{2}\}$$

$$3) 2x^2 + 4x - 3 = 0, S = \{\frac{-2+\sqrt{10}}{2}, \frac{-2-\sqrt{10}}{2}\}$$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من

فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

• الأسئلة (7-10) يتطلب الحل وضع المعادلة بالصورة العامة

وتحديد المعاملات والتعويض بالقانون العام وإيجاد مجموعة الحل

في الاعداد الحقيقية .

• الأسئلة (7-12) يتطلب الحل تحديد المعاملات والتعويض

بالمقدار المميز وإيجاد جذري المعادلة في الاعداد الحقيقية .

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا

من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح .

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (6 ، 4 ، 2 ، 1) من صفحة

تمرينات الدرس كواجب بيتي .

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند حل المعادلات

بالدستور وذلك بكتابة معاملات الحدود بدون كتابة المعادلة

بالصيغة العامة لها ، فذكرهم بكتابة المعادلة بالصيغة العامة أولاً

ثم إيجاد المعاملات وتطبيق القانون .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل

التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من

حل الواجب البيتي .

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلبة حل تمرينات

تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

• السؤال (17) يتطلب تبسيط المعادلة وكتابتها بالصيغة العامة

وإيجاد الحل بالقانون العام .

• السؤال (26) يتطلب معرفة ان مجموعة الحل لا تنتمي الى

مجموعة الاعداد الحقيقية .

تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب إلى الطلاب حل المسائل

الحياتية وتابع اجاباتهم .

• الأسئلة (27-28) يتطلب الحل استعمال القانون العام ثم إيجاد

مجموعة الحل للمعادلة .

The discriminant ($\Delta = b^2 - 4ac$)

المميز في الجزء الأول من هذا الدرس كبيراً عن المعادلة بلقانون العام لإيجاد الجذور الحقيقية للمعادلة. والآن سوف نتطرق إلى سمة المعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ وهو $\Delta = b^2 - 4ac$ ، والآن نلاحظ جذري المعادلة بتعين كما يأتي:

نوع الجذور (المعاملات أعداد نسبية):

- 1) موجب وموجب كامل
- 2) حذو حذو غير نسبي
- 3) حذو حذو متساويان ($\frac{b}{2a}$)
- 4) حذو حذو غير متساويان (مجموعة الحل في \mathbb{R}) $\Delta = 0$ سالب

مثال (3) حدد جذري المعادلة أولاً، ثم جد مجموعة الحل إذا كان معقلاً.

i) $2x^2 + 3x - 2 = 0, a = 2, b = 3, c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 \times 2 \times (-2) = 25$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} \Rightarrow x = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2}$ or $x = \frac{-3-5}{4} = -2$

ii) $y^2 - 4y - 9 = 0, a = 1, b = -4, c = -9$

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \times 1 \times (-9) = 52$

$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 36}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{52}}{2} \Rightarrow y = 2 + \sqrt{13}$ or $y = 2 - \sqrt{13}$

iii) $z^2 + 8z - 16 = 0, a = 1, b = 8, c = -16$

$\Delta = b^2 - 4ac = 64 - 4 \times 1 \times (-16) = 128$

$z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = -4$

iv) $x^2 - 2x + 10 = 0, a = 1, b = -2, c = 10$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 1 \times 10 = -36$

أيها الطالب المسرّع هل يمكنك التحقق من حل في \mathbb{R} ؟

مثال (4) ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 + (k+1)x + 4 = 0$ متساويين؟ تحقق من الإجابة.

يكون جذر المعادلة متساويين عندما قيمة المقدار المميز Δ يساوي صفراً.

$a = 1, b = -(k+1), c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac = (k+1)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0 \Rightarrow (k+1)^2 - 16 = 0$

$\Delta = 0 \Rightarrow (k+1)^2 - 16 = 0$

$\Rightarrow (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow (k+1)^2 = 16$

$\Rightarrow k+1 = +4 \Rightarrow k = 3$

or $k+1 = -4 \Rightarrow k = -5$

التحقق: نعوض بـ $k = 3$ بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة:

$x^2 - (k+1)x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$

نعوض بـ $k = -5$ بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة:

$x^2 - (k+1)x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2$

التمرينات

Mini-projects Class

الواجب البيت

الدرس [3-5] حل المعادلات بالقانون العام Using General Law to solve the equations

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام:

1) $x^2 - 3x - 4 = 0$ a) $x = (4, 1)$ b) $x = (4, -1)$ c) $x = (-4, 1)$ d) $x = (-4, -1)$

2) $y^2 - 5y - 5 = 0$ a) $y = \{\frac{5+\sqrt{35}}{2}, \frac{5-\sqrt{35}}{2}\}$ b) $y = \{\frac{5+\sqrt{35}}{4}, \frac{5-\sqrt{35}}{4}\}$

c) $y = \{\frac{5+\sqrt{35}}{2}, \frac{5-\sqrt{35}}{2}\}$ d) $y = \{\frac{5+\sqrt{35}}{2}, \frac{5-\sqrt{35}}{2}\}$

3) $2x^2 - 8x - 1 = 0$ a) $x = \{\frac{4+\sqrt{10}}{2}, \frac{4-\sqrt{10}}{2}\}$ b) $x = \{\frac{2+\sqrt{10}}{2}, \frac{4-\sqrt{10}}{2}\}$

c) $x = \{\frac{4+\sqrt{5}}{4}, \frac{4-\sqrt{5}}{4}\}$ d) $x = \{\frac{2+\sqrt{5}}{2}, \frac{2-\sqrt{5}}{2}\}$

4) $3x^2 - 6(2x+1) - 0 = 0$ a) $x = (2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3})$ b) $x = (2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{2})$

c) $x = (2 + \sqrt{6}, 2 - \sqrt{6})$ d) $x = (6 + \sqrt{6}, 6 - \sqrt{6})$

حدد جذور المعادلة باستعمال المميز:

5) $x^2 - 6x - 7 = 0$

a) جذور حقيقيين متساويين

b) جذور حقيقيين غير متساويين

c) جذور حقيقيين متساويين ($\frac{b}{2a}$)

d) جذور غير حقيقيين (مجموعة الحل في \mathbb{R}) $\Delta = 0$

6) $2y^2 - 3y - 8 = 0$

a) جذور حقيقيين متساويين

b) جذور حقيقيين غير متساويين

c) جذور حقيقيين متساويين ($\frac{b}{2a}$)

d) جذور غير حقيقيين (مجموعة الحل في \mathbb{R}) $\Delta = 0$

7) $8x^2 - 8x + 2 = 0$

a) جذور حقيقيين متساويين ($\frac{b}{2a}$)

b) جذور حقيقيين غير متساويين

c) جذور حقيقيين متساويين ($\frac{b}{2a}$)

d) جذور غير حقيقيين (مجموعة الحل في \mathbb{R}) $\Delta = 0$

8) ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 + (k+10)x + 16 = 0$ متساويين؟

a) $k = 2, -18$ b) $k = -2, -18$ c) $k = 6, 18$ d) $k = -6, -18$

تأخذ من فهمك

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام:

2. $y^2 + 5y - 1 = 0$

الأسئلة (1 - 6)

4. $4y^2 + 8y - 6 = 0$

مشابهة للمثالين (1 و 2)

6. $2y^2 - 3 = -5y$

8. $3x^2 + 7x + 6 = 0$

الأسئلة (7 - 10)

10. $y^2 + 12 = -9y$

مشابهة للمثال (3)

11. ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k + 2)x + 36 = 0$ متساويين؟ تحقق من الإجابة
12. ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $y^2 + 25 - (k - 5)y = 0$ متساويين؟ تحقق من الإجابة
13. ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $z^2 + 16 = (k + 4)z$ متساويين؟ تحقق من الإجابة
14. بين أن المعادلة $0 = 2z^2 - 6z + 28$ ليس لها حل في مجموعة الأعداد الحقيقية.
- الأسئلة (11 - 14) مشابهة للمثال (1 و 4)

تدرب وحل التمرينات

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام:

16. $y^2 + 3y - 9 = 0$

18. $2y^2 - 2 = -10y$

20. $y^2 - 2y - 10 = 0$

22. $y^2 - 14y + 49 = 0$

15. $x^2 + 7x - 14 = 0$

17. $2x^2 + 8(3x + 2) = 0$

19. $x^2 + 4x - 5 = 0$

21. $2x^2 + 5x + 7 = 0$

23. ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k + 6)x + 49 = 0$ متساويين؟ تحقق من الإجابة
24. ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $y^2 + 36 = (k - 6)y$ متساويين؟ تحقق من الإجابة
25. ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $z^2 + 81 = (k + 9)z$ متساويين؟ تحقق من الإجابة
26. بين أن المعادلة $0 = 2z^2 - 3z + 10$ ليس لها حل في مجموعة الأعداد الحقيقية

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو

المستوى الضعيف الى بعض الأمثلة.

السؤال (30) المعادلة لها حل

السؤال (31) الطرف الأيسر من المعادلة مربع كامل لذا للمعادلة

قيمة واحدة الى المتغير وهي 4 .

اكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسائل التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس . حل المعادلات التالية باستعمال القانون العام :

1) $y^2 - 5y + 6 = 0$, $S = \{3, 2\}$

2) $x^2 - 2x - 3 = 0$, $S = \{3, -1\}$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات إثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل . اطلب إليهم حل المعادلة التالية بالقانون العام:

1) $x^2 - 3x - 2 = 0$, $S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{17}}{2}, \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \right\}$

تدرب وحل مسائل حياتية



27. **العاب نارية:** في إحدى المناسبات أطلقت مجموعة من الألعاب النارية عموديا في الهواء وصلت الى ارتفاع 140m . احسب الزمن (ثانية) الذي وصلت به الى هذا الارتفاع من المعادلة التالية: $5t^2 + 60t - 140 = 0$



28. **تجارة:** بحسب سائر سعر الكلفة للبدلة الرجالية الواحدة ثم يضيف عليها مبلغ الربح ويبيعها للزبون بمبلغ 120 ألف دينار . إذا كانت p في المعادلة $0 = 225 + 30p - p^2$ تمثل مبلغ ربح سائر في البدلة الواحدة بألوف الدنانير ، فما سعر كلفة البدلة الواحدة؟

لفكر

29. **تحذ:** حدد جذور المعادلة أولاً ، ثم جد مجموعة الحل إذا كان ممكناً:

i) $x^2 + 8x = 10$

ii) $3y^2 - 6y - 42 = 0$

30. **اصحح الخطأ:** لال سعد ان المعادلة $0 = 2x^2 - 3x - 9$ ليس لها حل في مجموعة الأعداد الحقيقية . اكتشف خطأ سعد وصححه .

31. **حسب عددي:** استعملت مروة المقدار المميز لكتابة جذري المعادلة $0 = z^2 - 8z + 16$ دون تحليلها . لسر كيف استطاعت مروة كتابة جذري المعادلة .

اكتب

نوع جذري المعادلة $x^2 + 100 = 20x$ باستعمال المقدار المميز دون حلها .

حدد جذور المعادلة وجد مجموعة الحل إذا كان ممكناً :

1) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$\Rightarrow \Delta = 16 - 4(4)(1) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

2) $y^2 + y = 2$

$\Rightarrow \Delta = 1 + 4(1)(2) = 9 \Rightarrow S = \{1, -2\}$

3) $2x^2 + x + 1 = 0$

$\Rightarrow \Delta = 4(2)(1) = -7 \Rightarrow S = \{\emptyset\}$

4. جد قيم الثابت h التي تجعل جذري المعادلة

$y^2 + hy + 2 = 0$ متساويين ثم تحقق من الاجابة .

$\Delta = 0 \Rightarrow h^2 - 8 = 0 \Rightarrow (h - 2\sqrt{2})(h + 2\sqrt{2}) = 0$

$\Rightarrow h = 2\sqrt{2}$ or $h = -2\sqrt{2}$

التحقق: نعوض بقيمة $h = 2\sqrt{2}$ بالمعادلة الأصلية وتجد جذور المعادلة .

$y^2 + 2\sqrt{2}y + 2 = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{2}$

نعوض بقيمة $h = -2\sqrt{2}$ بالمعادلة الاصلية ونجد جذور المعادلة:

$\Rightarrow y^2 - 2\sqrt{2}y + 2 = 0 \Rightarrow y = \sqrt{2}$

الدرس [3-6] حل المعادلات الكسرية

Solving the Rational Equations

قصة الدرس
 حل المعادلات الكسرية من الدرجة الثانية

المفردات
 - بسط الكسر
 - مقام الكسر
 - معادلة كسرية

قال كاس لير شراء قطعة واحدة بدلالة المتغير x هو $2x - 3$ ألف دينار ونحن نراه ست قطعاً أيضاً بدلالة x هو $x^2 - 3x - 10$ ألف دينار. فإذا كانت قيمة ثمن قطعة واحدة التي لير ثلاث قطعاً $\{$ لها ثمن شراء قطعة واحدة $\}$

تعرفت سابقاً إلى كيفية تبسيط المقادير الحرة النسبة (الكسرية) وذلك بقسمة كل من البسط والمقام على عامل مشترك، والآن سوف نتعلم تبسيط المقادير الحرة لحل المعادلات الكسرية التي هي مفاتيحنا لحل تلك المعادلات من الكسور ثم حلها بأحدى الطرائق التي تعلمتها سابقاً

مثال (1) كتب لير شراء قطعة واحدة

$$\frac{2x-3}{x^2-3x-10} = \frac{1}{3}$$

بسطة البسط
 $x^2 - 3x - 10 = 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 - 6x - 9 = 0$
 $x^2 - 9x - 19 = 0$
 $(x-5)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-5=0 \Rightarrow x=5 \\ \text{or } x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$

بسطة المقام
 $(2x+3)(x-13)$ ثلاثة عشر ألف دينار

مثال (2) جد مجموعة الحل للمعادلة التالية، ثم تحقق من صحة الحل:

$$5x + \frac{x-2}{3} = \frac{2}{3}$$

بسطة المعادلة
 $3x(5x) + 3x(\frac{x-2}{3}) = 3x(\frac{2}{3}) \Rightarrow 15x^2 + x - 2 = 2x \Rightarrow 15x^2 - x - 2 = 0$
 $(3x+1)(5x-2) = 0$
 $\begin{cases} 3x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{3} \\ \text{or } 5x-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow S = \{-\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\}$

التحقق: نعوض بالمعادلة الأصلية عندما $x = -\frac{1}{3}$
 $L.S = 5(-\frac{1}{3}) + \frac{-\frac{1}{3}-2}{3} = -\frac{5}{3} - \frac{7}{9} = -\frac{17}{9}$
 $R.S = \frac{2}{3}$
 كذلك من السهل التحقق عندما $x = \frac{2}{5}$ (ترك الطالب)

نتائج التعلّم

حل المعادلات الكسرية من الدرجة الثانية

ورقة عمل فيها المقادير الكسرية:

$$1) \frac{6}{x-2} + \frac{x}{2-x}$$

$$2) \frac{6}{y+2} + \frac{y}{2-y} - \frac{y^2+4}{y^2-4}$$

المواد والوسائل

تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هبىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة واعط كل مجموعة قطع العد وورقة العمل المعدة مسبقاً.

• اطلب إلى المجموعات تبسيط المقادير الجبرية.

• اسأل الطلاب:

• ما الخطوات اللازمة لتبسيط مقدار جبري كسري؟
 أولاً: كتابة كل حد بأبسط صورة مع تحليل مقام الكسر.
 ثانياً: إيجاد م.م.أ واستعمال ترتيب العمليات.

$$1) \frac{6}{x-2} + \frac{x}{2-x} = \frac{6-x}{x-2}$$

$$2) \frac{2}{y+2} + \frac{y}{y-2} - \frac{y+4}{(y+2)(y-2)}$$

$$= \frac{2(y-2)+y(y+2)-y-4}{(y+2)(y-2)} = \frac{y^2+3y-8}{(y+2)(y-2)}$$

• سجل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.
 • اكتب على السبورة المعادلة الآتية:

$$\frac{6}{x-2} + \frac{x}{2-x} = \frac{x}{4}$$

• اسأل الطلاب هل يمكن إيجاد مجموعة الحل لها بأحدى الطرائق التي درسوها سابقاً.

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل المعادلات الكسرية من الدرجة الثانية بمتغير واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية.

2 شرح وتفسير

تعلم: وجه الطلاب إلى فقرة تعلم وأطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة، وحينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

• اسأل الطلاب: ما الخطوات اللازمة لحل المثال (1)؟

كتابة المعادلة التي تمثل المسألة بالصورة الكسرية أولاً، ثم تبسيطها وحلها بأحدى الطرائق السابقة.

• فم المثال (3) لتبين للطلاب ملاحظة استبعاد قيم المتغير من مجموعة الحل التي تجعل مقام الكسر صفراً.

إعادة التعلّم

لحل معادلة كسرية بمتغير واحد: حل البسط والمقام إن وجد (بطرق التحليل المذكورة سابقاً) واكتب كل حد بأبسط صورة، استخرج المضاعف المشترك الأصغر (LCM) لمقامات الحدود، تضرب جميع أطراف المعادلة في (LCM) لاختصار المقامات والتخلص منها، حل المعادلة بأحدى الطرائق التي درستها سابقاً لإيجاد قيمة المتغير والتي تمثل مجموعة الحل.

جد مجموعة الحل للمعادلة الآتية:

$$\frac{2x}{x-4} + \frac{x}{x+4} = \frac{28}{x^2-16} \Rightarrow \frac{2x}{x-4} + \frac{x}{x+4}$$

$$= \frac{2x(x+4) - x(x-4)}{(x+4)(x-4)} = 28$$

$$\Rightarrow x^2 + 12x - 28 = 0$$

$$\Rightarrow (x+14)(x-2) = 0 \Rightarrow s = \{-14, 2\}$$

تدريبات

جد مجموعة الحل للمعادلات الآتية:

$$1) y + \frac{y-1}{y} = \frac{1}{y}, s = \{1, -2\}$$

$$2) x + \frac{3x-2}{x+1} = 1, s = \left\{ \frac{-3+\sqrt{21}}{2}, \frac{-3-\sqrt{21}}{2} \right\}$$

تعددت أساليب كثيرة لتبسيط جمع الكسور العذرية السالبة (الكسرية) وطرقها وذلك باختلاف طرق تبسيط الكسور
أبسط صورة ثم إجراء عملية جمع وطرح المقامون الكسرية باستعمال المضاعف المشترك الأصغر وأبسط الطرق
على أبسط صورة (simplest form) والآن سوف نشتمل ذلك في حل المعادلات الكسرية لإحدى مجموعة حل
المعادلة الكسرية.

مثال (3) حدد مجموعة الحل للمعادلة:

حل المعادلات الكسرية في أبسط صورة ممكنة

$$\frac{x}{x+1} + \frac{15}{x^2-9} = \frac{18}{(x-3)(x+3)}$$

حسبنا في المثال في LCM $(x+3)(x-3)$

$$\frac{x(x-3)}{(x+1)(x-3)} + \frac{15}{(x-3)(x+3)} = \frac{18}{(x-3)(x+3)}$$

$$x(x-3) + 15 = 18$$

$$x^2 - 3x + 15 = 18$$

$$x^2 - 3x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 12}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

لاحظ: يجب استبعاد القيم التي تجعل مقام أي حد كسري من حدود المعادلة الأصلية صفراً (أو صفرين أو
أكثر) على صفحتهما. لهذا يكون الحل

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

ولما استبعد $x = 3$ من الحل لأن $\frac{15}{(x-3)(x+3)} = \frac{15}{0}$ ويكون الحل فقط هو $x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$

التعليق: نعوض بالمعادلة الأصلية $x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$ ونرى إن كان طرفاً المعادلة يساوي صفرين أو (0)

$$15 + \frac{x}{x+1} = \frac{18}{(x-3)(x+3)}$$

$$15 + \frac{x}{x+1} = \frac{18}{x^2-9}$$

$$15 + \frac{x}{x+1} = \frac{18}{x^2-9}$$

لاحظ: $x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$ تحقق المعادلة

مثال (4) حدد مجموعة الحل للمعادلة:

لقد صدقنا في المثال في LCM المقامات بحلول

$$\frac{1}{x+2} + \frac{x}{x^2-4} = \frac{x^2+4}{(x+2)(x-2)}$$

حلل المقام الكسور على طرفي المعادلة

$$\frac{1}{x+2} + \frac{x}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^2+4}{(x+2)(x-2)}$$

استعمل الطريقة $a-b = (a-b)$

$$\frac{1}{x+2} + \frac{x}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^2+4}{(x+2)(x-2)}$$

$$1 + x = x^2 + 4$$

$$x^2 - x + 3 = 0$$

لقد تعويض عن $x = 2$ بالمعادلة الأصلية نحصل على نتيجة قيمة طرفي المعادلة على صفحتهما وهذا هو الحل (أو صفرين أو (0)
لذلك المعادلة ليس لها حل في مجموعة الأعداد الحقيقية (R)، أي مجموعة الحل في R هي مجموعة خالية (∅)

التمرينات

Multiple Choice

التمرين [3.6] حل المعادلات الكسرية

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حدد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية:

1) $\frac{1}{15} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$ a) $x = 12, \frac{1}{2}$ b) $x = -12, \frac{1}{2}$ c) $x = 12, \frac{1}{2}$ d) $x = -12, \frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} - 0$ a) $x = -1, \frac{1}{2}$ b) $x = 14, \frac{1}{2}$ c) $x = -1, \frac{1}{2}$ d) $x = 14, \frac{1}{2}$

3) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ a) $x = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ b) $x = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ c) $x = -1, \frac{2}{3}$ d) $x = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

4) $\frac{1}{15} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$ a) $x = -1, \frac{1}{2}$ b) $x = -1, \frac{1}{2}$ c) $x = -2, \frac{1}{2}$ d) $x = -1, 2, \frac{1}{2}$

5) $16x^2 - 81 = 1$ a) $x = -8$ b) $x = 8$ c) $x = -6$ d) $x = 6$

حدد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية:

6) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$ a) $x = (2 + \sqrt{7}, 2 - \sqrt{7})$ b) $x = (1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3})$

7) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$ c) $x = (1 + \sqrt{7}, 1 - \sqrt{7})$ d) $x = (2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3})$

8) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$ a) $x = -\frac{1}{2}$ b) $x = -\frac{1}{2}$ c) $x = \frac{1}{2}$ d) $x = -\frac{1}{2}$

9) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$ a) $x = 0$ b) $x = 0$ c) $x = -8$ d) $x = 8$

10) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$ a) $x = (4, -2)$ b) $x = (-4, 2)$ c) $x = (4, -2)$ d) $x = (-4, 2)$

أمثلة إضافية: قدم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم
الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.
حل المعادلات الآتية:

- $\frac{9x}{5} = \frac{5}{9x}$, $s = \left\{ \frac{5}{9}, -\frac{5}{9} \right\}$
- $\frac{5}{x+2} + \frac{3x}{2-x} = \frac{-20}{x^2-4}$, $s = \left\{ -2, \frac{5}{3} \right\}$
- $\frac{8}{x^2-x-20} - \frac{2}{x-5} = 1$, $s = \{ -5, 4 \}$

تأكد من فهمك: أطلب إلى الطلاب حل تدريبات تأكد من
فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

- الأسئلة (1-6) يتطلب الحل إيجاد مجموعة الحل في الاعداد الحقيقية والتحقق من صحة الحل.
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (3, 5, 6, 7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند إيجاد م.م.أ وذلك
بعدم مطابقة بعض الأقواس في مقام الحدود الكسرية مثل (x-1)
والقوس (1-x)، فنذكرهم بمطابقة مثل هذه الأقواس من خلال
تغيير إشارة الكسر ومقام الكسر.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل
التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من
حل الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات: اطلب إلى الطلاب حل تمرينات
تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم.

- الأسئلة (15-18) يتطلب تحليل المقامات إلى أبسط صورة
ممكنة ثم إيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقامات وتبسيط
المعادلة وإيجاد الحل.

تدرب وحل مسائل حياتية: أطلب إلى الطلاب حل المسائل
الحياتية وتابع اجاباتهم.

- الأسئلة (19-21) يتطلب الحل كتابة المعادلة التي تمثل المسألة
بحسب المعطيات ثم إيجاد مجموعة الحل للمعادلة.

تأخذ من فهمك

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

1) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{6}{4x^2}$

2) $\frac{y}{2} - \frac{7}{5} = \frac{3}{10y}$

3) $\frac{x+4}{2} = \frac{-3}{2x}$

4) $\frac{y+1}{y^2} = \frac{3}{4}$

5) $\frac{9x-14}{x-5} = \frac{x^2}{x-5}$

6) $\frac{1}{y^2-6} = \frac{2}{y+3}$

الأسئلة (1-6)
مشابهة للمثالين (1.2)

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية:

7) $\frac{y-4}{y+2} - \frac{2}{y-2} = \frac{17}{y^2-4}$

8) $\frac{9}{x^2-x-6} - \frac{5}{x-3} = 1$

9) $\frac{12}{y^2-16} + \frac{6}{y+4} = 2$

10) $\frac{2x}{x+1} + \frac{3x}{x-1} = \frac{8+7x+3x^2}{x^2-1}$

الأسئلة (7-10)
مشابهة للمثالين (3.4)

تدرب وحل التمرينات

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

11) $\frac{4}{6x^2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{x}$

12) $\frac{3y}{4} - \frac{6}{12y} + \frac{1}{4} = 0$

13) $\frac{9x+22}{x^2} = 1$

14) $\frac{9}{(y+2)^2} = \frac{3y}{y+2}$

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية:

15) $\frac{3}{x-4} - \frac{2}{x-3} = 1$

16) $\frac{y-5}{y+5} - \frac{y+5}{y-5} = \frac{4y^2-24}{y^2-25}$

17) $\frac{6-x}{x^2+x-12} - \frac{2}{x+4} = 1$

18) $\frac{4+8y}{y^2-9} + \frac{6}{y-3} = 3$

الإثراء

حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

1) $\frac{y+1}{y+5} + \frac{y}{y-5} = \frac{2}{y^2-25} \Rightarrow 2y^2 + y - 7 = 0$

$\Rightarrow s = \left\{ \frac{-1 + \sqrt{57}}{4}, \frac{-1 - \sqrt{57}}{4} \right\}$

2) $\frac{2x+1}{x+2} + \frac{4x}{2-x} = \frac{2}{4-x^2} \Rightarrow x(2x+11) = 0$

$\Rightarrow s = \left\{ 0, \frac{-11}{2} \right\}$

3) $\frac{3x}{1-x} - \frac{2}{x+1} = \frac{1}{x^2-1} \Rightarrow 3x^2 + 5x - 1 = 0$

$\Rightarrow s = \left\{ \frac{-5 + \sqrt{37}}{6}, \frac{-5 - \sqrt{37}}{6} \right\}$

4) $\frac{y+1}{y+2} + \frac{y}{y-2} = \frac{1}{y^2-4} \Rightarrow 2y^2 + y - 3 = 0$

$\Rightarrow s = \left\{ \frac{-3}{2}, 1 \right\}$

5) $\frac{3}{z+\sqrt{2}} + \frac{z}{z-\sqrt{2}} = \frac{z^2+5z+1}{z^2-2}$

$\Rightarrow Z^2 - z + 1 = 0 \Rightarrow s = \{ \emptyset \}$

لا يوجد لها حل في مجموعة الأعداد الحقيقية

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب نون المستوى الضعيف الى بعض الامثلة

• لسؤال (23) عند تبسيط المعادلة الكسرية واختبارها بالمقدار المميز يكون للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين.
اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع إجاباتهم.

4 تقويم

استعمل المسائل التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس جد مجموعة الحل للمعادلات الآتية:

1) $\frac{4x}{x+3} + \frac{5}{x-3} = \frac{20}{x^2-9}, s = \left\{ \frac{7+\sqrt{129}}{2}, \frac{7-\sqrt{129}}{2} \right\}$

5 توسعة

يمكنك تقديم تربيان اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقم لهم المساعدة في أثناء الحل.

• اطلب إليهم حل المعادلة الآتية:

$\frac{z+2}{z+4} + \frac{2z}{4-z} = \frac{1}{z^2-16}, s = \{-1, -9\}$

تدرب وحل مسائل حياتية



19 **رياضة:** إذا فرد راكب دراجة قطع مسافة 60 km بين مدينتين A,B بسرعة معينة، ولو زادت سرعته بمقدار 10 km/h لتسلك من قطع هذه المسافة بزمن يقل ساعة واحدة عن الزمن الأول. جد سرعته أولاً.



20 **نقل مسافرين:** تطلق طائرة الخطوط الجوية العراقية المسافة 350 km بين مدينة بغداد وأربيل بسرعة معينة، ولو زادت سرعة الطائرة بمقدار 100 km/h لتسلكت الطائرة من قطع المسافة بزمن يقل ساعة عن الزمن الأول. جد سرعة الطائرة التقريبية أولاً.

21 **سباق:** شارك نوبل في سباق ثلاثي، ونصن السباق الساعة وركوب الدراجة والجري، واستغرق سائرين لإنهاء السباق كما موضح في الجدول المحاور على اعتبار x لعدد من معدل سرعته في الساعة. جد معدل سرعته التقريبية في سباق الساعة.

الزمن	السرعة km/h	المسافة km	الساعة
t_1	x	$d_1 = 1$	الساعة
t_2	5x	$d_2 = 20$	ركوب الدراجة
t_3	x+4	$d_3 = 4$	الجري

ملاحظة: استعمل معادلة الزمن الإجمالي الذي استغرقه نوبل في السباق بدلالة سرعة في الساعة هو $1(x) = t_1 + t_2 + t_3$

فكر

22 **فكر:** جد مجموعة الحل للمعادلة التالية:

$\frac{3}{x+5} + \frac{4}{5-x} = \frac{x^2-15x+14}{x^2-25}$

23 **اصنع الخطأ:** استعمل نميز المقدار المميز لبيان جنود المعادلة:

$\frac{2}{x-7} = \frac{1}{x-1} = 1$

فعل نميز ان للمعادلة جذران نسبيين حقيقيان. اكتشف خطأ نميز ووضحه.

اكتب

مجموعة الحل في مجموعة الأعداد الحقيقية:

$\frac{1}{x+6} - \frac{5}{x-6} = 2$

خطوة حل المسألة (كتابة معادلة)
الدرس [3-7]
Problem Solving Plan (Writing Equation)



تقطع باخرة شحن مسافة 240 km بين الميناء A والميناء B بسرعة معينة، ولو زادت سرعتها 10 km/h لتماثلت من قطع المسافة بزمن يقل ساعتين عن الزمن الأول. حدد سرعة الباخرة أولاً.

- فكرة الدرس
- استعمال استراتيجيات
 - كتابة معادلة لحل المسألة.

الفهم

ما المتغيرات في المسألة؟ باخرة شحن تقطع المسافة 240km بين الميناء A والميناء B بسرعة معينة، وتقطعها بزمن يقل ساعتين عن الزمن الأول في حالة زادت سرعتها بمقدار 10 km/h. ما المطلوب من المسألة؟ إيجاد سرعة الباخرة أولاً.

خطط

كيف نحل المسألة؟ أكتب معادلة تمثل المسألة ثم أحلها لإيجاد سرعة الباخرة أولاً.

حل

نفرض أن سرعة الباخرة الأولى = v ، الزمن الأول = $\frac{240}{v}$ ،
لذا سرعتها الثانية = $v + 10$ ، الزمن الثاني = $\frac{240}{v+10}$
الزمن الأول - الزمن الثاني = 2
 $\frac{240}{v} - \frac{240}{v+10} = 2$
بحسب طرق المعادلة في LCM (10) :
 $240v + 2400 - 240v = 2v(v+10)$
 $2400 = 2v^2 + 20v$
 $v^2 + 10v - 1200 = 0 = (v+40)(v-30) = 0$
 $v + 40 = 0 \Rightarrow v = -40$ (يُهمل)
or $v - 30 = 0 \Rightarrow v = 30 \text{ km/h}$ سرعة الباخرة أولاً

تحقق

الزمن الأول = $\frac{240}{30} = 8 \text{ h}$
الزمن الثاني = $\frac{240}{40} = 6 \text{ h}$
زمن الباخرة الثانية أقل من زمن الباخرة الأولى بمقدار ساعتين (8 - 6 = 2h) ، لذا الحل صحيح

نتائج التعلّم

إستعمال إستراتيجية كتابة معادلة لحل المسألة.

ورقة عمل تتضمن المسألة الآتية:

يقطع راكب دراجة مسافة 60km بين مدينتين بسرعة معينة ولو زادت سرعته بمقدار 10km/h لتمكن من قطع المسافة بزمن يقل 60 دقيقة عن الزمن الأول. جد سرعته أولاً.

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هبىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة واعط كل مجموعة ورقة العمل المعدّ مسبقاً.
- اطلب إلى المجموعات التحقق من حلّ المعادلة بالتعويض بقيمة المتغير الناتج.

اسأل الطلاب:

نفرض أن سرعة الدراجة الأولى = v ، الزمن الأول = $\frac{60}{v}$
لذا سرعتها الثانية = $v + 10$ ، الزمن الثاني = $\frac{60}{v+10}$
الزمن الأول - الزمن الثاني = 1

$$\frac{60}{v} - \frac{60}{v+10} = 1$$

$$v^2 + 10v - 600 = 0 \Rightarrow (v+30)(v-20) = 0$$

\Rightarrow $v + 30 = 0 \Rightarrow v = -30$ يهمل
or $v - 20 = 0 \Rightarrow v = 20 \text{ km/h}$ سرعة الدراجة أولاً

سجل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

2 شرح وتفسير



• أرشد الطلاب الى المعطيات والمطلوب في المسألة .

• اطلب الى الطلاب تحوير المعطيات ، ووضع خط تحت المطلوب.



• ناقش الطلاب في الطريقة المناسبة لحلّ هذه المسألة واستمع إلى مقترحاتهم .

• بيّن للطلاب أنّ حلّ المسألة يتطلب كتابة معادلة تمثل المسألة ثم إيجاد سرعة الدراجة أولاً.



• قّم بحلّ المسألة على وفق خطة كتابة معادلة ،

• وقّم الأسئلة التالية للطلاب في أثناء الشرح لتوجيه انتباههم .

- ما سرعة الباخرة في البداية؟ غير معلومة نفرضها v .
- ما سرعة الباخرة بعد زيادة سرعتها؟ $v+10$ ؟
- ما الفرق في الزمن بين الحالتين؟ ساعتان

تحقق

- كيف أتتحقق من صحة الحل ؟ استمع الى ترويات الطلاب .
- وجه الطلاب الى التحقق في الفرق في الوقت .
- اطلب الى الطلاب حل المسائل (1 ، 3 ، 4) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي .

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب بكتابة المعادلة التي تمثل المسألة وذلك بعدم توحيد الوحدات في المسألة فتحتوي على دقائق وساعات ، فنذكرهم بتوحيد الوحدات أولاً ثم صياغة الفرضية وكتابة المعادلة .

3 تدريب

- ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل المسائل .
- اقرأ المسائل امام الطلاب واطلب اليهم حلها وتابع اجاباتهم .

4 تقويم

- استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .
- تم توزيع 300 قلم على عدد من الطلبة بالتساوي ووجد أنه لو نقص نصيب الطالب الواحد (قلم واحد) لزاد عدد الطلاب (10) ، أوجد نصيب كل طالب من الأقلام أولاً .

نفرض أن نصيب كل طالب = x ، عدد الطلاب في الحالة الأولى يساوي $\frac{300}{x}$ لذا فإن نصيب كل طالب في الحالة الثانية = $x - 1$ وعدد الطلاب = $\frac{300}{x-1}$.

عدد طلاب الحالة الأولى + 10 = عدد طلاب الحالة الثانية

أي أن

$$\frac{300}{x} + 10 = \frac{300}{x-1}$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 6)(x + 5) = 0$$

لذا $x = -5$ (يهمل) أو $x = 6$ نصيب كل طالب من الأقلام أولاً .

Problems



مسألة 1: زرعنا حديقة مستطيلة الشكل طول ضلعها 4m مألوره وسط حديقة فندق حرملة النخل. فكانت مساحة المنطقة المشغولة من الضيقة المسطحة بها 84 m² ما طول ضلع الضيقة؟



مسألة 2: وهو نخل لاند غمر عليه في منية نخل الأريه في العراق في سنة 1776. وهو مصنوع من حجر البزلت الأسود الصلب، ويصوغ على منصة مستطيلة مسطحة الشكل طولها يربد على عرضها بخلاف 2m ومساحتها 15 m² فما اعلاها؟



مسألة 3: الأسد وهو من أقوى الحيوانات الموجودة على وجه الارض وتبلغ الأسد بمك العادة نسبة التي لونه بين الحيوانات في العدة اذا كانت المعادلة $30x - x^2$ تمثل المساحة التي يسط الأسد مسطوره عليها بالكيلومتر ما طول ضلع المسطحة التي يشها المتغير x اذا كانت المساحة 175 كيلومتر مربع؟



مسألة 4: ألعاب نارية: في إحدى المناسبات أطلقت مجموعة من الألعاب النارية صوبيا في الهواء وصلت الى ارتفاع 200m احس الزمن الذي وصلت به الى هذا الارتفاع. اذا كانت المعادلة التي $h = 2t^2 + 30t$ تمثل العلاقة بين الارتفاع بالاشتر (h) الذي تصل اليه الألعاب النارية بعد t ثانية.

مراجعة الفصل

Chapter Review

المصردات

English	عربي	English	عربي
coefficient	معامل	linear equation	معادلة خطية
absolute term	الحد المطلق	system of equations	نظام معادلات
absolute value	قيمة المطلق	solution set	مجموعة الحل
general law	القانون العام	quadratic equation	معادلة تربيعية
discriminant	المقدار التمييز	factoring	تحليل
denominator	سماط الكسر	one variable	متغير واحد
numerator	مقام الكسر	probe and error factoring	التحليل بالتجربة
dominator	الطرف الأيسر	the first term	الحد الأول
right side	الطرف الأيسر	the middle term	الحد الأوسط
left side	معادلة كسرية	the last term	الحد الأخير
rational equation	حظة	perfect square	مربع كامل
plus	مسألة	completing the square	اكتمال مربع
problem	الفرق بين مربعين	difference between two squares	فرق بين مربعين
linear equations system	نظمة معادلات خطية	least common multiple	مضاعف مشترك أصغر

الدرس [3-1] حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين

مثال: جد مجموعة الحل للنظام باستعمال الحذف لكل مما يأتي:

$$\begin{cases} x + 3y = 7 & (1) \\ x - 3y = 1 & (2) \end{cases}$$

الحل: نجمع المعادلتين

$$2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

$$x + 3y = 7 \Rightarrow 4 + 3y = 7 \Rightarrow y = 1$$

لذا مجموعة الحل للنظام هي $\{(4, 1)\}$

الدرس [3-2] حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد

مثال 1: حل المعادلة التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$$25 - x^2 = 0$$

الحل: $(5+x)(5-x) = 0 \Rightarrow 5+x=0$ or $5-x=0$
 $\Rightarrow x = -5$ or $x = 5$
 مجموعة الحل: $S = \{-5, 5\}$

مثال 2: حل المعادلة التالية باستعمال خاصية الجذر التربيعي:

$$y^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} \Rightarrow y = \pm \frac{4}{5}$$

مجموعة الحل: $S = \{\frac{4}{5}, -\frac{4}{5}\}$

الدرس [3-3] حل المعادلات التربيعية بالتجزئة

مثال 1: حل المعادلة التالية بتحليل بالتجزئة:

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

الحل: $(x-5)(x+3) = 0 \Rightarrow x = 5$ or $x = -3$
 مجموعة الحل: $S = \{5, -3\}$

مثال 2: حل المعادلة التالية بتحليل بالتجزئة:

$$3y^2 - 11y + 10 = 0 \Rightarrow (3y-5)(y-2) = 0$$

الحل: $3y-5=0 \Rightarrow y = \frac{5}{3}$
 or $y-2=0 \Rightarrow y = 2$
 مجموعة الحل: $S = \{\frac{5}{3}, 2\}$

الدرس [3-4] حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل

مثال 1: حل المعادلة التالية بالمربع الكامل:

$$9x^2 - 36x + 36 = 0$$

الحل: $(3x-6)^2 = 0 \Rightarrow 3x-6=0 \Rightarrow 3x=6 \Rightarrow x=2$

مثال 2: حل المعادلة التالية بطريقة إكمال المربع:

$$x^2 - 6x = 27$$

الحل: $x^2 - 6x + 9 = 27 + 9$
 $(x-3)^2 = 36 \Rightarrow x-3 = \pm \sqrt{36} \Rightarrow x-3 = \pm 6$
 $\Rightarrow x-3=6 \Rightarrow x=9$
 or $x-3=-6 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow S = \{9, -3\}$

استعمل مراجعة الفصل للتأكد من امتلاك الطلاب المهارات اللازمة لحل التمرينات .
 قدم المثال لكل درس وأطلب إلى الطلاب حلّ التدريب وتابع إجابتهم .

الدرس [3-5] حل المعادلات بالقانون العام

مثال 1: جد مجموعة الحل للمعادلة باستعمال القانون العام:

$$x^2 - 5x - 7 = 0, a=1, b=-5, c=-7$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 28}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{53}}{2} \Rightarrow x = \frac{5 + \sqrt{53}}{2} \text{ or } x = \frac{5 - \sqrt{53}}{2}$$

مثال 2: حدد جذور المعادلة:

$$3x^2 + 5x - 2 = 0, a=3, b=5, c=-2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4 \times 3 \times (-2) = 49$$

المعادلة التميز مربع كامل أي المعادلة حذرت ليسهل

الدرس [3-6] حل المعادلات الكسرية

مثال: جد مجموعة الحل للمعادلة وتحقق من الحل:

$$\frac{2x}{x-4} + \frac{x}{x+4} = \frac{32}{x^2-16}$$

الحل: $\frac{x}{x-1} + \frac{3x}{x+1} = \frac{12}{(x-1)(x+1)}$
 احسب طرفي المعادلة في LCM في $(x-1)(x+1)$
 $\Rightarrow x(x+1) + 3x(x-1) = 12$
 $\Rightarrow x^2 + x + 3x^2 - 3x - 12 = 0$
 $\Rightarrow 4x^2 - 2x - 12 = 0$
 $\Rightarrow (4x+6)(x-2) = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ or $x = 2$
التحقق: عوض بالمعادلة الأصلية بالحدى القيم وتترك النتيجة للطلاب. عوض $x = 2$ وفرى إن كان طرفا المعادلة متساويين أم لا!

$LS = \frac{2}{1} + \frac{6}{3} = 4$
 $RS = \frac{12}{3} = 4$
 $LS = RS$

يهدف اختبار الفصل للتأكد من إتقان الطلاب لأفكار الفصل وملاحظة مواطن الخلل لديهم .
يمكنك الإستعانة بالجنول التالي لمعالجة أخطاء الطلاب.

Chapter Test

اختبار الفصل

1. مجموعة من المعادلتين التالية:

$$\begin{cases} y - 1 = x \\ y = 2 - x \end{cases}$$

2. مجموعة من المعادلتين التالية باستعمال التعويض أو المنطق للعثور على الحل:

$$\begin{cases} y + x = 0 \\ y - x = 0 \end{cases}$$

3. مجموعة من المعادلتين التالية باستعمال التعويض أو المنطق للعثور على الحل:

$$\begin{cases} y - x - 1 = 0 \\ y - x - 1 = 0 \end{cases}$$

4. مجموعة من المعادلتين التالية باستعمال التعويض أو المنطق للعثور على الحل:

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

5. مجموعة من المعادلتين التالية باستعمال التعويض أو المنطق للعثور على الحل:

$$\begin{cases} 4x - 2y = -4 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

6. مجموعة من المعادلتين التالية باستعمال التعويض أو المنطق للعثور على الحل:

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

7. من المعادلات التالية باستعمال العامل المشترك الأكبر والفرق بين مربعين:

$$9x^2 - 25 = 0$$

8. من المعادلات التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

$$3y^2 - 12 = 0$$

9. من المعادلات التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

$$(7 - 2x)^2 - 1 = 0$$

10. من المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$$x^2 - 49 = 0$$

11. من المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$$81 - y^2 = 0$$

12. من المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$$x^2 + 9x + 18 = 0$$

13. من المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$$3x^2 - x - 10 = 0$$

14. من المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$$z^2 - 2z - 48 = 0$$

15. من المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$$7z^2 - 18z - 9 = 0$$

16. من المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

17. من المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{3}z + \frac{1}{4}z^2 = 0$$

18. من المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$$x^2 - 14x - 32 = 0$$

19. من المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$$4y^2 + 20y - 11 = 0$$

20. من المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$$x^2 - \frac{2}{3}z - 1 = 0$$

21. مجموعة من المعادلات التالية باستعمال القانون العام:

$$x^2 - 3x - 7 = 0$$

22. مجموعة من المعادلات التالية باستعمال القانون العام:

$$3y^2 - 12y - 3 = 0$$

23. مجموعة من المعادلات التالية باستعمال القانون العام:

$$5x^2 + 6x + 9 = 0$$

24. مجموعة من المعادلات التالية باستعمال القانون العام:

$$2x^2 + 8x + 8 = 0$$

25. مجموعة من المعادلات التالية باستعمال القانون العام:

$$y^2 - 6y - 9 = 0$$

26. مجموعة من المعادلات التالية باستعمال القانون العام:

$$4x^2 - 3z + 7 = 0$$

27. ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k+6)x + 9 = 0$ متساويين؟ تحقق من الإجابة

28. مجموعة من المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

$$\frac{6x}{5} = \frac{5}{6x}$$

29. مجموعة من المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

$$\frac{1}{6y^2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{y}$$

30. مجموعة من المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

$$\frac{z-4}{z} = \frac{1}{z}$$

31. مجموعة من المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

$$\frac{4}{x-5} - \frac{3}{x-2} = 1$$

32. مجموعة من المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

$$\frac{2y}{y+2} + \frac{y}{2-y} = \frac{7}{y^2-4}$$

95

المعالجة	الخطأ	السؤال
تدريبات إعادة التعليم للدرس 1	لا يستطيع بعض الطلاب رسم معادلة المستقيم أو إيجاد نقطة التقاطع .	1 - 3
تدريبات إعادة التعليم للدرس 1	لا يتمكن بعض الطلاب من حل المعادلات باستعمال التعويض أو الحذف.	4 - 6
تدريبات إعادة التعليم للدرس 2	لا يتمكن بعض الطلاب من إيجاد العامل المشترك الأكبر واستعمال طريقة الفرق بين مربعين وقاعدة الجذر التربيعي.	7- 12
تدريبات إعادة التعليم للدرس 3	لا يستطيع بعض الطلاب إلى حل معادلات الدرجة الثانية باستعمال التحليل بالتجربة.	13 - 18
تدريبات إعادة التعليم للدرس 4	لا يتمكن بعض الطلاب من حل معادلات الدرجة الثانية باستعمال المربع الكامل وإكمال المربع .	19 - 23
تدريبات إعادة التعليم للدرس 5	لا يتمكن بعض الطلاب من حل معادلات الدرجة الثانية باستعمال القانون العام أو تحديد جذور المعادلة باستعمال المقدار المميز	24 - 30
تدريبات إعادة التعليم للدرس 6	لا يتمكن بعض الطلاب من تحديد العامل المشترك الأصغر وحل المعادلات الكسرية .	31 - 35

مخطط الفصل :

المواد والوسائل	الخطة الزمنية	المفردات	النتائج التعليمية	الدرس
	حصة واحدة			التمهيد للفصل الاختبار القبلي
- ورقة عمل - مسطرة شفافة	3 حصص	- الزوج المرتب - المستوى الاحداثي - المعادلة الخطية - المعادلة التربيعية	تمثيل المعادلات الخطية والتربيعية في المستوى الاحداثي	1 التمثيل البياني للمعادلات في المستوي الاحداثي
- ورقة عمل - مسطرة شفافة	3 حصص	التغير العمودي - التغير الافقي - المقطع السيني - المقطع الصادي - الميل	- ايجاد ميل المستقيم - ايجاد المقطع السيني والمقطع الصادي للمستقيم مع المحورين في المستوى الاحداثي	2 ميل المستقيم
- ورقة عمل - مسطرة شفافة	3 حصص	- الميل - المقطع	- ايجاد معادلة المستقيم الذي علم منه : (1) نقطتان (2) ميل ونقطة (3) ميل ومقطع	3 معادلة المستقيم
- ورقة عمل - مسطرة شفافة - مثلث شفاف قائم الزاوية	3 حصص	- المستقيمت المتوازية - المستقيمت المتعامدة	التمييز بين المستقيمت المتوازية - التمييز بين المستقيمت المتعامدة	4 المستقيمت المتوازية والمتعامدة
- ورقة عمل - مسطرة شفافة	3 حصص	المستقيم وقطعة المستقيم - قانون المسافة بين نقطتين - نقطة منتصف القطعة المستقيمة - قانون نقطة منتصف القطعة المستقيمة	- التعرف الى قانون المسافة بين نقطتين . - تطبيق قانون المسافة بين نقطتين . - التعرف الى قانون نقطة منتصف القطعة المستقيمة	5 المسافة بين نقطتين
- مسطرة شفافة - مثلث شفاف قائم الزاوية	حصتان	النسب المثلثية $\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ $\sec\theta, \csc\theta, \cot\theta$ - الزوايا الخاصة $90^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ, 0^\circ$	التعرف على النسب المثلثية الاساسية - النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة. - ايجاد قيم عبارات تتضمن زوايا خاصة.	6 النسب المثلثية
	حصتان		استعمال التخمين والتحقق في حل المسألة	7 خطة حل المسألة (تحديد معقولة الاجابة)
	حصة واحدة			مراجعة الفصل
	حصة واحدة			اختبار الفصل

كيفية تعيين النقاط في المستوى الاحداثي وتحديد موقعها في الارباع او المحاور وبالعكس تحديد احداثيات النقاط الواقعة في المستوى الاحداثي ، وتمثيل جدول دالة محددة في المستوى الاحداثي الانعكاس والدوران في المستوى الاحداثي، الانسحاب في المستوى الاحداثي واستعمال استراتيجية تحديد معقولة الإجابة في حل مسائل حياتية ، وسوف يطور الطلاب معرفتهم بالهندسة الاحداثية فيتعلمون في هذا الفصل التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي ويتعرفون على مفهوم ميل المستقيم وكيفية ايجاده ومفهوم معادلة الخط المستقيم وطرائق كتابتها وتحديد نوع المستقيمين متوازيين او متعامدين من خلال ايجاد ميل كل منهما فضلا عن التعرف على النسب المثلثية الأساسية وقيمتها لبعض الزوايا الخاصة، واستعمال استراتيجية التخمين والتحقق في حل مسائل حياتية.

الترباط الراسي

المفردات

الزوج المرتب: $(x, y) \in R \times R$ وهو يعبر عن احداثيات نقطة في المستوى الاحداثي $Y \times X$

المعادلة الخطية: وهي معادلة فيها المتغير x من الدرجة الاولى. $y = 2x + 3$

المعادلة التربيعية: وهي المعادلة التي فيها المتغير x من الدرجة الثانية. $y = x^2 \times 3x + 4$

ميل المستقيم: هو النسبة بين التغير العمودي و التغير الافقي.

معادلة المستقيم: وهي معادلة خطية تمثلها في المستوى الاحداثي يمثل مستقيم .

المقطع السيني: هو قيمة x من تقاطع المستقيم مع محور السينات .

المحور الصادي: هو قيمة y من تقاطع المستقيم مع محور الصادات .

المستقيمتان المتوازيتان: هي المستقيمتان التي تقع في مستوى واحد وليس بينهما نقاط مشتركة اي لها الميل نفسه .

المستقيمتان المتعامدتان: المستقيم العمودي على مستقيم اخر يقطعه في نقطة واحدة ويصنع معه زاوية قائمة ويكون ميله المقطوب السالب لميل للمستقيم العمودي عليه.

نقطة المنتصف لقطعة مستقيم: هي النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيم وتنتمي له .

الدروس التي تعلمتها سابقاً

- تمثيل جدول دالة محددة في المستوى الاحداثي.
- مقدمة في الدوال.
- الدوال الخطية
- الانعكاس والدوران في المستوى الاحداثي.
- الانسحاب في المستوى الاحداثي،
- خطة حل المسألة (تحديد معقولة الإجابة)

الدروس التي سيتعلمها في هذا الفصل

- التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي.
- ميل المستقيم.
- معادلة المستقيم.
- المستقيمتان المتوازيتان والمتعامدتان.
- المسافة بين نقطتين وإيجاد منتصف قطعة مستقيمة.
- النسب المثلثية الأساسية وقيمتها لبعض الزوايا الخاصة.
- خطة حل المسألة (تحديد معقولة الإجابة).

التمهيد للفصل

وجه الطلاب الى صفحة الفصل في كتاب الطالب ثم اطلب اليهم ملاحظة الصورة وناقشهم في المعلومة المعطاة: تعد رياضة التزلج من الرياضات الممتعة في كثير من مناطق العالم، إذ توفر المنحدرات الجبلية مثالا جيدا على الميل فكلما زاد ميل المنحدر تطلب مهارة اكبر من المتزلجين.

• اسأل الطلاب: ما تأثير زيادة ميل المنحدر في سرعة نزول المتزلج؟ **الزيادة السرعة**

• كيف نقيس انحدار المنحدر الجبلي؟ **زاوية ميله**

• ماذا تمثل زاوية الميل؟ **نسبة طول المتحدر الى المسافة الافقية على الارض**

استمع لإجابات بعض الطلاب ووجههم إلى ملاحظة ضرورة إيجاد صيغ رياضية تمكننا من قياس زاوية الميل

• بين للطلاب بانهم سوف سيدرسون في هذا الفصل: ميل الخط المستقيم ومعادلة الخط المستقيم وباستعمال مفهوم الميل التمييز بين المستقيمات المتوازية والمتعامدة.

وكذلك إيجاد المسافة بين نقطتين في المستوي الاحداثي وكيفية إيجاد منتصف قطعة مستقيمة و التعرف الى النسب المثلثية الأساسية وقيمتها لبعض الزوايا الخاصة.

الفصل 4

الهندسة الاحداثية

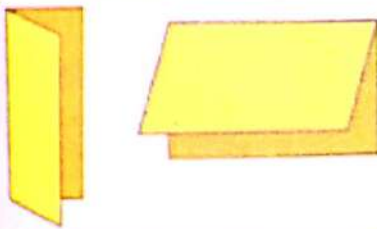
Coordinate Geometric

الدرس 4-1	التثيل البياني للمعادلات في المستوي الاحداثي.
الدرس 4-2	ميل المستقيم.
الدرس 4-3	معادلة المستقيم.
الدرس 4-4	المستقيمات المتوازية والمتعامدة.
الدرس 4-5	المسافة بين نقطتين.
الدرس 4-6	النسب المثلثية.
الدرس 4-7	نقطة حل المسافة (تحديد مطوية الاجابة).

تعد رياضة التزلج من الرياضات الممتعة في كثير من مناطق العالم، إذ توفر المنحدرات الجبلية مثالا جيدا على الميل فكلما زاد ميل المنحدر تطلب مهارة اكبر من المتزلجين.

مطويات : منظم أفكار

عمل مطوية الكتاب المطوي :



- 1 - قم بطي ورق قياس $11\text{cm} \times 8.5\text{cm}$ الى النصف.
- 2 - يمكنك طي الورقة عمودياً أو أفقياً كشطيرة الهمبرغر.

استعمال المطوية

يكتب عنوان الفصل على حد الغلاف ، ثم عناوين الدروس على كل صفحة داخلية، وكل صفحة داخلية تقسم الى ثلاثة اقسام. القسم الأول يكتب فيه فكرة الدرس والمفردات ، والقسم الثاني ملخص عن موضوع الدرس ، والقسم الثالث امثلة.

التقويم التشخيصي:

- استعمل الاختبار القبلي للتحقق من امتلاك الطلاب المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذا الفصل وهي: القدرة على تعيين النقاط المقدمة على شكل ازواج مرتبة على المستوي الاحداثي المتعامد وتعيين موقعها بالنسبة للارباع الأربعة وبالعكس المقدر على إعطاء الزوج المرتب لنقاط مرسومة على المستوي الاحداثي المتعامد.
- تشير الأخطاء التي قد يقع فيها الطلاب إلى جوانب الضعف في إجاباتهم، مما يستوجب من المدرسين وضع خطط تدريس بديلة وتنويعها، ومعالجة الأخطاء.

المعالجة:

احتياجات الطلاب بشكل فردي قبل البدء بتدريس الفصل وذلك بالاعتماد على نتائج الاختبار القبلي، ويمكنك معالجة الخلل لدى الطلاب بالاستعانة بالجدول التالي والذي يقترح معالجة مناسبة لكل مجموعة من الأسئلة تحتوي الفكرة نفسها.

الاختبار القبلي

عن النقط على المستوى الاحداثي وحدد موقعها في الارباع او المحاور لكل مما يلي:

1 A(3,6) 2 B(-3,-5) 3 C(0,2)

4 D(-3,0) 5 E(-4,2) 6 F(3,-2)

عن النقط على المستوى الاحداثي، تم تعريف الى الشكل الناتج لكل مما يلي:

7 A(0,3), B(3,0) C(-3,0).

8 A(1,4), B(2,4) C(4,4), D(6,4).

9 A(-2,4), B(-2,-3) C(1,4), D(1,-3).

10 A(0,3), B(3,0) C(0,-3), D(-3,0).

11 اكتب معادلتين للنقط المتوفرة في المستوي الاحداثي المعطور.

من الجدول التالي بالمستوي الاحداثي:

12

x	y
1	3
2	4
5	7

13

x	y
5	2
-2	-5
0	3

جد قيمة y في كل مما يلي:

14 $y = 2x - 5, x = 0$ 15 $y = -x + 7, x = -1$

16 $y = x^2 + x + 2, x = 1$ 17 $3y - x^2 = 9, x = -2$

قد كتبت (للنقطة) A(x₁, y₁), B(x₂, y₂) جد القيمة العددية للمقدار $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ لكل مما يلي:

18 A(3,-5), B(-2,1) 19 A(-1,5), B(4,5)

5

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-6	لا يستطيع بعض الطلاب تعيين النقاط في المستوي الاحداثي وتحديد مواقعها في الارباع او المحاور .	تذكير الطلاب بكيفية تعيين نقاط في المستوي الاحداثي وتحديد مواقعها في الارباع.
7 - 10	لا يتمكن بعض الطلاب من التعرف الى الشكل الناتج في المستوي.	مراجعة الطلاب لبعض الاشكال الهندسية التي درسوها سابقا
11	لا يتمكن بعض الطلاب من كتابة احداثيات النقاط من المستوي الاحداثي.	تذكير الطلاب بكيفية كتابة احداثيات نقطة معينة من المستوي الاحداثي .
12 - 13	لا يستطيع بعض الطلاب من تمثيل جدول نقاط بالمستوي الاحداثي.	مراجعة الطلاب في كيفية تمثيل جدول نقاط في المستوي الاحداثي
14 - 17	لا يتمكن بعض الطلاب من ايجاد قيمة y من المعادلة .	تذكير الطلاب بكيفية التعويض بقيمة x في المعادلة لاجاد قيمة y
18 - 19	يخطئ بعض الطلاب عند التعويض عن قيمة x, y لاجاد القيمة العددية للعبارة الجبرية .	اعطاء بعض الامثلة للطلاب لتذكيرهم بكيفية ايجاد القيمة العددية لعبارة جبرية بالتعويض بقيم x, y .

الدرس 4-1 التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي

في دراسة لتحدد كمية الحليب التي تنتجها البهائم اثناء اكل العلف حديثي الولادة بالنتوات على مدى بضعة ايام، توصل الباحث الى المعادلة:

$$2y - x = 0$$

حيث x عدد الايام، y كمية الحليب بالنتوات.

كيف يمكن تمثيل العلاقة بالمستوي الاحداثي؟



- تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الاحداثي.
- تمثيل المعادلة التربيعية في المستوى الاحداثي.
- المفردات: الزوج المرتب، المستوى الاحداثي، المعادلة الخطية، المعادلة التربيعية.

4-1-1 التمثيل البياني للمعادلة الخطية في المستوى الاحداثي

المعادلة الخطية: الصيغة العامة للمعادلة الخطية هي: $ax + by + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ حيث a, b لاسوي صفر اياً والمتغيرات فيها لا تكون مرفوعة لقوة اكر من 1 وان، نصلها بالمستوي الاحداثي يمثل مستقيماً.

مثال (1) لتمثل المعادلة $2y - x = 0$ في المستوى الاحداثي تتبع مايلي:

الخطوة (1): جعل المعادلة بشكل $y = f(x)$ (أي y بدلالة x)
 $2y - x = 0 \Rightarrow 2y = x \Rightarrow y = \frac{1}{2}x$

الخطوة (2): اختيار في الاصل قيمتين للمتغير x ولتكن $x=2, x=4$ ونعوضهما في المعادلة للحصول على ازوج مرتب.
 $x = 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(2) \Rightarrow y = 1 \Rightarrow P_1(2,1)$
 $x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(4) \Rightarrow y = 2 \Rightarrow P_2(4,2)$

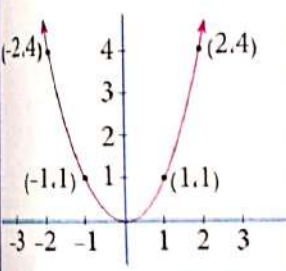
الخطوة (3): نعمل جدول بالقيم المتحة ونمثل الازوج المرتبة في المستوى الاحداثي ونعمل بين النقطتين، الخط المستقيم.

x	y	(x,y)
2	1	$P_1(2,1)$
4	2	$P_2(4,2)$

ملاحظة: معادلة المستقيم الذي يمر بنقطتي الاصل، خلية من الحد المطلق.

إعادة التعليم

مثال المعادلة التربيعية الآتية: $y = x^2$



X	$y = x^2$	(x,y)
-2	$(-2)^2 = 4$	$(-2,4)$
-1	$(-1)^2 = 1$	$(-1,1)$
0	$(0)^2 = 0$	$(0,0)$
1	$(1)^2 = 1$	$(1,1)$
2	$(2)^2 = 4$	$(2,4)$

تدريبات

مثال المعادلات الآتية في المستوى الاحداثي:

1) $y = 2x + 1$ 2) $y = x^2 - 1$

نتائج التعلّم

تمثيل المعادلة الخطية والمعادلة التربيعية في المستوى الاحداثي.

ورقة عمل مخططة بيانياً (ورقة المربعات) ومرسوم عليها مستقيمان متعامدان يمثلان المحورين الاحداثيين، مسطرة شفافة.

1 تهيئة

- اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
- هيبء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل.
- اطلب الى المجموعات تحديد بعض النقاط في المستوى الاحداثي ثم كتابة احداثياتها وتنظيم جدول بذلك وترتيب النتائج بشكل ازواج مرتبة.
- اسأل الطلاب:
- كلما نعطي قيمة جديدة للمتغير x ماذا يحصل؟ تظهر قيمة جديدة للمتغير y .

• قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

اكتب على السبورة المعادلة $y = x + 1$

اسأل الطلاب:

- هل يمكن تمثيل هذه المعادلة في المستوى الاحداثي؟
- استمع إلى اجاباتهم وقل لهم انهم سيدرسون في هذا الدرس تمثيل المعادلات الخطية في المستوى الاحداثي.

2 شرح وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وحينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

اسأل الطلاب: هل يشترط اختيار نفس القيم للمتغير x في جميع الاسئلة؟

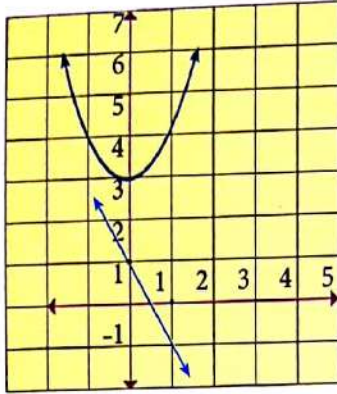
بالطبع لا والسبب انه يمكن رسم المستقيم الذي يمثل المعادلة الخطية باختيار أي نقطتين عليه.

- قدم المثال (4, 3) لتبين للطلاب كيفية تمثيل المعادلات التربيعية وبين لهم بان الفرق بين تمثيل المعادلة الخطية عن المعادلة التربيعية، إذ ان تمثيل المعادلة الخطية يكون خطأ مستقيماً بينما تمثيل المعادلة التربيعية يكون خطأ منحنيًا.

أمثلة إضافية:

قدم الأمثلة الإضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب

1) $y = 1 - 2x$, 2) $y = x^2 + 3$



تأكد من فهمك:

اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

- الأسئلة 6- | يتطلب الحل الانتباه الى انها معادلات خطية والشكل البياني لها يمثل خط مستقيم (وليس قطعة مستقيم).
- الأسئلة 7-9 | يتطلب الحل الانتباه الى انها معادلات تربيعية والشكل البياني لها يمثل خط منحنى.

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1,3,5,6)
- من صفحة تمارينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب بالنتائج عند تعويض القيم بقاعدة اقتران الدالة بسبب الاشارات، فذكرهم بترتيب العمليات على الاعداد.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

- تدرب وحل تمرينات:** اطلب الى الطلاب حل تمرينات **تدرب وحل** التمرينات وتابع اجاباتهم.
- السؤال (25) يتطلب الحل قسمة المعادلة على 4 ثم عزل المتغيرات على شكل معادلة $y=f(x)$
- تدرب وحل مسائل حياتية:** اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.
- السؤال (27) يتطلب حل السؤال افتراض كلفة الساعة الواحدة x ومجمل ما تتقاضاه الشركة y وبذلك تكون المعادلة التي تعبر عن المسألة $y = 5x + 10$

مثال (2) مثل المعادلات التالية في المستوى الاحداثي، ملاحظاً:

i) $y - 3x + 5 = 0$ ii) $y = 4$ iii) $x = -3$

ii) $y - 3x + 5 = 0 \Rightarrow y = 3x - 5$

x	y=3x-5	(x,y)
0	3(0)-5=-5	P ₁ (0,-5)
3	3(3)-5=4	P ₂ (3,4)

المستقيم يقطع محور السينات والصدات والامر بنقطة الاصل

ii) $y = 4$

x	y=4	(x,y)
0	4	P ₁ (0,4)
3	4	P ₂ (3,4)

المستقيم يوازي محور السينات وعمودي على محور الصدات عند النقطة (0,4)

iii) $x = -3$

المستقيم يوازي محور الصدات وعمودي على محور السينات عند النقطة (-3,0)

يمكن وضع ما تقدم في الجدول الآتي:

المعادلة	العلاقة مع المحاور
$ax+by+c=0$	المستقيم يقطع المحاورين والامر بنقطة الاصل
$ax+by=0$	المستقيم يقطع المحاورين في نقطة الاصل
$y=k, k \in \mathbb{R}$	المستقيم يوازي محور السينات وعمودي على محور الصدات ويمر بالنقطة (0,k)
$x=h, h \in \mathbb{R}$	المستقيم يوازي محور الصدات وعمودي على محور السينات ويمر بالنقطة (h,0)

4-1-2] التمثيل البياني للمعادلة التربيعية في المستوى الاحداثي
Graphical Representation of the Quadratic Equation in the Coordinate Plane

الصيغة العامة للمعادلة التربيعية هي: $y = ax^2 + bx + c$ حيث $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$

سوف نتطرق في هذا الجهد الى المعادلة التربيعية بالصيغة $y = ax^2 + c$ حيث $a \neq 0, a, c \in \mathbb{R}$ وطريقة تمثيلها.

لتمثيل المعادلة $y = ax^2 + c$ نعمل الجدول الحادوار

ويكون التمثيل البياني للمعادلة هو U او \cap

x	y = ax^2 + c	y	(x,y)
-2	-2	-2	(-2,-2)
-1	-1	-1	(-1,-1)
0	0	0	(0,0)
1	1	1	(1,1)
2	2	2	(2,2)

7

مثال (3) مثل المعادلة $y = -x^2$

x	y = -x^2	y	(x,y)
-2	-(-2)^2	-4	(-2,-4)
-1	-(-1)^2	-1	(-1,-1)
0	-(0)^2	0	(0,0)
1	-(1)^2	-1	(1,-1)
2	-(2)^2	-4	(2,-4)

مثال (4) مثل المعادلة $y = 2x^2 - 5$

x	y = 2x^2 - 5	y	(x,y)
-2	2(-2)^2 - 5	3	(-2,3)
-1	2(-1)^2 - 5	-3	(-1,-3)
0	2(0)^2 - 5	-5	(0,-5)
1	2(1)^2 - 5	-3	(1,-3)
2	2(2)^2 - 5	3	(2,3)

تأكد من فهمك

مثل المعادلات الخطية التالية في المستوى الاحداثي وبين علاقتها بالمحاورين:

1) $y = 3x + 1$ 2) $y = -4x$ 3) $y + 3x - 2 = 0$ 4) $y = 1 - 3x$ 5) $y + 5 = 0$ 6) $x - 5 = 0$

مثل المعادلات التربيعية التالية في المستوى الاحداثي:

7) $y = x^2 + 4$ 8) $y = x^2$ 9) $y = 1 - 3x^2$

تدرب وحل التمرينات

مثل المعادلات الخطية التالية في المستوى الاحداثي وبين علاقتها بالمحاورين:

10) $y = -x + 4$ 11) $y = x$ 12) $y + x - 1 = 0$ 13) $y - x - 3 = 0$

14) $x = -\frac{5}{2}$ 15) $y = 0$ 16) $x + y = 0$

مثل المعادلات التربيعية التالية في المستوى الاحداثي:

17) $y = x^2 - 1$ 18) $y = 2x^2 + 3$ 19) $y = -3x^2$ 20) $y = 2x^2$

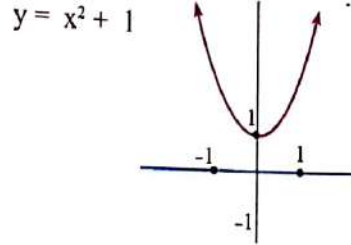
21) $4y = x^2$ 22) $x^2 + 5y = 1$ 23) $y \cdot 2x^2 = 0$

8

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب نود المستوى الضعيف الى امثلة اضافية.
اكتب: اطلب الى الطلاب حل نوال اكتب وتبع إجابتهم.

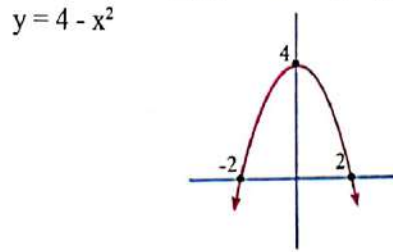
4 تقويم

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.
مثل المعادلة الآتية بيانيا:



5 توسعة

قدم تدريبات اثرانية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم ودم لهم المساعدة في أثناء الحل.
اطلب إليهم تمثيل المعادلة الآتية بيانيا



تدريب وحل مسائل حبقية

24 درجات حرارة: المعادلة $F = \frac{9}{5}C + 32$ تبين العلاقة بين درجات الحرارة السيليزية ودرجات الحرارة الفهرنهايتية لها، مثل المعادلة بيانيا.

25 هندسة: مثلث قائم الزاوية متساوي الساقين، طول ضلعه القائم x وحدة، $f(x)$ تمثل مساحته، i اكتب المعادلة $f(x)$ بدلالة x .
 ii مثل المعادلة $f(x)$ في المستوي الاحداثي.

26 فيزياء: يمثل القانون $F = 9.8m$ القوة الناجمة على تأثير جاذبية الارض على جسم، حيث F القوة بالنيوتن، m كتلة الجسم بالكيلوغرام، مثل القانون بالمستوي الاحداثي.

27 اصل: تتلقى شركة معدات بناء 10 الاف دينار كل اسبوع، بضاف اليها 5 الاف دينار عن كل ساعة، اكتب المعادلة التي نهر عن المسألة، ثم مثلها بيانيا في المستوي الاحداثي.

فكر

28 اكتشاف الخطأ: مثل معمد المعادلة الخطية التالية $y = -3x + 9$ بالشكل المبني المعثور. اكشف خطأ محمد وصححه.

29 مسألة مفتوحة: اعط مثلا لمعادلة خطية على صورة $ax + by + c = 0$ لكل حالة:
 $i) a = 0$ $ii) b = 0$ $iii) c = 0$

30 تحد: شكت الاوضاع المرحبة التالية $(-1, 2), (1, 6), (0, 4)$ مستقيما، ما نقطة تقاطع هذا المستقيم مع محور السينات؟

31 توير: بين فا كتبت الاوضاع المرحبة الاتية: $(2, 4), (1, 1), (0, 0), (-1, 1), (-2, 4)$ تمثل دالة خطية ام تربيعية.

32 حن عدي: $y = x^2 + 1$ ، $y = x + 1$ ايها تمثل دالة تربيعية؟ وضح ذلك.

اكتب
خطوات تبين ان $y = 4x + 3$ معادلة خطية؟

الإثراء

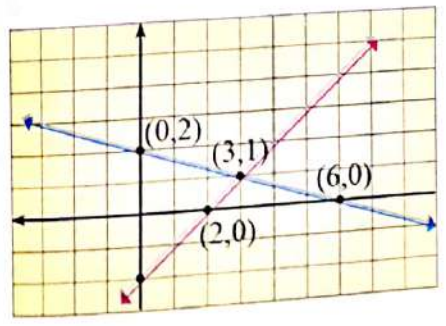
مثل المستقيمين الاتيين بيانيا على ورق المربعات ثم استخرج ما يأتي باستعمال المخطط البياني:

1) نقطة تقاطع المستقيم الأول مع المحور الصادي
2) نقطة تقاطع المستقيم الثاني مع المحور السيني
3) نقطة تقاطع المستقيمين

1) $x + 3y - 6 = 0$ 2) $x - y - 2 = 0$

الحل:

1) $(0, 2)$ 2) $(2, 0)$ 3) $(3, 1)$



Multiple Choice

الدرس [4-1] التمثيل البياني للمعادلات في المستوي الاحداثي
Graphical Representation of the Equation in the Coordinate Plane

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1) المستقيم الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x$ لا يقطع اي من المحورين ا) يوازي محور السينات ب) يوازي محور الصادات ج) يقع العمودين د) اي المعادلات الآتية نهر عن المعادلة المتشقة بوقيا جانا
a) $y = -3x^2$ b) $y = 2x^2 + 4$
c) $y = x^2 - 4$ d) $y = 3x^2 - 4$

2) اي المعادلات الآتية نهر عن المعادلة المتشقة بوقيا جانا
a) $y = -3x + 4$ b) $y = 4x + 3$
c) $y = -3 + 4$ d) $y = 3x - 4$

3) اي المعادلات الآتية نهر عن معادلة خطية
a) $y = x^2 + 1$ b) $y^2 = x + 1$ c) $y^2 = x^2 + 1$ d) $y = x + 1$

4) اي التمثيلات البيانية نهر عن المعادلة $y = -x^2 + 4$
a) b) c) d)

5) تامل المعادلة عبر المتغيرة نحتاج الى ثلاث نقاط على الاقل ا) نقطة واحدة على الاقل ب) نقطتان على الاكثر ج) نقطتان فقط د) ما الحد اعلى ارض النسخ المثل جانا
a) $(2, -1)$ b) $(1, 2)$ c) $(2, -2)$ d) $(0, 2)$

الدرس 4-2 ميل المستقيم

Slope of a Line

تعلم

المسحرات الجبلية تُعدّ مثلًا حيناً على الميل، فكلما زاد ارتفاع الميل زاد الميل.

كيف يمكننا تحديد ميل المسحرات؟

اقرأ الدرس

- إيجاد ميل المستقيم
- إيجاد المنح الصادي
- إيجاد المنح السيني

المفردات

- المنح العمودي
- المنح الأفقي
- المنح السيني
- المنح الصادي
- الميل

4-2-1 إيجاد ميل المستقيم

الميل: يُعرف ميل المستقيم غير الراسي بأنه النسبة بين التغير العمودي والتغير الأفقي.

التغير العمودي: هو التغير الصادي ويساوي $y_2 - y_1$

التغير الأفقي: هو التغير السيني ويساوي $x_2 - x_1$

الميل = $\frac{\text{التغير العمودي}}{\text{التغير السيني}}$

أي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ حيث $x_2 - x_1 \neq 0$

m: هو ميل المستقيم المار بالنقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2)

يمكن أن يكون ميل المستقيم موجباً أو سلباً إذا لم يكن أفقياً أو رأسياً وقد يكون صفراً (أفقياً) أو غير محدد (رأسياً).

مثال (1) جد ميل المستقيم المار بنقطتين في كل ما يأتي:

i) A(5,7), B(-2,1)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 7}{-2 - 5} = \frac{-6}{-7} = \frac{6}{7}$

لناصل \overline{AB} هو $\frac{6}{7}$ (موجب)

الميل موجب (المستقيم نحو الأعلى)

عند التحرك من اليسار إلى اليمين

الميل $\frac{6}{7}$

نتائج التعلّم	إيجاد ميل المستقيم والمقطعين السيني والصادي للمستقيم مع المحورين الإحداثيين في المستوى الإحداثي
الموادّ والوسائل	ورقة عمل مخططة بيانياً (ورقة المربعات) ومرسوم عليها مستقيمان متعامدان يمثلان المحورين الإحداثيين ، مسطرة شفافة.

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هبىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل .

• واطلب الى كل مجموعة رسم مستقيمين مانئلين متقاطعين في ورقة البياني ويقطعون محور السينات.

• اسأل الطلاب:

• اي المستقيمين اكثر ميلاً؟ ولماذا؟ الأول لانه اكثر انحداراً.

• قم بتسجيل نتائج المجموعات واطلع الفائز منها.

• اسأل الطلاب:

• هل توجد علاقة بين انحدار المستقيم والزاوية التي يصنعها مع محور السينات .

• استمع الى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس مفهوم ميل الخط المستقيم وتقاطعه مع المحورين الإحداثيين.

2 شرح وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

• اسأل الطلاب : متى يكون ميل المستقيم موجباً؟

المستقيم نحو الأعلى عند التحرك من اليسار الى اليمين.

• اسأل الطلاب: متى يكون ميل المستقيم سالباً؟

المستقيم نحو الأسفل عند التحرك من اليسار الى اليمين.

• اسأل الطلاب: متى يكون ميل المستقيم صفراً؟

عندما يكون عمودياً على محور السينات (رأسياً).

• قدم المثال (1) لتبين للطلاب انه لايجاد ميل مستقيم يمر بنقطتين فإتينا نستخدم القانون $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

• قدم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية إيجاد المقطع السيني والصادي لمستقيم يقطع المحورين .

إعادة التعلّم

جد ميل المستقيم المار بالنقاط وبين علاقة المستقيم بالمحورين الإحداثيين

1) A(-2,0) , B(3,1) 2) C(-1,2) , D(2,2)

1) $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 0}{3 - (-2)} = \frac{1}{5}$ نحو الأعلى

2) $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 2}{2 - (-1)} = 0$

لذلك المستقيم يوازي المحور السيني

تدريبات :

جد ميل المستقيم المار بالنقاط وبين علاقة المستقيم بالمحورين الإحداثيين .

1) E(3,4) , F(3,1) 2) M(0,4) , N(1,-1)

1) $m_3 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 4}{3 - 3} = \frac{-3}{0}$ غير معرف

لذلك المستقيم يوازي المحور الصادي

2) $m_4 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 4}{1 - 0} = -5$ نحو الأسفل

أمثلة إضافية :

قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

(1) جد المقطعين السيني والصادي للمستقيم

$$2x - 4y = 8 \rightarrow y = -2$$

المقطع الصادي :

$$2x - 4(0) = 8 \rightarrow x = 4$$

المقطع السيني :

(2) جد ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-5, -2)$ ، $(4, 1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 1}{-5 - 4} = 3$$

تأكد من فهمك :

اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وارجع اجاباتهم.

• الأسئلة (1-6) يتطلب الحل ضرورة التاثير على الزوج المرموز الأول بالرموز (x_1, y_1) والزوج المرمز الثاني بالرموز (x_2, y_2) لتسهيل عليه عملية تطبيق قانون الميل.

• الأسئلة 7-18 يتطلب الحل تنبيه الطلاب انه للحصول على المقطع السيني نعوض $y=0$ في المعادلة وللحصول على المقطع الصادي نعوض $x=0$

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2, 4, 6, 7)

من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند تعويضهم بقانون

ميل المستقيم فيعوضون احداثيات النقطة الاولى بدل الثانية فتبهم الى ذلك .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل تمرينات : اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم.

السؤال (24) يتطلب الحل تذكير الطلبة بقواعد جمع وطرح الكسور الاعتيادية .

تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

السؤال (31) يتطلب حل السؤال تنبيه الطلبة الى ان الزمن يتزايد بمقدار 3 ثواني في كل مرة فيما يزداد حجم السائل.

www.derasatv.net

DERASATV

ii) A(-1,5), B(4,2)

ميل المستقيم المار بنقطتين

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 5}{4 - (-1)} = \frac{-3}{5}$$

نعوض بالنقطتين

لذا ميل \overline{AB} هو $-\frac{3}{5}$ (سالب)

الميل سالب (المستقيم يحرر الأسفل) عند التحرك من اليسار الى اليمين، قيم y تتناقص.

iii) A(1, -2), B(4, -2)

ميل المستقيم المار بنقطتين

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - (-2)}{4 - 1} = \frac{0}{3} = 0$$

نعوض بالنقطتين

لذا ميل \overline{AB} هو 0

الميل صفر (المستقيم افقي) يوازي محور السينات، قيم y ثابتة.

iv) A(-2,3), B(-2, -3)

ميل المستقيم المار بنقطتين

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 3}{(-2) - (-2)} = \frac{-6}{0}$$

نعوض بالنقطتين

لا يجوز القسمة على 0 لذا ميل \overline{AB} غير محدد

الميل غير محدد (المستقيم عمودي) يوازي محور الصادات، قيم x ثابتة

مثال (2) يمثل الجدول المحور تغير درجات الحرارة بقرن (بالساعات). جد ميل المستقيم والشرح مايعنيه.

الزمن (الساعات)	درجات الحرارة
1	-2
2	1
3	4
5	10

اختر اي نقطتين من الجدول ولكن $(x_1, y_1) = (1, -2)$

$(x_2, y_2) = (3, 4)$

ميل المستقيم المار بنقطتين

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3$$

التعبير والنسب

بما ان ميل المستقيم 3 لان درجات الحرارة تزداد 3 درجات سيليزية كل ساعة.

[4-2-2] خطع مستقيم مع محورين في المستوى الإحداثي

Intersection the Line with axes in Coordinate plane

يمكنك ان تمثل بسهولة معادلة المستقيم من خلال إيجاد نقطتي تقاطع المستقيم مع المحورين.

المقطع السيني: هو قيمة x من تقاطع المستقيم مع محور السينات، اي بالتعويض من $y = 0$ ونقطة التقاطع $(x, 0)$

المقطع الصادي: هو قيمة y من تقاطع المستقيم مع محور الصادات، اي بالتعويض من $x = 0$ ونقطة التقاطع $(0, y)$

مثال (3) جد المقطع السيني والصادي للمستقيم $3x + 5y = 15$.

المقطع السيني

المعادلة $3x + 5y = 15$

نعوض من $y = 0$

$$3x + 5(0) = 15$$

تبسيط

$$3x = 15$$

بقسمة طرفي المعادلة على 3

$$x = \frac{15}{3} = 5$$

لذا المقطع السيني هو 5.

المقطع الصادي

المعادلة $3x + 5y = 15$

نعوض من $x = 0$

$$3(0) + 5y = 15$$

تبسيط

$$5y = 15$$

بقسمة طرفي المعادلة على 5

$$y = \frac{15}{5} = 3$$

لذا المقطع الصادي هو 3.

ونقطة التقاطع مع محور الصادات هي: $(0, 3)$

ونقطة التقاطع مع محور السينات هي: $(5, 0)$

مثال (4) جد المقطع السيني والصادي ان وجد لكل مما يأتي:

i) $x = -2$

ii) $y = 4$

iii) $y = -4$

iv) $x = -2$

v) $x = -2$

vi) $x = -2$

vii) $x = -2$

viii) $x = -2$

ix) $x = -2$

x) $x = -2$

xi) $x = -2$

xii) $x = -2$

xiii) $x = -2$

xiv) $x = -2$

xv) $x = -2$

xvi) $x = -2$

xvii) $x = -2$

xviii) $x = -2$

xix) $x = -2$

xx) $x = -2$

xxi) $x = -2$

xxii) $x = -2$

xxiii) $x = -2$

xxiv) $x = -2$

xxv) $x = -2$

xxvi) $x = -2$

xxvii) $x = -2$

xxviii) $x = -2$

xxix) $x = -2$

xxx) $x = -2$

تأكد من فهمك

جد ميل المستقيم المار بالنقطتين، اموج الميل أم سالب أم غير محدد، ثم حدد اتجاه حركته لكل مما يأتي:

الأسئلة (1-6) مشابهة

التمرينات (1-2)

جد المقطع السيني والمقطع الصادي لكل مما يأتي:

الأسئلة (7-18) مشابهة

التمرينات (3-4)

تدريب وحل التدريبات

جد ميل المستقيم المار بالنقطتين، اوجد الميل أو سالب أو عكس امعكس ثم حدد الاتجاه هرثمة لكل مما يأتي:

19 (4,4),(2,3) 20 (6,2),(0,2) 21 (-2,4),(5,5)

22 (-2,-3),(2,4) 23 (3,-5),(0,0) 24 $(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}), (\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$

جد المقطع السيني والمقطع الصادي لكل مما يأتي:

25 $2x + 4y = 12$ 26 $3y - 7x = 9$ 27 $y = -3.5x + 2$

28 $y = -\frac{3}{2}x$ 29 $x = -4$ 30 $0 = y + 3$

تدريب وحل مسائل حياتية

71 **أزمياء:** يمثل الجدول المساور كمية السائل المتدفق من جوص خلال فترة زمنية، جد ميل المستقيم الذي يمثله الجدول، وفسر ما يعنيه.

كمية السائل المتدفق	الزمن (دقائق)
40	10
52	13
64	16
76	19

72 **نبات:** إذا كان طول نبتة 30cm، في غضون كل شهرين تنمو بمقدار ثابت 4cm الحزوة.

(i) اكتب المعادلة
(ii) ما ميل المستقيم الذي يمثله العلاقة بين طول النبتة والزمن؟
(iii) اكتب الدالة الخطية التي يمثليها الجدول
(iv) مثل الدالة في المستوى الإحداثي

فكر

33 **تعلم:** جد قيمة θ التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (1,6), (-5,8) يساوي $\frac{1}{2}$.

34 **تعلم:** اكتب معادلة خط مستقيم يمر بالنقطتين (7,3), (7,0).

35 **اكتشف الخطأ:** ميل المستقيم الذي يمر في النقطتين (0,3), (3,-1) هو $\frac{3-0}{3-(-1)} = \frac{3}{4}$ ، اكتب الخطأ وصححه.

36 **مسألة مفتوحة:** فكر نقطتين على مستقيم يكون ميله $-\frac{1}{3}$.

37 **تعلم:** من الشكل التالي المساور حدد اتجاه المستقيم.

اكتب

بالطوبك ملقا يعني الميل يساوي صفراً، والقطب غير محدد.

فكر اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكري، وقد يحتاج الطلاب نوو المستوى الضعيف الى امثلة اضافية.

السؤال (33) نبيه الى استبدال الرمزم m بقانون الميل بالعدد $\frac{1}{2}$ واتمام الحل باستعمال خاصية حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين.

اكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم.

4 تقويم

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

- جد ميل كل من المستقيمين AB, CD.
- 1) A(1,1), B(13,6), $m = \frac{5}{12}$
- 2) C(10,10), D(-2,5), $m = \frac{5}{12}$

5 توسعة

تربينات اثرانية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وتم لهم المساعدة في أثناء الحل.

اطلب إليهم إيجاد المقطعين السيني والصادي لكل مما يأتي:

- 1) $y = \frac{-2}{5}x$ 2) $x = \frac{4}{3}y$
- 1) $y = \frac{-2}{5}(0) \rightarrow y = 0$
- 2) $x = \frac{4}{3}(0) \rightarrow x = 0$

الإثراء

مثل بيانياً على المستوى الاحداثي المربع الذي رؤوسه النقاط الأربعة التالية ثم استخراج ميل كل ضلع من أضلاعه:

A(0,-1), B(2,1), C(0,3), D(-2,1)

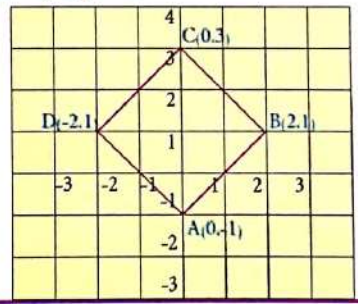
الحل:

$m_{AB} = \frac{-1-1}{0-2} = \frac{-2}{-2} = 1$

$m_{BC} = \frac{3-1}{0-2} = \frac{2}{-2} = -1$

$m_{CD} = \frac{1-3}{-2-0} = \frac{-2}{-2} = 1$

$m_{DA} = \frac{-1-1}{0-(-2)} = \frac{-2}{2} = -1$



Multiple Choice

الدرس [4-2] ميل المستقيم

Slop of a Line

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 أي ميل يمر عن ميل المستقيم المار بالنقطتين (-1,3), (5,-2)

a) $\frac{2}{3}$ b) $-\frac{6}{5}$ c) $-\frac{5}{6}$ d) $\frac{6}{5}$

2 المستقيم الموازي لسور المستقيم يكون ميله

a) موجب b) غير معرف c) سالب d) صفراً

3 المقطع الصادي للمستقيم الذي معقلته $3x - 5y = 15$ هو:

a) -5 b) 3 c) 5 d) -3

4 معادلة قطع المستقيم الذي معقلته $x + y = 6$ مع محور السينات هي:

a) (0,6) b) (-6,0) c) (6,0) d) (0,0)

5 أي المستقيمت الآتية تعبر عن المستقيم الممثل في الشكل؟

a) $2x - 3y = 0$ b) $3y + 2x = 0$ c) $3y - 2x = 0$ d) $2x + 3y = 0$

6 المستقيم الموازي لمحور السينات يكون ميله

a) صفراً b) غير معرف c) سالب d) موجب

7 ما ميل المستقيم $3x - 2y = 6$ ؟

a) $-\frac{3}{2}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) 3 d) $\frac{3}{2}$

8 حل المستقيم المار بالنقطتين (8,-3), (5,-3)

a) غير معرف b) سالب c) صفراً d) موجب

The Equation of the Line

المعادلة المستقيمة
الدرس
[4-3]



تعلم
يعطى ريك ثلاثة هواتف 20 كيلو مترا في ساعة واحدة ويقدم 50 كيلو مترا في ساعة واحدة. ما المعادلة الخطية التي تربط بين المسافة والزمن؟

عن طريق التمرين
1. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (2, 3) و(4, 5).
2. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (1, 2) و(3, 4).
3. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (0, 1) و(2, 3).
4. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (1, 0) و(0, 1).
5. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (2, 0) و(0, 2).
6. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (3, 0) و(0, 3).
7. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (4, 0) و(0, 4).
8. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (5, 0) و(0, 5).
9. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (6, 0) و(0, 6).
10. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (7, 0) و(0, 7).
11. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (8, 0) و(0, 8).
12. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (9, 0) و(0, 9).
13. اوجد معادلة مستقيمة لخط مستقيم يمر بالنقطة (10, 0) و(0, 10).

Writing Equation of Line with two Points of it

معادلة مستقيمة يمر بالنقطتين $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ هي $y - y_1 = m(x - x_1)$ حيث $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
نلاحظ سابقا ان معادلة مستقيمة يمر بالنقطتين A, B حيث $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ هي $y - y_1 = m(x - x_1)$ على فرض ان النقطة C(x, y) تقع على المستقيم فيكون على المستقيم المراد بالنقطتين A, C هو $y - y_1 = m(x - x_1)$ من المعطيات ان على المستقيم ثابت في جميع نقاطه لذلك فإن $y - y_1 = m(x - x_1)$ هذه المعادلة تمثل معادلة المستقيم AB.

مثال (1) اوجد المعادلة الخطية في الصورة (تعلم)
حل: $A(2, 20)$ و $B(5, 50)$
 $x_1 = 2, y_1 = 20$ و $x_2 = 5, y_2 = 50$
 $m = \frac{50 - 20}{5 - 2} = \frac{30}{3} = 10$
معادلة المستقيم هي $y - 20 = 10(x - 2)$
بالتبسيط $y - 20 = 10x - 20$
الضرب الكل $y = 10x$

Writing Equation of Line with the Slope and one Point of it

معادلة مستقيمة يمر بالنقطة (x_1, y_1) و ميله m هي $y - y_1 = m(x - x_1)$.
نلاحظ سابقا معادلة مستقيمة يمر بالنقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) هي $y - y_1 = m(x - x_1)$ حيث $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ونلاحظ ان على مستقيم يمر بالنقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) هو $y - y_1 = m(x - x_1)$ ذلك يعني كتابة المعادلة في احدى شكلين $y - y_1 = m(x - x_1)$ وبالضرب الكل نحصل على المعادلة المطلوبة $y - y_1 = m(x - x_1)$

إعادة التعليم

جد معادلة المستقيم في الحالات الآتية:

1) $A(-2, 0), B(3, 1)$ 2) $m = -7, A(6, 2)$

1) $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y - 0}{x - (-2)} = \frac{1 - 0}{3 - (-2)}$

$2(y - y_1) = m(x - x_1)$

$(y - 2) = -7(x - 6) \Rightarrow y - 2 = -7x + 42$

$7x + y - 44 = 0$

تدريبات

1) جد معادلة مستقيم ميله $\frac{3}{4}$ ويمر بالنقطة $(-2, 2)$.

$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = \frac{3}{4}(x + 2)$

$\Rightarrow 4y = 3x + 14$

2) جد معادلة المستقيم إذا علمت $k = -3, m = -\frac{3}{2}$

$y = mx + k \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + (-3)$

$y = \frac{2}{3}x - 3 \Rightarrow 3y - 2x + 9 = 0$

نتائج التعلم

إيجاد معادلة المستقيم الذي علم عنه نقطتان أو ميل ونقطة أو ميل واحد المقطعين مع المحورين السيني أو الصادي.

المواد والوسائل

ورقة عمل مخططة بيانياً (ورقة المربعات) ومرسوم عليها مستقيمان متعامدان يمثلان المحورين الإحداثيين، مسطرة شفافة.

1 تهيئة

- اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
 - هين الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأطلب الى كل مجموعة رسم مستقيم في الورقة البيانية يقطع المحورين ثم تعين نقطتين على المستقيم لا على التعيين وكتابة احداثياتهما ثم ايجاد ميل المستقيم.
 - قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.
- اسأل الطلاب:

- ماذا نعني بقولنا ان حجم الغاز يعتمد على الضغط؟
- استمع إلى إجاباتهم وقل لهم انهم سيدرسون في هذا الدرس إيجاد معادلة خطية تمثل العلاقة بين المتغيرات والتي نسميها معادلة الخط المستقيم.

2 شرح وتفسير

- وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.
- اسأل الطلاب:

• ما العلاقة بين المسافة والزمن؟

• تزداد المسافة تبعاً لزيادة الزمن.

• قدم المثال (1) لتبين للطلاب ان المعادلة الناتجة تمثل طبيعة العلاقة بين المتغيرين x, y لاية نقطة تقع على هذا المستقيم.

• قدم المثالين (2 و 3) لتبين للطلاب كيفية استعمال

القانون $(y - y_1) = m(x - x_1)$

• قدم المثالين (4 و 5) لتبين للطلاب كيفية استعمال القانون

$y = mx + k$ إذ k تمثل المقطع الصادي مع التنبيه الى استعمال اكثر

من طريقة واحدة عند الحل.

أمثلة إضافية :

قدم الأمثلة الإضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.
1) استعمل معادلة الميل والمقطع لتحديد ميل المستقيم ومقطعه

$$2y = 3x + 6 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 3$$

الميل هو $\frac{3}{2}$ والمقطع الصادي هو 3.

تأكد من فهمك :

اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.
• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1,3,5,7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع:

قد يخط بعض الطلاب بين المقطع السيني والمقطع الصادي عند ايجاده المعادلة بمعرفة ميله ومقطعه فوضح لهم ذلك .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل تمرينات : اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم.

تدرب وحل مسائل حياتية :

اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

• السؤال (9) استعمال معادلة الميل - نقطة باعتبار :

$$P(0,100) , m = 1$$

مثال (2) استعمل معادلة الميل والنقطة لتحديد معادلة الخط بها:

i) $y - 3 = -5(x - 2)$ ii) $y + 7 = \frac{2}{3}x$

$y - 3 = -5(x - 2)$ $y - (-7) = \frac{2}{3}(x - 0)$

$y - y_1 = m(x - x_1)$ معادلة الميل - النقطة

$y - y_1 = m(x - x_1)$ معادلة الميل - النقطة

$m = -5, (x_1, y_1) = (2, 3)$ بالمعروفه $m = \frac{2}{3}, (x_1, y_1) = (0, -7)$ بالمعروفه

مثال (3) جد معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{1}{2}$ ومقطعه السيني يساوي -1.

$y - y_1 = m(x - x_1)$ معادلة الميل - النقطة

$m = \frac{1}{2}, x_1 = -1, y_1 = 0 = p(-1, 0)$ الميل والنقطة

$y - 0 = \frac{1}{2}(x - (-1))$ التعويض عن الميل والنقطة

$y = \frac{1}{2}(x + 1)$ بسيط

$2y = x + 1$ ضرب طرفي المعادلة في 2

معادلة المستقيم المطلوب $2y - x = 1$

4-3-3 كتابة معادلة المستقيم بمعرفة ميله ومقطعه مع أحد المحاورين
Writing Equation of the Line with the Slope of it and one intercept with axes
معادلة المستقيم بدلالة ميله m ومقطعه الصادي k هي: $y = mx + k$

مثال (4) استعمل معادلة الميل والمقطع لتحديد معادلة المستقيم ومقطعه:

i) $2x + 3y = 6$ ii) $5x = 7y + 8$ iii) $y = x$ iv) $y = 1$ v) $y = 0$ vi) $y = x + 5$

معادلة الخط - النقطة معادلة الخط - النقطة معادلة الخط - النقطة معادلة الخط - النقطة معادلة الخط - النقطة معادلة الخط - النقطة

1) $2x + 3y = 6 \Rightarrow 3y = -2x + 6$ بقسمة طرفي المعادلة على 3
 $y = -\frac{2}{3}x + 2$ معادلة الخط - النقطة
 $y = mx + k$ المقطع
 $\therefore m = -\frac{2}{3}, k = 2$

2) $5x = 7y + 8 \Rightarrow 7y = 5x - 8$
 $y = \frac{5}{7}x - \frac{8}{7}$ معادلة الخط - النقطة
 $y = mx + k$ المقطع
 $\therefore m = \frac{5}{7}, k = -\frac{8}{7}$

3) $y = x$ معادلة الخط - النقطة
 $y = 1x + 0$ المقطع
 $y = mx + k$ المقطع
 $\therefore m = 1, k = 0$

4) $y = 1$ معادلة الخط - النقطة
 $y = 0x + 1$ المقطع
 $y = mx + k$ المقطع
 $\therefore m = 0, k = 1$

5) $y = 0$ معادلة الخط - النقطة
 $y = 0x + 0$ المقطع
 $y = mx + k$ المقطع
 $\therefore m = 0, k = 0$

6) $y = x + 5$ معادلة الخط - النقطة
 $y = 1x + 5$ المقطع
 $y = mx + k$ المقطع
 $\therefore m = 1, k = 5$

مثال (5) مستقيم يمر في النقطة (5, -1) وميله $\frac{2}{3}$. جد معادلته ومعادلته.

الطريقة الأولى **الطريقة الثانية**

$y = mx + k$ معادلة الميل - النقطة
 $m = \frac{2}{3}$ معطى
 $y = \frac{2}{3}x + k$ بالتعويض عن الميل
 $-1 = \frac{2}{3}(5) + k$ بالتعويض بالنقطة
 $-1 = -2 + k$ ببساطة
 $k = 1$ معادلة المستقيم $y = \frac{2}{3}x + 1$

$y - y_1 = m(x - x_1)$ معادلة الميل - النقطة
 $m = \frac{2}{3}, p(5, -1)$ معطى
 $y - (-1) = \frac{2}{3}(x - 5)$ بالتعويض عن الميل والنقطة
 $5y + 5 = -2x + 10$ ضربت المعادلة في 3
 $5y = -2x + 5$ خصمت المعادلة طرفي 5
معادلة المستقيم $y = -\frac{2}{5}x + 1$

تأكد من فهمك

جد معادلة المستقيمات التي يمر كل منها بنقطتين فيما يأتي:

الإسطة (1-2) 1) $(-3, 11), (2, -1)$ 2) $(0, 2), (2, -4)$

استعمل معادلة الميل والنقطة لتحديد معادلة الخط المر بها:

الإسطة (3-4) 3) $y - 1 = 2(x - 3)$ 4) $y + 1 = -x + 4$

جد معادلة المستقيم لكل مما يلي ثم جد مقطعه:

الإسطة (5-6) 5) $(4, 6), \frac{-2}{3}$ 6) $(-1, -3), \frac{1}{3}$

استعمل معادلة الميل والنقطة لتحديد معادلة المستقيم ومقطعه:

الإسطة (7-8) 7) $5y = -2x - 1$ 8) $-y = 7x$

تدرب وحل التمرينات

جد معادلة المستقيمات التي يمر كل منها بنقطتين فيما يأتي:

استعمل معادلة الميل والنقطة لتحديد معادلة الخط المر بها:

9) $(0, 0), (-3, 7)$ 10) $(0, 7), (-5, 0)$ 11) $(\frac{1}{2}, -3), (\frac{3}{2}, -1)$

جد معادلة المستقيم لكل مما يلي ثم جد مقطعه:

12) $y + \frac{3}{2} = -5(x - 8)$ 13) $y - x = 8$ 14) $\frac{3}{5}y = \frac{4}{3}(x + 2)$

استعمل معادلة الميل والمقطع لتحديد معادلة المستقيم ومقطعه:

15) $(-3, 7), -3$ 16) $(1, -4), \frac{1}{2}$ 17) $(1, -4), \frac{1}{2}$

18) $y + 7 = 3x + 5$ 19) $\frac{1}{3}y = -5x - 1$

فكر: طلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف لأمثلة إضافية.
السؤال (2,4) يتطلب الحل إيجاد الميل باستعمال النقطتين ومعرفة الجواب.

اكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع إجابتهم.

4 تقويم

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.
جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (1,3) وميله -5.

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

$$(y - 3) = -5(x - 1) \rightarrow y + 5x - 8 = 0$$

5 توسعة

تدريبات إثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.
اطلب إليهم حل السؤال التالي:

استعمل معادلة الميل ونقطة للمستقيم لتحديد ميله والنقطة

$$y - 7 = 2(x + 7)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

معادلة الميل ونقطة

$$m = 2, (x_1, y_1) = (-7, 7)$$

التربيع وحل معادلات حتمية

19 اتمام: يبدو ذئب الغيل أطول جوفه بمعدل 1 cm لكل شهر. ارجس ذئب يباري بمرافقه قبل عندما كان طول ذئبه 100 cm. اكتب على صورة الميل والنقطة معادلة تقيس طول ذئب الغيل بعد x شهر من التربيعة.

20 **الزيادة:** التذليل الدولي المجاور يبدل كمية الهواء المتسربة من خزائن خلال مدة زمنية محددة. اكتب على صورة نقطتين، معادلة تقيس الترييب الهواء بعد x ساعة.

21 **الطول:** يوجد شخص اسمه مياغ لفره 30 مليون دينار. بلغات ذئبه وبنسبوية مياغ لفره 1.5 مليون دينار. المعادلة الخطية الآتية $1.5x + 30 = y$ حيث y القيمة الزمنية من المياغ، x عدد الأذئبه. استعمل معادلة الميل والنقطة لاجابة مياغ ومطعمه.

22 **مسألة:** في در اية خديجة اوصادت ان الشخص يطف 2 ساعة من جوفه عند استهلاكه طرية سائفر واحدة. اكتب المعادلة التي تعال ذلك، وماذا يعنى.

23 **هندسة:** استعمل المعلومات في الشكل المجاور وجد معادلة المستقيم في الحالات الآتية:
(i) نقطتين (ii) ميل - نقطة (iii) ميل - نقطه الصادي

المز

24 **مفكر:** اظهر حل يوجد مستقيم ميله 4 ويمر في النقطتين $(8, -2)$ ، $(9, 7)$ في وجدت مستقيما كماها اناكتب معادله والاكمل جوابا.

25 **مفكر:** مستقيم تقاطعه الأفقي النقطه $(-2, 3)$ ويمر في النقطة $(2, 3)$ اكتب معادلة الميل - النقطة لها المستقيم.

26 **اوهما صحیح:** معادلة مستقيم ميله $\frac{1}{2}$ ويمر بالنقطة $(-1, 7)$.
اكتب احد المعادله بشكل $y - 7 = \frac{1}{2}(x + 1)$
واكتب معادله بشكل $y - 7 = \frac{1}{2}(x + 1)$ اوهما امانه صحیحه.

اكتب
مسألة من واقع الجواء يمكن تمثيلها بمعادلة الخط المستقيم

الإثراء

جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-4, 2)$ والذي ميله هو المقلوب السالب لميل للمستقيم الذي يمر بالنقطتين $(3, 2)$ ، $(9, 6)$.

جد ميل كل مستقيم الذي يمر بنقطتين اولاً

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 2}{9 - 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

ميل المستقيم الثاني هو $m_2 = -\frac{3}{2}$

معادلة المستقيم الثاني بدلالة ميل ونقطه:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Rightarrow y - (-4) = \frac{-3}{2}(x - 2)$$

$$y + 4 = \frac{-3}{2}x + 3$$

$$\Rightarrow 2y + 8 = -3x + 6$$

$$\Rightarrow 2y + 3x + 2 = 0$$

الدرس [4-3] معادلة المستقيم

The Equation of the Line

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 معادلة المستقيم الذي يقاطع $(1, -7)$ ، $(2, -3)$ هي:
a) $y - 4x = -11$ b) $y - 4x = 11$ c) $4y + x = -11$ d) $y + 4x = -11$

2 المستقيم الذي معادله $y + x = 0$ ميله واحد نقطه صا:
a) $m = -1, (4, 4)$ b) $m = 1, (4, 4)$ c) $m = -1, (4, 4)$ d) $m = 1, (4, 4)$

3 استعمل معادلة المستقيم $y = mx + k$ وحد قيمة m عند تقاطع k المستقيم $2y - 3x = 21$:
a) $m = \frac{1}{2}, k = -3$ b) $m = \frac{2}{3}, k = -3$ c) $m = \frac{1}{2}, k = 3$ d) $m = \frac{2}{3}, k = 3$

4 اي الخط الآتية تقع على المستقيم الذي معادله $y + 4x = 0$:
a) $(1, 4)$ b) $(4, -1)$ c) $(4, 1)$ d) $(1, 4)$

5 معادلة المستقيم الذي ميله (-1) ونقطه الصادي يساوي (-2) هو:
a) $y + x - 2 = 0$ b) $y + x + 2 = 0$ c) $y + x - 2 = 0$ d) $y - x - 2 = 0$

6 x هي على صورة الخط - التقاطع معادلة المستقيم الذي يقاطع $(1, 6)$ ، $(-1, -2)$:
a) $y = -3x + 6$ b) $y = 4x + 2$ c) $y = 4x + 2$ d) $y = 2x + 4$

7 ابر وجد معلم في احد الصفوف 25 صففا لفره 3 الامم دينار لكل نوع اصغرى من الصفقات. اى المعادلات التاليه تصف معلم مع x من الصفقات?
a) $y = 25x + 3$ b) $y = 25x - 3$ c) $y = 3x + 25$ d) $y = 3x - 25$

الدرس 4-4 المستقيمت المتوازية والمتعامدة

مفردات الدرس:
 - التمييز بين المستقيمت المتوازية والمتعامدة.
 - التوازية.
 - التماسك بين المستقيمت.
 - الشروط.
 - المستقيمت المتوازية.
 - المستقيمت المتعامدة.

التمرين:
 يظهر في الشكل الحواجز عدة مستقيمت متوازية وروشنها ما هي متعامدة. كيف نعرف ان توازي هذه المستقيمت او متعامدة؟

4-4-1 المستقيمت المتوازية
 تعرفت سابقا الى توازي المستقيمت والشروط اللازمة لذلك. فالمستقيمت المتوازيان، يقعان في مستوي واحد وليس بينهما نقطة مشتركة. في هذا الدرس سوف نعرف المستقيمت المتوازيان من خلال ميلهما. يكون اي مستقيمت متوازيين عندما يتساوى ميلهما بشرط انهما غير عموديين.

$$\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$$

مثال (1) بين ان النقط A(-2,3), B(-1,4), C(2,-1), D(1,-2) رؤوس متوازي الاضلاع ABCD باستعمال النقط.
 قانون الميل بين نقطتين: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_{\overline{AB}} = \frac{4-3}{-1-(-2)} = \frac{1}{-1} = -1$
 $m_{\overline{CD}} = \frac{-1-(-2)}{1-2} = \frac{1}{-1} = -1$
 $m_{\overline{AD}} = \frac{-2-3}{1-(-2)} = \frac{-5}{-1} = 5$
 $m_{\overline{BC}} = \frac{-1-4}{2-(-1)} = \frac{-5}{3} = -\frac{5}{3}$
 $m_{\overline{AB}} = m_{\overline{CD}} \Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}$
 $m_{\overline{AD}} = m_{\overline{BC}} \Rightarrow \overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 \therefore الشكل ABCD متوازي اضلاع (تعريف متوازي الاضلاع)

مثال (2) اثبت ان النقط A(-2,-1), B(-1,0), C(2,3) تقع على استقامة واحدة (تقع على مستقيم واحد).
 قانون الميل بين نقطتين: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_{\overline{AB}} = \frac{0-(-1)}{-1-(-2)} = \frac{1}{-1} = -1$
 $m_{\overline{BC}} = \frac{3-0}{2-(-1)} = \frac{3}{3} = 1$
 $m_{\overline{AC}} = \frac{3-(-1)}{2-(-2)} = \frac{4}{-4} = -1$
 $m_{\overline{AB}} = m_{\overline{AC}} \Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{AC}$
 \therefore النقط A, B, C تقع على استقامة واحدة (اي تشكل خط مستقيم)

نتائج التعلّم	التمييز بين المستقيمت المتوازية والمتعامدة.
المواد والوسائل	ورقة عمل مخططة بيانيا (ورقة المربعات) ومرسوم عليها مستقيمتين متعامدين يمثلان المحورين الاحداثيين، مسطرة شفافة.

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
 • هيّن الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورق العمل واطلب اليهم رسم مستقيمتين مستقيمتين متعامدين.
 • اطلب الى المجموعات ايجاد ميل كل مستقيم وذلك باخذ نقطتين على كل مستقيم.
 • اسال الطلاب: ما طبيعة العلاقة بين ميل المستقيمتين؟ احدهما المقلوب السالب للأخر.
 اطلب اليهم رسم مستقيمتين متوازيين وايجاد ميلهما.
 اسال الطلاب:
 ماذا هي طبيعة العلاقة بين ميل المستقيمتين؟ متساويان.
 • قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.
 اسال الطلاب:
 هل يمكن الاستفادة من معرفة العلاقة بين المستقيمتين في ايجاد معادلة احد المستقيمتين عند معرفة معادلة احدهما؟
 استمع الى اجاباتهم وقل لهم انهم سيدرسون في هذا الدرس استعمال قيمة ميل المستقيمتين في تحديد كونها متوازية ام متعامدة.

إعادة التعليم

مثال: اثبت ان المستقيم المار بالنقطتين (0,7), (3,0) يوازي المستقيم المار بالنقطتين (9,0), (0,21).
الحل:
 $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7-0}{0-3} = \frac{7}{-3} = -\frac{7}{3}$
 $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-21}{9-0} = -\frac{21}{9} = -\frac{7}{3}$
 $m_1 = m_2 \Rightarrow$ المستقيمتان متوازيان

تدريبات:

(1) اثبت ان الشكل الرباعي ABCD يمثل متوازي اضلاع
 A(-3,0), B(0,-3), C(3,0), D(0,3)
 $m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-0}{0-(-3)} = -1$, $m_{\overline{DC}} = \frac{3-0}{0-3} = -1 \rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{DC}$
 $m_{\overline{BC}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-3)}{3-0} = 1$, $m_{\overline{AD}} = \frac{0-3}{0-(-3)} = 1 \rightarrow \overline{BC} \parallel \overline{AD}$
 (2) بين ان النقط الآتية تقع على استقامة واحدة:
 A(4,3), B(2,1), C(1,0)
 $m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-3}{2-4} = \frac{-2}{-2} = 1$, $m_{\overline{BC}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-1}{1-2} = \frac{-1}{-1} = 1$
 $\rightarrow m_{\overline{AB}} = m_{\overline{BC}}$
 لذا الشكل النقط الثلاث A, B, C تقع على استقامة واحدة

2 شرح وتفسير

• وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب اليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.
 • اسال الطلاب:
 • ما خواص متوازي الاضلاع؟ كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان ومتساويان.
 • قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية اثبات بان ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة.
 • قدم المثال (5) لتبين للطلاب كيفية اثبات مثلث قائم الزاوية باستعمال العلاقة بين ميل المستقيمتين.

أمثلة إضافية :

قدم الامثلة الإضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشتملة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.
جد معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل ويوازي المستقيم التام
معادلته : $y = \frac{3}{2}x - 3$

$$y = \frac{3}{2}x - 3$$

بمقارنة معادلته بالمعادلة المعدلة $y = mx + k$

$$m = \frac{3}{2}, k = -3$$

نجد معادلة المستقيم الموازي الذي يمر بنقطة الأصل وله نفس الميل

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{3}{2}(x - 0) \rightarrow 2y = 3x$$

تأكد من فهمك :

اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

السؤال (1) يتطلب الحل استعمال الحقيقة الآتية:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \text{المستقيمان متوازيان}$$

السؤال (4) يتطلب الحل استعمال المقارنة مع معادلة الميل - نقطة لإيجاد المطلوب .

يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2,3,5,7) من صفحة ترمينات الدرس كواجب بيتي.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل تمرينات : اطلب الى الطلاب حل تمرينات

تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم. دقق

تدرب وحل مسائل حياتية :

اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

مثال (3) جد معادلة المستقيم المار بالنقطة C(5,3) والوازي للمستقيم المار بالنقطتين A(4,5), B(2,-3)
جد ميل المستقيم المار بالنقطتين A, B
ميل المستقيم المار بالنقطتين A, B
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{2 - 4} = \frac{2}{-2} = -1$
معادلة المستقيم المطلوب:
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $y - 3 = -1(x - 5)$
 $y - 3 = -x + 5$
 $y = -x + 8$

مثال (4) لكن: $L_1: y = \frac{5}{3}x + 4, L_2: y = \frac{5}{3}x + 4, L_3: y = \frac{5}{3}x - 4$
ميله وميله الساسي
 $L_1: y = \frac{5}{3}x + 4 \Rightarrow m_1 = \frac{5}{3}, k_1 = 4$
 $L_2: y = \frac{5}{3}x + 4 \Rightarrow m_2 = \frac{5}{3}, k_2 = 4$
 $L_3: y = \frac{5}{3}x - 4 \Rightarrow m_3 = \frac{5}{3}, k_3 = -4$
 $m_1 = m_2 = m_3 = \frac{5}{3} \neq L_1, L_2, L_3 \neq k_1, k_2, k_3$

4-4-2 المستقيمتان المتعامدة
ثبوت سابقاً ان المستقيمين المتعامدين يلتقيان في نقطة واحدة ويصلحان اربعة زوايا قائمة ويقعون في مستو واحد في هذا الدرس سوف نثبت المستقيمتان المتعامدة من خلال ميلهما بشرط ألا يوازي أي منهما المحورين الاحداثيين ويكون المستقيمان متعامدين عندما يكون ميل احدهما عكس ميل الاخر بعكس الاشارة (حاصل ضربهما يساوي -1) السبغة الرئيسية:
 $m_1 \times m_2 = -1$ أو $L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow m_1 = -\frac{1}{m_2}$

مثال (5) بين ان الخط A(2,4), B(-4,-2), C(-2,-4) يروون مثلث قائم الزاوية عند الزاوية القائمة فيه
ميل المستقيم المار بالنقطتين A, B
 $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 4}{-4 - 2} = \frac{-6}{-6} = 1$
ميل المستقيم المار بالنقطتين B, C
 $m_{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - (-2)}{-2 - (-4)} = \frac{-2}{2} = -1$
 $m_{AB} \times m_{BC} = 1 \times (-1) = -1 \Rightarrow AB \perp BC \Rightarrow \angle B = 90^\circ$

مثال (6) جد معادلة المستقيم المار بالنقطة C(3,-4) والمعمودي على المستقيم المار A(0,3), B(2,-2)
ميل المستقيم المار بالنقطتين A, B
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 3}{2 - 0} = \frac{-5}{2}$
ميل المستقيم المار بالنقطتين A, B
 $m_{AB} = \frac{-5}{2}$
معادلة المستقيم المطلوب:
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $y - (-4) = \frac{2}{5}(x - 3)$
 $y + 4 = \frac{2}{5}(x - 3)$

مثال (7) جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين A(0,4), B(1,1) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين C(3,2), D(0,0)
ميل المستقيم المار بالنقطتين A, B
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 4}{1 - 0} = \frac{-3}{1} = -3$
ميل المستقيم المار بالنقطتين C, D
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{0 - 3} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$
 $m_1 \times m_2 = -3 \times \frac{2}{3} = -2 \neq -1$
لذلك المستقيمان ليسا عموديين.

تلق من فهمك

- المستقيم AB يمر بالنقطتين A(-2,4), B(6,6) عمودي على المستقيم CD الذي يمر بالنقطتين C(10,-6), D(2,-7) جد قيمة a.
- جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (3,2), (6,0) يساوي $\frac{1}{2}$.
- برهن ان الشكل ABCD متوازي اضلاع حيث A(3,0), B(0,4), C(-1,0), D(0,-4).
- برهن ان ABCA حيث A(-5,-7), B(-8,-2), C(-4,-5).
- اثبت ان الخط A(0,-1), B(4,2), C(8,5) تقع على استقامة واحدة.
- جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-4,0) والمعمودي على المستقيم المار بالنقطتين (3,-2), (6,0).

تدرب وحل التمرينات

- المستقيم AB حيث A(0,2), B(3,0) المستقيم CD حيث C(6,-2), D(9,-4) والمستقيم EF حيث E(0,-5), F(2,-2) معادلة $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ المستقيمتين EF, CD ام ليس كذلك.
- ميل الخط A(0,-7), B(1,-1), C(2,3) تقع على مستقيم واحد ام ليس كذلك.
- برهن ان الشكل ABCD مستطيل حيث A(1,4), B(2,6), C(8,3), D(7,1).
- جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (1,-1) والوازي للمستقيم المار بالنقطتين (3,-2), (6,0).

20

تعرب وحل مسائل حياتية

11 تجزياء: يمثل الجدول المعطور كمية المياه المتشقة من احد السدود خلال فترة معينة من الزمن. هل بيانات الجدول تمثل خط مستقيم؟ بين ذلك.

الزمن (ساعات)	حجم الماء (م ³)
5	75000
10	150000
15	225000

12 خمسة: برهن ان الشكل ABCD شبه منحرف. حيث ان احداثيات القاعدة العليا (4,5), (6,2) والقاعدة السفلى (2,-1), (-2,5). هل هو قائم الزاوية؟ بين ذلك.

13 خريطة: استعمل الخريطة المجاورة لتبين ان:
(i) الطريق الاول يوازي الطريق الثاني.
(ii) الطريق الثاني عمودي على الطريق الثالث.
(iii) هل الطريق الاول عمودي على الطريق الثالث؟ بين ذلك.

14 فخر: تحذ: هل النقاط الآتية: (2,3), (4,5), (-1,0), (-2,-1) تقع على استقامة واحدة؟ بين ذلك.

15 اصحح الخطأ: قال احمد ان المستقيم المار بالنقطتين (-3,0), (0,4) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (1, 3/2), (0,0) اكتشف خطأ احمد وصححه.

16 مسألة مفتوحة: المادتين الأتيتين: $3y - 5x = 20$, $3y - 5x = 15$ تمثلان مستقيمين متوازيين متطابقين والاختلاف بينهما؟ وضح ذلك.

17 تمييز: لماذا التقاطع التالية تقع على مستقيم يوازي محور السينات: (-1,4), (0,4), (2,4)؟

18 ابهام اصح: قمت سارة ان ميل المستقيم $5y + 2x = 10$ هو $2/5$ ومقطعته هو 2، وقال مهدي ان ميله $5/2$ ومقطعته 2، بين اجابة اي منهما الصحيحة؟

19 مسألة مفتوحة: ABCD من رؤوس A(0,3), B(3,4), C(2,1), D(-1,0) برهن ان لخطيه متعامدان.

20 مسألة مفتوحة: ما وجه التشابه والاختلاف بين المستقيمين المتوازيين؟

اكتب

ما اذا كان المستقيمان متوازيين او متعامدين باستعمل ميلهما

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف لأمثلة اضافية.

اكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم.

4 تقويم

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس. جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (1,1) وعمود على المستقيم

$$2x - 3y = -6$$

تكتب معادلة المستقيم بالصورة التي يمكن مقارنتها مع معادلة

$$\text{مستقيم ميل} - \text{مقطع } (y = mx + k)$$

$$3y = 2x + 6 \rightarrow y = \frac{2}{3}x + 3 \rightarrow m = \frac{2}{3}, k = 3$$

معادلة المستقيم العمودي بدلالة ميل ونقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 1 = \frac{-3}{2}(x - 1)$$

5 توسعة

تدريبات إثرائيه للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

اطلب إليهم حل السؤال التالي:

قارن بين معادلة المستقيم $y = 1$ والمستقيم $y = 0$ من حيث الميل والمقطع الصادي.

بمقارنة كل معادلة مع معادلة مستقيم ميل ومقطع $y = mx + k$ نلاحظ تساوي ميلهما اي انهما متوازيان ويختلفان بالمقطع

$$y = 1 \rightarrow m_1 = 0, k_1 = 1$$

$$y_2 = 0 \rightarrow m_2 = 0, k_2 = 0$$

الإثراء

مستقيمان متعامدان أحدهما يمر بالنقطة (5, 1) والآخر يمر بالنقطتين (4,6), (-2,-5)، جد معادلة كل منهما.

الحل:

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 6}{-5 - 4} = \frac{-8}{-9} = \frac{8}{9}$$

ولأن المستقيمين متعامدين لذلك فإن ميل المستقيم الثاني هو $-\frac{9}{8}$

معادلة المستقيم الأول بدلالة ميل ونقطة:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 6 = \frac{8}{9}(x - 4)$$

$$9y - 54 = 8x - 32 \Rightarrow 8x - 9y + 22 = 0$$

معادلة المستقيم الثاني بدلالة ميل ونقطة:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = \frac{-9}{8}(x - 5)$$

$$8y - 8 = -9x + 45 \Rightarrow 9x + 8y - 53 = 0$$

التمرين 4-4 المستقيمتان المتوازية والمتعامدة
Parallel and Perpendicular Lines

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1) مستقيم يمر بالنقطتين (1,9), (7,1) يوازي المستقيم الذي ميله

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{4}{3}$

2) إذا كان m_1, m_2 يمثلان ميلين مستقيمين متعامدين فإن

a) $m_1 + m_2 = -1$ b) $\frac{m_1}{m_2} = -1$ c) $m_1 \times m_2 = -1$ d) $m_1 - m_2 = -1$

3) قامة θ هي لزاوية ميل المستقيم المار بالنقطتين (1,-1), (4,-1) تساوي $\frac{2}{3}$ هي

a) 4 b) 2 c) -4 d) 2

4) معادلة المستقيم المار بالنقطة (0,3) والعمودي على المستقيم الذي ميله $\frac{3}{4}$ هي

a) $3y + 4x = 12$ b) $3y + 4x = -12$ c) $4y - 3x = 12$ d) $4y + 3x = 12$

5) إذا كان $m_1 = m_2$ ويمثلان ميلين المستقيمين L_1, L_2 فإن:

a) $L_1 \perp L_2$ b) $L_1 \parallel L_2$ c) L_1 متعامدان d) $L_1 \perp L_2$

6) أي المستقيمتين الآتيتين يوازي المستقيم الذي معادلته $6y - 5x = 30$

a) $6y + 5x = 30$ b) $5y - 6x = 30$ c) $6y - 5x = 25$ d) $6y + 5x = 25$

7) أي المستقيمتين الآتيتين عمودية على المستقيم الذي معادلته $3y + 2x = 6$

a) $3y + 2x = -6$ b) $3y - 2x = -6$ c) $2y + 3x = -6$ d) $2y - 3x = -6$

المسافة بين نقطتين

ثلاثة اصدقاء خرجوا في رحلة استكشافية، محددة مواعيدهم كما في الشكل المجاور.

محمد يبعد عن احمد 3km ومهند يبعد عن احمد 4km.

كيف نجد المسافة بين محمد ومهند؟

4-5-1 قانون المسافة بين نقطتين

تملت سابقاً، ان المسافة بين نقطتين على محور السينات هي $|x_2 - x_1|$ و ان المسافة بين نقطتين على محور الصادات هي $|y_2 - y_1|$.

في هذا الدرس سوف نتعرف الى قانون المسافة في المستوى الاحداثي.

قانون المسافة بين نقطتين A, B يحدد على مبرهنة فيثاغورس.

الثلث ACB قائم الزاوية في C.

مبرهنة فيثاغورس

بالتعويض

بالتبسيط وجز الطرفين

$$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

مثال (1) من فترة تعلم: نجد ان موقع محمد هو النقطة A(3,0) وان موقع مهند هو النقطة B(0,4).

قانون المسافة بين نقطتين

بالتعويض بالنقطتين

بالتبسيط

∴ المسافة بين محمد ومهند 5km.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(0 - 3)^2 + (4 - 0)^2}$$

$$AB = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

مثال (2) بالمسافة بين نقطتين المسافة، ثبت ان النقط A(-3,-2), B(0,1), C(3,4) تقع على استقامة واحدة.

قانون المسافة بين نقطتين

بالتعويض من النقط A, B, C

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(0 - (-3))^2 + (1 - (-2))^2}$$

$$BC = \sqrt{(3 - 0)^2 + (4 - 1)^2}$$

$$AC = \sqrt{(3 - (-3))^2 + (4 - (-2))^2}$$

إعادة التعليم

مثال: اثبت ان المثلث الذي رؤوسه النقاط

A(1,1), B(2,2), C(5,-1)

الحل:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(2 - 1)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{2}$$

$$d_{BC} = \sqrt{(5 - 2)^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{18}$$

$$d_{AC} = \sqrt{(5 - 1)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{20}$$

$$(d_{AC})^2 = (d_{AB})^2 + (d_{BC})^2$$

$$(20) = (2 + 18)$$

لذلك فالمثلث قائم الزاوية اعتماداً على مبرهنة فيثاغورس.

تدريبات:

(1) جد طول قطري الشكل الرباعي الذي رؤوسه النقاط

A(-3,2), B(-3,-3), C(4,-3), D(3,2)

$$d_{AC} = \sqrt{(4 + 3)^2 + (-3 - 2)^2} = \sqrt{74}$$

$$d_{BD} = \sqrt{(3 + 3)^2 + (2 + 3)^2} = \sqrt{61}$$

(1) جد مركز الدائرة التي احداثيات نهايتي قطر فيها

A(5,2), B(-1,6)

$$M(x,y) = \left(\frac{5-1}{2}, \frac{2+6}{2} \right) \rightarrow x = 2, y = 4$$

احداثيات نقطة M مركز الدائرة هي (2,4)

نتائج التعلّم	التعرف الى قانون المسافة بين نقطتين في المستوى الاحداثي وتطبيقه.
المواد والوسائل	ورقة عمل مخططة بيانياً (ورقة المربعات) ومرسوم عليها مستقيمان متعامدان يمثلان المحورين الاحداثيين، مسطرة شفافة.

II تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل واطلب اليهم تعيين نقطتين مختلفتين في الورقة البياني بإذ تكون احداثياتهما الصادية متساوية ثم اطلب اليهم حساب المسافة بين النقطتين كما تعلم سابقاً.

اسأل الطلاب:

- ماذا تمثل هذه المسافة؟ $|x_2 - x_1|$
- اطلب الى الطلاب قياس المسافة بين النقطتين بالمسطرة.
- قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.
- اسأل الطلاب:

هل يمكن حساب المسافة بين النقطتين بدون استعمال المسطرة.

• استمع الى اجاباتهم وقل لهم انهم سيدرسون في هذا الدرس كيفية إيجاد المسافة بين أي نقطتين في المستوى الاحداثي.

2 شرح وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب اليهم قراءة المعلومة المعطاة وحينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

• اسأل الطلاب:

بماذا يمكننا الاستفادة من نظرية فيثاغورس؟

إيجاد المسافة بين نقطتين في المستوى، لاثبات مثل قائم الزاوية

• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية اثبات بان ثلاثة نقاط تقع على استقامة واحدة.

• قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية اثبات اربع نقاط تمثل رؤوس متوازي اضلاع باستعمال قانون المسافة.

• قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية إيجاد احداثيات نقطة منتصف قطعة مستقيمة.

• بين للطلاب بان نقطة المنتصف تعد بمثابة الوسط الحسابي لقيمة كل من الاحداثيين (x,y) للنقطتين

امثلة اضافية :

قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لامثلة الدرس في كتاب الطالب.

(1) اذا كانت $M(3,2)$ هي نقطة منتصف \overline{AB} وكانت $A(3,1)$ فجد احداثي النقطة B .

$$(3,2) = \left(\frac{3+x_2}{2}, \frac{2+y_2}{2} \right) \rightarrow 3 = \frac{3+x_2}{2} \rightarrow x_2 = 3$$

$$2 = \frac{1+y_2}{2} \rightarrow y_2 = 3 \quad B(3,3)$$

(2) بين نوع الشكل الرباعي الذي رؤوسه النقاط

$A(4,-1), B(0,2), C(-3,-4), D(5,-10)$

$$d_{AB} = \sqrt{(0-4)^2 + (2+1)^2} = 5$$

$$d_{CD} = \sqrt{(5+3)^2 + (-10+4)^2} = 10$$

$$d_{BC} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{45}$$

$$d_{AD} = \sqrt{(5-4)^2 + (-10+1)^2} = \sqrt{82}$$

شكل رباعي غير منتظم .

تأكد من فهمك : اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

السؤال (3) يتطلب الحل استعمال الحقيقة الآتية:

$$d_{AB} + d_{BC} = d_{AC}$$

السؤال (4) يتطلب الحل تنبيه الطلبة الى عدم استعمال فكرة التمثيل البياني او قانون الميل لحله.

يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب اللذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2, 4, 5, 7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند ايجاد المسافة بين نقطتين عند تطبيق نظرية فيثاغورس فيكون المثلث غير قائم الزاوية ، فذكرهم بأنه يجب ان يكون في المثلث ضلعان متعامدان.

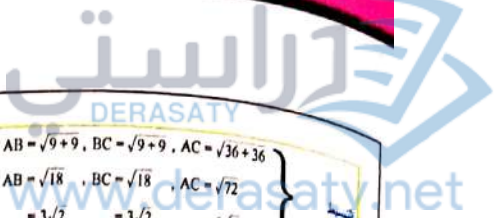
3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب اللذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل تمرينات : اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم. دقق

تدرب وحل مسائل حياتية : اطلب الى الطلاب حل المسائل

الحياتية وتابع اجاباتهم.



www.derasaty.net

AB = $\sqrt{9+9}$, BC = $\sqrt{9+9}$, AC = $\sqrt{36+36}$
 AB = $\sqrt{18}$, BC = $\sqrt{18}$, AC = $\sqrt{72}$
 = $3\sqrt{2}$, = $3\sqrt{2}$, = $6\sqrt{2}$

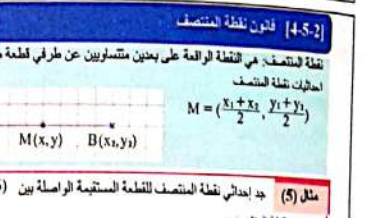
الكل يساوي مجموع الاجزاء
 $6\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$
 AC = AB + BC
 اي:
النقطة A, B, C تقع على استقامة واحدة.

مثال (3) بين نوع المثلث الذي رؤوسه $A(3,-4), B(5,-2), C(5,-6)$ من حيث الاضلاع وحل المثلث قائم الزاوية.
 قانون المسافة بين نقطتين
 بالتعويض من نقطتين
 بالتبسيط
 $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$
 $AB = \sqrt{(5-3)^2 + (-2+4)^2}$
 $BC = \sqrt{(5-5)^2 + (-6+2)^2}$
 $AC = \sqrt{(5-3)^2 + (-6+4)^2}$

$AB = \sqrt{4+4}$, $BC = \sqrt{0+16}$, $AC = \sqrt{4+4}$
 $AB = \sqrt{8}$, $BC = 4$, $AC = \sqrt{8}$
 $= 2\sqrt{2}$, = 4, = $2\sqrt{2}$

التبسيط
 $AB = AC$ ∴ المثلث متساوي الساقين
 $(4)^2 = (\sqrt{8})^2 + (\sqrt{8})^2$
 $(4)^2 = 8 + 8$
 عكس مبرهنة فيثاغورس ∴ المثلث قائم الزاوية في A.

مثال (4) بين بانتمثل قانون المسافة ان النقط $A(-2,3), B(-1,4), C(2,-1), D(1,-2)$ رؤوس متوازي اضلاع
 قانون المسافة بين نقطتين
 بالتعويض من نقطتين
 بالتبسيط
 $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$
 $AB = \sqrt{(-1+2)^2 + (4-3)^2}$
 $= \sqrt{1+1}$
 $= \sqrt{2}$
 $DC = \sqrt{(1-2)^2 + (-2+1)^2}$
 $= \sqrt{1+1}$
 $= \sqrt{2}$
 $AB = DC$ ∴
 نفس الطريقة
 $AD = \sqrt{(1+2)^2 + (-2-3)^2}$
 $= \sqrt{9+25}$
 $= \sqrt{34}$
 $BC = \sqrt{(2+1)^2 + (-1-4)^2}$
 $= \sqrt{9+25}$
 $= \sqrt{34}$
 $AD = BC$
 ∴ الشكل ABCD متوازي اضلاع (خواص متوازي الاضلاع كل ضلعين متقابلين متساويين)



www.derasaty.net

[4-5-2] قانون نقطة المنتصف
 نقطة المنتصف: هي النقطة الواقعة على يمين متساويين عن طرفي قطعة مستقيم وتنتمي له.
 احداثيات نقطة المنتصف
 $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$

مثال (5) جد احداثي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصله بين $A(3,-8), B(3,6)$
 قانون نقطة المنتصف
 بالتعويض بالنقطتين
 بالتبسيط
 $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$
 $= \left(\frac{3+3}{2}, \frac{-8+6}{2} \right)$
 $= \left(\frac{6}{2}, \frac{-2}{2} \right) = (3, -1)$
 ∴ نقطة منتصف \overline{AB} هي $(3, -1)$.

مثال (6) كانت $M(1,-3)$ نقطة منتصف \overline{AB} وكانت $A(-1,-2)$ جد احداثي النقطة B
 قانون نقطة المنتصف
 غرض: $B(x_2, y_2)$ وبالتعويض بالنقطتين
 الضرب التبادلي والتبسيط
 $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$
 $(1, -3) = \left(\frac{-1+x_2}{2}, \frac{-2+y_2}{2} \right)$
 $1 = \frac{-1+x_2}{2} \Rightarrow -1+x_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 3$
 $-3 = \frac{-2+y_2}{2} \Rightarrow -2+y_2 = -6 \Rightarrow y_2 = -4$
 احداثيات B : $B(3, -4)$

مثال (7) بين بانتمثل قانون المنتصف ان النقط $A(-2,3), B(-1,4), C(2,-1), D(1,-2)$ رؤوس متوازي اضلاع
 قانون نقطة المنتصف
 منتصف القطر \overline{AC}
 منتصف القطر \overline{BD}
 $M_1 = \left(\frac{-2+2}{2}, \frac{3+(-1)}{2} \right)$
 $M_2 = \left(\frac{-1+1}{2}, \frac{4+(-2)}{2} \right)$
 $M_1 = \left(\frac{0}{2}, \frac{2}{2} \right)$
 $M_2 = \left(\frac{0}{2}, \frac{2}{2} \right)$
 $M_1 = (0, 1)$
 $M_2 = (0, 1)$
 $M_1 = M_2$ ∴ الشكل ABCD متوازي اضلاع (خواص متوازي الاضلاع قطراه احدهما ينصف الاخر)

مثال (8) بين بانتمثل نقطة المنتصف M رؤوس مثلث حيث $AB=AC$ النقطة M منتصف \overline{BC} جد طول \overline{AM} .
 قانون نقطة المنتصف، التبسيط
 قانون المسافة بين نقطتين
 التعويض
 التبسيط
 $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right) = \left(\frac{5+5}{2}, \frac{3+(-1)}{2} \right) = (5, 1)$
 $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$
 $= \sqrt{(5-3)^2 + (1-1)^2}$
 $= \sqrt{4} = 2$

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب دور المستوى الضعيف الى امثلة اضافية.

اكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم.

4 تقويم

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس. اذا كانت $M(-2,2)$ هي نقطة منتصف \overline{AB} وكانت $A(-4,1)$ فجد احداثي النقطة B .

$$(-2,2) = \left(\frac{-4+x_2}{2}, \frac{1+y_2}{2}\right) \rightarrow -2 = \frac{-4+x_2}{2} \rightarrow x_2 = 0$$

$$2 = \frac{1+y_2}{2} \rightarrow y_2 = 3 \quad \text{احداثيات النقطة } B(0,3)$$

5 توسعة

قدم تدريبات إثرائيه للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

اطلب إليهم حل السؤال الآتي:

• اطلب إليهم حل السؤال الآتي:

ABC مثلث متساوي الساقين جد طول العمود النازل من رأس المثلث A على القاعدة إذا علمت ان رؤوسه النقاط

$$A(0,5), B(-2,0), C(2,0)$$

العمود AB النازل من رأس المثلث المتساوي يتوقف القاعدة في نقطة D وعليه فإن $D(x,y)=(0,0)$

ينصف القاعدة في نقطة D وعليه فإن $D(x,y)=(0,0)$

$$d_{AB} = \sqrt{(0-0)^2 + (0-5)^2} = 5$$

- تأكد من فهمك**
- 1 اوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:
i) (0,0), (3,8) ii) (-3, -1), (1, -4) iii) (-1, -2), (3, -4)
 - 2 اوجد نقطة المنتصف للازواج (i), (ii), (iii) في سؤال 1.
 - 3 باستعمل قانون المسافة بين نقطتين، أنت ان الخط $A(-2, -1), B(-1, 0), C(4, 5)$ على استقامة واحدة.
 - 4 من نوع المثلث الذي رؤوسه $A(2, 4), B(-4, 2), C(-1, -2)$ من حيث الاضلاع وهل المثلث قائم الزاوية؟
 - 5 بين ان الخط الآتية: $A(4, 0), B(6, -6), C(-8, 0), D(-10, 6)$ باستعمال قانون المسافة بين نقطتين.
 - 6 اذا كانت $M(1-2, 0)$ منتصف \overline{AB} وكانت $A(4, 0)$ فجد احداثي النقطة B.

- تدريب وحل التمرينات**
- 1 اوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:
i) (8,1), (-4,3) ii) (6, -9), (0,2) iii) (-2,4), (-6, -2)
 - 2 اوجد نقطة المنتصف للازواج (i), (ii), (iii) في السؤال 1.
 - 3 باستعمل قانون المسافة بين نقطتين، أنت ان الخط $A(1, -3), B(3, -4), C(-1, -2)$ على استقامة واحدة.
 - 4 بين نوع المثلث الذي رؤوسه $A(2, -1), B(2, 1), C(-1, -1)$ من حيث الاضلاع وهل المثلث قائم الزاوية؟
 - 5 بين ان الخط الآتية: $A(-3, 5), B(2, 7), C(1, 9), D(-4, 7)$ باستعمال قانون المسافة بين نقطتين.
 - 6 اذا كانت $M(4, -2)$ منتصف \overline{AB} وكانت $B(5, 1)$ فجد احداثي النقطة A.

- تدريب وحل مسائل حياتية**
- 1 **هدسة:** مثلث رؤوسه $A(6, 4), B(2, 6), C(0, -4)$ ، تحقق من ان طول القطعة المتوسطة التي تنصلي ضلعين فيه يساوي نصف طول الضلع الثالث.
 - 2 **تحديد موقع:** موقع بيت محمود عند النقطة $(-4, 0)$ وموقع مدرسته عند النقطة $(0, -3)$ ما المسافة التي يقطعها محمود عند ذهابه الى المدرسة، علماً ان طول ضلع كل مربع في المستوى الاحداثي يمثل كيلومتراً واحداً؟

- فكر**
- 1 **تحدي:** اوجد طرفا احد القطر من المثلث $A(-1, 1), B(5, 1)$ ، ج: (i) احداثيات مركزها (ii) مساحتها.
 - 2 **اكتشف الخطأ:** وجدت شيد احداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة التي طرفيها $(6, 1), (8, 3)$ فكانتها $(8\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}) = (1, 1)$ اكتب علاقة قانون نقطة المنتصف بإحداثيات الوسيط الحسابي.

الإثراء

1) اذا كانت \overline{AB} قطعة مستقيم بإذ احداثي نقطة منتصفها $C = \left(\frac{3}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ ، فاذا علمت ان $A(4,1)$ فما احداثيات النقطة B؟

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{-1}{2}\right) = \left(\frac{4+x_2}{2}, \frac{1+y_2}{2}\right) \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{4+x_2}{2} \rightarrow x_2 = -1$$

$$\frac{-1}{2} = \frac{1+y_2}{2} \rightarrow y_2 = -2 \quad \text{احداثيات النقطة } B(-1, -2)$$

2) اثبت ان النقاط التالية تمثل رؤوس مربع

$$A(-1,0), B(0,3), C(3,2), D(2,-1)$$

$$d_{AB} = \sqrt{(0+1)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$$

$$d_{CD} = \sqrt{(2-3)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{10}$$

$$d_{BC} = \sqrt{(3-0)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{10}$$

$$d_{AD} = \sqrt{(2+1)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{10}$$

$$m_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 3, \quad m_{BC} = \frac{-1}{3} \rightarrow \overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BC}$$

الشكل ABCD شكل رباعي أضلاعه متساوية وزواياه قائمة
فذا هو مربع.

Multiple Choice

الدرس 14-5 المسافة بين نقطتين

Distance between two Points

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

- 1 المسافة بين نقطتين $(0,3), (2,-5)$ تساوي:
a) $2\sqrt{17}$ b) $\sqrt{10}$ c) $17\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{17}$

- 2 نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواسلة بين النقطتين $(3,-1), (7,-3)$ هي:
a) (5,2) b) (-2,5) c) (5,-2) d) (-5,-2)

- 3 اذا كانت نقطة منتصف قطعة مستقيم AB هي $(2,1)$ حيث $A(a,b), B(3,2)$ فان قيمة b هي:
a) $a-1, b-1$ b) $a+1, b-1$ c) $a-1, b=0$ d) $a+1, b=0$

- 4 قانون المسافة بين النقطتين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ هو:
a) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ b) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}$
c) $\sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2}$ d) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

- 5 قانون نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواسلة بين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ هو:
a) $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ b) $\left(\frac{x_1 + x_2}{3}, \frac{y_1 + y_2}{3}\right)$
c) $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ d) $\left(\frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{x_1 + x_2}{2}\right)$

- 6 النقطة $(2, -2)$ هي منتصف القطعة المستقيمة الواسلة بين:
a) (-8, -1), (4, -3) b) (8, 1), (1, -3)
c) (8, 1), (4, -3) d) (8, -1), (-4, -3)

- 7 باستعمال قانون المسافة، المثلث الذي رؤوسه $A(3, -1), B(-3, 3), C(-3, -1)$ متساوي الساقين
a) متساوي الساقين b) متساوي الاضلاع
c) مختلف الاضلاع حاد الزوايا d) مختلف الاضلاع قائم الزاوية

الدرس 4-6] النسب المثلثية

Trigonometric Ratios

مفكرة الدرس

ت- تعرف الى النسب المثلثية الاسفوية
 ح- النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة
 ح- إيجاد قيم عبارات تتضمن زوايا الخاصة
 ح- المقادير

ح- النسب المثلثية
 ح- $\sin, \cos, \tan, \sec, \csc, \cot$
 ح- الزوايا الخاصة
 ح- $60^\circ, 45^\circ, 30^\circ, 90^\circ, 0^\circ$

تعليم

وهي سماح على بعد h متر من
 نارية، ومن خلال جهازه نظر
 اعلى النارية بزاوية معينة
 - كيف تساعد النسب المثلثية في
 ايجاد ارتفاع النارية؟

4-6-1] النسب المثلثية ($\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$)

تعرفت سابقاً على عناصر المثلث حيث يتكون من ثلاث زوايا وثلاثة اضلاع ويسمى المثلث بزواياه (اعد الزوايا، منحرف الزاوية، قتم الزاوية) او بضلعايه (مثنوي الاضلاع، مثنوي الساقين، مختلف الاضلاع).
 حساب المثلثات: هي دراسة العلاقة بين زوايا المثلث و اضلاعه
 النسبة المثلثية: هي النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من اضلاع المثلث القائم الزاوية.
 النسبة الاساسية هي: الجيب \sin والجيب تمام \cos ، الظل \tan .

جيب الزاوية θ (يرمز له $\sin\theta$): هي النسبة بين الضلع المقابل للزاوية θ و الوتر:
 $\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

جيب تمام الزاوية θ (يرمز له $\cos\theta$): هي النسبة بين الضلع المجاور للزاوية θ و الوتر:
 $\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

ظل الزاوية θ (يرمز له $\tan\theta$): هي النسبة بين الضلع المقابل للزاوية θ والضلع المجاور لها:
 $\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

لإيجاد النسب المثلثية (\sin, \cos, \tan) نضع ما يلي:
 (1) رسم تخطيطي لمثلث قائم الزاوية، وقلبت عليه العطايف.
 (2) نستخدم معرفة فيثاغورس لإيجاد الضلع المجهول.
 (3) نستعمل النسب المثلثية لإيجاد المطلوب.

مثال (1) من الشكل المجاور، جد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية θ .
 استعمل معرفة فيثاغورس لإيجاد طول الضلع AB (المقابل)
 مربعه يساوي مجموع
 مربعي الضلعين الآخرين
 $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$
 $(5)^2 = (AB)^2 + (4)^2$
 $(AB)^2 = 25 - 16 = 9$
 $AB = 3$

استعمل النسب المثلثية لـ θ
 الجيب $\sin\theta = \frac{\text{المقابل للزاوية } \theta}{\text{الوتر}} = \frac{3}{5}$
 الجيب تمام $\cos\theta = \frac{\text{المجاور للزاوية } \theta}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5}$
 الظل $\tan\theta = \frac{\text{المقابل للزاوية } \theta}{\text{المجاور للزاوية } \theta} = \frac{3}{4}$

التعرف الى النسب المثلثية الأساسية	نتائج التعلّم
النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة	
إيجاد قيم عبارات تتضمن زوايا خاصة	المواد والوسائل
ورقة عمل، أدوات هندسية	

1] تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورق العمل واطلب اليهم ان يرسموا في ورقة العمل مثلث متساوي الاضلاع باستعمال الأدوات الهندسية طول كل ضلع 2 وحدة .

• اطلب الى المجموعات ان ينزلو عموداً من رأس المثلث على قاعدته في النقطة D.

• اسأل الطلاب : ما قياس كل زاوية من زوايا المثلث ABC ؟
 60 درجة لكل زاوية مثلث متساوي الزوايا.

• هل العمود AD ينصف القاعدة BC ؟ نعم
 • هل العمود ينصف زاوية رأس المثلث A ؟ نعم
 • ما طول اضلاع المثلث ADC القائم الزاوية ؟

$AD = \sqrt{3}, DC = 1, AC = 2$

• اسأل الطلاب : في المثلث القائم الزاوية ماذا نسمي الضلع المقابل للزاوية القائمة؟ الوتر

اسأل الطلاب: هل يمكن الربط بين قياس اطوال الاضلاع مع زوايا المثلث القائم بعلاقات خاصة ؟

• استمع الى اجاباتهم وقل لهم انهم سيدرسون في هذا الدرس المفاهيم الأساسية للنسب المثلثية واستعمالاتها.

2] شرح وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب اليهم قراءة المعلومة المعطاة وتهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

• اسأل الطلاب :

بماذا يمكننا الاستفادة من نظرية فيثاغورس؟ لإيجاد طول الضلع القائم.

بين للطلاب بانهم سوف نسمي الاضلاع في المثلث القائم الزاوية لإيجاد قيم النسب المثلثية (مقابل - مجاور - وتر) بالاعتماد على الزاوية المحددة.

• قدم المثالين (2) ليتعلم الطلاب كيفية إيجاد النسب المثلثية الأساسية وفقاً للخطوات المثبتة.

• قدم المثالين (3,4) لتوضح الطلاب كيفية إيجاد النسب المثلثية الأساسية وفقاً للخطوات المثبتة.

إعادة التعليم

جد القيمة العددية للمقادير الآتية :

1) $\cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$

$$\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{4}$$

2) $(\sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ)^2 + (\sin 30^\circ \cdot \sin 60^\circ)^2$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{2}\right)^2 + (1)^2$$

$$= (\sqrt{2})^2 + 1 = 2 + 1 = 3$$

تدريبات : جد القيمة العددية للمقادير الآتية

1) $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

2) $(\tan 45^\circ - \sin 30^\circ)(\tan 30^\circ + \cot 60^\circ)$

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

أمثلة إضافية:

قدم الأمثلة الإضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

المثلث ABC قائم الزاوية في B ، إذا كان $\sin A = \frac{3}{5}$ فجد $\csc A$, $\sec A$, $\cot A$

باستعمال نظرية فيثاغورس نجد ان $AB = 4$

$$\csc A = \frac{5}{3}, \sec A = \frac{5}{4}, \cot A = \frac{4}{3}$$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

المسألة (6) يتطلب الحل رسم شكل توضيحي تثبت عليه معطيات المسألة لتسهيل فهم خطوات الحل.

يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1, 3, 4, 5) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب في التعويض بقيم الزوايا الخاصة، فلذا نذكرهم باستخدام أطوال اضلاع المثلث القياسي القائم الزاوية الذي طول وتره يساوي 2 وحدة.

3 - تدريب:

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل تمرينات:

اطلب إلى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم.

تدرب وحل مسائل حياتية:

اطلب إلى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

فكر:

اطلب إلى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب نوع المستوى الضعيف لأسئلة إضافية.

المسألة (14) يتطلب المسألة استعمال قيم النسب المثلثية لمعرفة نوع المثلث.

مثال (2) المثلث القائم الزاوية في B قائم في B

$\sin A = \frac{3}{5}$, $\cos A = \frac{4}{5}$, $\tan A = \frac{3}{4}$
 $\csc A = \frac{5}{3}$, $\sec A = \frac{5}{4}$, $\cot A = \frac{4}{3}$

مثال (3) $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ = \sin 90^\circ$

مثال (4) $\tan 30^\circ = \frac{h}{12}$

$h = 12 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \text{ m}$

Relations of Trigonometric Ratios

مثال (9) $\sin A = \frac{3}{11}$, $\cos A = \frac{8}{11}$, $\tan A = \frac{3}{8}$, $\csc A = \frac{11}{3}$, $\sec A = \frac{11}{8}$, $\cot A = \frac{8}{3}$

مثال (10) $\sin 45^\circ \cos 45^\circ + \cos 45^\circ \sin 45^\circ = 2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ$

Relations of Trigonometric Ratios

مثال (11) $\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \cos 30^\circ \sin 60^\circ = \sin 90^\circ$

مثال (12) $\sin 45^\circ \cos 45^\circ + \cos 45^\circ \sin 45^\circ = 2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ$

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.
سارية علم ترتفع 12m عن سطح ارض مستوية مثبتة بسلك تثبيت

يصنع زاوية مع الأرض مقدارها 30° جد طول السلك .

تصنع سارية العلم والسلك مثلث قائم الزاوية .

نفرض طول السلك L وعليه :

$$\sin 30^\circ = \frac{12}{L} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{12}{L} \rightarrow L = 24m$$

5 توسعة

تدريبات إثرائيه للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة

وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

اطلب إليهم ان يحلو المسألة الآتية:

اثبت ان :

$$\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$$

$$L.S = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 = R.S$$

في المثلث ABC قائم الزاوية في B، إذا كانت $\cot A = \sqrt{3}$ جد:

السؤال (2) مشابه للسؤالين 2,5

1) $\tan A$ 2) $\sin A$ 3) $\csc A$ 4) $\sec A$ 5) $\cos A$

اثبت ما يأتي:

السؤال (3) مشابه للسؤالين 6,3

i) $(\cos 30^\circ - \csc 45^\circ)(\sin 60^\circ + \sec 45^\circ) = -\frac{5}{4}$ ii) $2\sin 30^\circ \sec 30^\circ = \csc 60^\circ$

السؤال (4) مشابه للسؤال 4

طائرة ورقية ارتفاعها 3√3 m عن سطح الأرض، إذا كان الحبل الممتد بها يصنع زاوية مقدارها 60° مع الأرض. جد طول الحبل.

تدريب وحل التمرينات

5 من الشكل المجاور، جد النسب المثلثية الآتية:

i) $\cot A$ ii) $\cot C$ iii) $\sec C$ iv) $\csc A$

6 في المثلث ABC قائم الزاوية في B، إذا كانت $\sec A = \sqrt{2}$ جد:

i) $\sin A$ ii) $\cot C$ iii) $\csc A$ iv) $\cos C$

7 اثبت ما يأتي:

i) $\cos 60^\circ \csc 60^\circ + \sin 60^\circ \sec 60^\circ = \frac{4}{\sqrt{3}}$ ii) $\sin 45^\circ \sec 45^\circ + \csc 45^\circ \sin 45^\circ = 2$.

تدريب وحل مسائل حقيقية

8 رياضية: عمل جهاز رياضي مثلث لتمرين السير بزاوية قدرها 30°، فإذا كان طرف الجهاز يرتفع 1.5m عن سطح الأرض. فما طول حزام الجهاز؟

9 تزلج على الجليد: في موقع للتزلج على أحد التلال، كان ارتفاع التلة الرئيسية 500m وزاوية ميلها عن مستوى الأرض 60°. معلوم سطح التزلج؟

10 سلم اعطاء الحرائق: سلم اعطاء حريق طوله 20m يرتكز أحد طرفيه على بداية والشرف الآخر على أرض أفقية بزاوية 45°. جد ارتفاع نقطة ارتكاز طرف السلم على البنية.

11 حديقة: وضعت بذات على بعد 25m من قاعدة شجرة ارتفاعها 25m فما قياس الزاوية التي تشكلها مع قمة الشجرة؟

المقرر

12 تعدد: في الشكل المجاور، جد القيم الموضحة (*) باستعمال النسب المثلثية

13 مسألة متطابقة: مثلث قائم الزاوية في B، $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ كيف تعد قيمة الزاوية C؟

14 تحويل: إذا كان جيب زاوية وجيب تمامها متساويين في مثلث قائم الزاوية ما نوبو المثلث من حيث أطوال أضلاعه؟

التدريب

مسألة تستعمل فيها نسبة الجيب لإيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية ثم حلها.

الإثراء

جد القيمة العددية لكل مما يأتي :

1) $2\sin 60^\circ + \cos^2 30^\circ - \tan 60^\circ$

$$2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{4} - \sqrt{3} = \frac{3}{4}$$

2) $(\sin 30^\circ + \cos 60^\circ)(\sec 60^\circ - \csc 30^\circ)$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)(2 - 2) = 1 \times 0 = 0$$

(3) أثبت أن : $\sec^2 45^\circ - \tan^2 45^\circ = 1$

$$L.S = (\sqrt{2})^2 - (1)^2 = 2 - 1 = 1 = R.S$$

(4) طائرة ورقية طول خيطها 60m والزاوية التي يصنعها الخيط مع الأرض تساوي 30° فما هو ارتفاع الطائرة الورقية؟

$$\sin 30^\circ = \frac{L}{60}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{L}{60} \rightarrow L = 30m$$



Multiple Choice

الدروس [4-6] النسب المثلثية

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 من الشكل المجاور، نسبة $\sin \theta$ تكافئ:

a) $\frac{AB}{AC}$ b) $\frac{BC}{AB}$ c) $\frac{BC}{AC}$ d) $\frac{AB}{AC}$

2 في المثلث قائم الزاوية في B، إذا كانت $\cos A = \frac{3}{5}$ فإن $\tan C$ يساوي:

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{3}{4}$

3 إذا كانت $\tan \theta = \frac{1}{3}$ فإن قيمة θ تساوي:

a) 45° b) 60° c) 90° d) 30°

4 قيمة النسبة المثلثية $\sin 30^\circ \cos 30^\circ$ تساوي:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ d) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

5 طرف نسبة $\cos \theta$ هي:

a) $\sin \theta$ b) $\sec \theta$ c) $\csc \theta$ d) $\cot \theta$

6 قيمة النسبة المثلثية $(\sec 60^\circ)^2 - (\tan 60^\circ)^2$ تساوي:

a) -1 b) 0 c) 2 d) 1

7 $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية في B كما في الشكل المجاور. قيمة النسبة المثلثية $(\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2$ تساوي:

a) -1 b) 0 c) 2 d) 1

8 إذا كانت $\csc \theta = 2$ فإن قيمة θ تساوي:

a) 45° b) 60° c) 90° d) 30°

خطة حل المسألة (تحديد معقولية الإجابة)

الدرس 4-7

Problem Solving Plan (Determining Feasibility Answer)

التعلم



لا تكنت النقطة A (3, -2) تمثل موقع بيت محمد على المستوى الإحداثي، والنقطة B (3, 4) تمثل موقع مدرسته. قطع محمد ثقت المسافة بين البيت والمدرسة المسافة 1.2km تقريبا مسطورا أم المسافة 1.9km ؟ لا كان طول كل مربع في المستوى الإحداثي يساوي 1km.

اقرأ درسي
• استعمل تحديد معقولية الإجابة في حل المسألة.

الفهم

ما المعطيات في المسألة؟ النقطة A (3, -2) تمثل موقع بيت محمد، والنقطة B (3, 4) تمثل موقع مدرسته، المسافة التي قطعها هي ثلث المسافة بين البيت والمدرسة.
ما المطلوب من المسألة؟ المسافة المقعولة التي قطعها محمد أم 1.2km أم 1.9km.

خطط

كيف تحل المسألة؟ جد المسافة بين البيت والمدرسة، محمد قطع $\frac{1}{3}$ المسافة، فممكن تقسيم المسافة إلى 3 مستطورية.

حل

قانون المسافة بين نقطتين
التعويض بالنقطتين
التبسيط
من $\frac{1}{3} \times 6 = 2km$

المسافة 1.9km أقرب إلى 2km منه إلى المسافة 1.2km.
لذا فإن المسافة المقعولة التي قطعها محمد هي 1.9km.

تحقق

لذا الحل مقبول $1.9 \times 3 = 5.7 \approx 6$

نتائج التعلم : استعمال تحديد معقولية الإجابة في حل المسألة.

المواد والوسائل : ورقة عمل (ورقة بياني) ، مسطرة شفافة.

1- تهيئة : اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية:

نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورق العمل واطلب أن يرسموا الاحداثي السيني والصادي على ورقة المربعات وأن يعينوا النقطتين (2,4) ، (-4,2) في المستوي ثم اطلب اليهم رسم قطعة مستقيم بين النقطتين وقياس طولها .

كرر العملية بحسب الوقت وقم بتسجيل النتائج واعلن الفائز منها .

2 - شرح وتفسير :

الفهم :

- أرشد الطلاب الى المعطيات والمطلوب في المسألة .
- اطلب الى الطلاب تحوير المعطيات ، ووضع خط تحت المطلوب .

خطط :

ناقش الطلاب في الطريقة المناسبة لحل هذه المسألة واستمع إلى مقترحاتهم .
بين للطلاب أن حل المسألة باستعمال تحديد معقولية الإجابة هي الطريقة الأنسب للحل .

حل :

قم بحل المسألة على وفق خطة تحديد معقولية الإجابة ،
وقدم الأسئلة الآتية للتلاميذ في أثناء الشرح لتوجيه انتباههم .

ما قانون المسافة بين نقطتين ؟
ما تقريب 1.9 لا قرب عدد صحيح ؟ 2

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

تحقق :

- كيف اتحقق من صحة الحل ؟ **استمع الى تبريرات الطلاب.**
- وجه الطلاب الى استعمال التقريب للتحقق .
- اطلب الى الطلاب حل المسائل (1,2,4) من صفحة **تمرينات الدرس** كواجب بيتي.

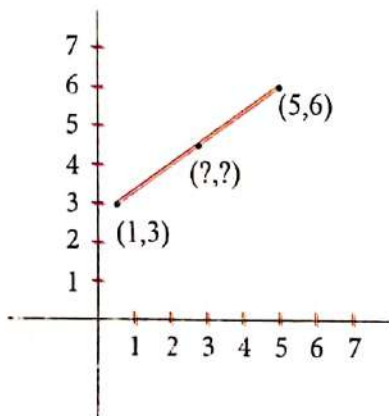
خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب في معرفة الطريقة التي تستخدم للتحقق من صحة الحل . عليك ان تذكرهم بوجود اكثر من طريقة لحساب المسافة بين النقطتين في المستوى الاحداثي .

3 - تدريب:

- ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات
- اقرأ المسائل امام الطلاب واطلب اليهم حلها وتابع اجاباتهم .

4 - تقويم :

جد نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة في الشكل الاتي باستعمال خطة حل المسألة (معقولة الاجابة) .



الحل :

استعمل قانون نقطة المنتصف لايجاد احداثيات نقطة المنتصف

$$M(x,y) = \left(\frac{5-1}{2}, \frac{6-3}{2} \right) \rightarrow x = 2, y = \frac{3}{2}$$

احداثيات نقطة المنتصف M هي $(2, \frac{3}{2})$

Problems

مسائل

حل المسائل التالية باستراتيجية (تحديد معقولة الاجابة):

1. اذ كانت جمانة ان المسافة بين النقطتين A,B كما في الشكل المذكور تساوي تقريبا 3cm ولقد اختارنا سائل ان المسافة بين النقطتين نفسيهما تساوي تقريبا 2cm. ايها اجابتهما معقولة؟

2. حل احداثيات النقطة (-3,-2) هي الاقرب الى نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين A(5,1) و B(3,-5) ام النقطة (4,-1) ؟

3. المسافة بين مدينتين 280km، تمثل نسبة 20% من المسافة بين المدينتين تقريبا 69km ام 150km ؟

4. الجدول في اذنه يمثل ما قطعه ثلاثة اشخاص لمسافة مقدارها 160km

نسبة المئوية لما قطعه الشخص الاول	النسبة المئوية لما قطعه الشخص الثاني	النسبة المئوية لما قطعه الشخص الثالث
50%	70%	80%

ما للتقدير المقبول لما قطعه الشخص الاول و الثالث؟
100km ام 129km.

31

- استعمل مراجعة الفصل للتأكد من امتلاك الطلاب المهارات اللازمة لحل التمرينات .
- قدم المثال لكل درس واطلب الى الطلاب حل التدريب وتابع إجابتهم ؟

مراجعة الفصل

Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
Distance Pair	الزوج المرنك	Distance between two Points Formula	لانون المسافة بين نقطتين
Coordinate Plane	المستوي الإحداثي	Midpoint	نقطة المنتصف
Linear Equation	المعادلة الخطية	The Midpoint Formula	لانون نقطة المنتصف
Quadratic Equation	المعادلة التربيعية	Parallel Lines	المستقيمات المتوازية
Vertical	العمودي	Perpendicular Lines	المستقيمات المتعامدة
Horizontal	الأفقي	Trigonometric Ratios	النسب المثلثية
Slope	الميل	Special Angles	الزوايا الخاصة
X-Intercept	المقطع السيني	Y-Intercept	المقطع الصادي

الدرس [4-1] التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الإحداثي

مثال 1: ميل المعادلة $y = 5x - 2$ في المستوى الإحداثي.

x	y = 5x - 2	(x, y)
0	y = 5(0) - 2	(0, -2)
1	y = 5(1) - 2	(1, 3)

مثال 2: ميل المعادلة $y = 2x^2$ في المستوى الإحداثي.

x	y = 2x^2	(x, y)
0	0	(0, 0)
1	2	(1, 2)
-1	2	(-1, 2)

تدريب 1: ميل المعادلة $y = 2x + 1$ في المستوى الإحداثي

تدريب 2: ميل المعادلة $y = 3x^2 + 1$ في المستوى الإحداثي

تدريب 3: ميل المعادلة $y = 3$ في المستوى الإحداثي

تدريب 4: ميل المعادلة $x = 3$ في المستوى الإحداثي

الدرس [4-2] ميل المستقيم

مثال (1): جد ميل المستقيم المار بالنقطتين i) (5, -2), (3, -1)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-2)}{3 - 5} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

ii) (7, -3), (5, -3)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - (-3)}{7 - 5} = \frac{0}{2} = 0$$

تدريب 1: جد ميل المستقيم المار بالنقطتين: i) (-2, 1), (6, 7) ii) (4, 2), (1, 2) iii) (4, 2), (4, -1)

الدرس [4-3] معادلة المستقيم

مثال (2): جد المعادلة الصادي للمعادلة $4x - 3y = 12$

$$4x - 3y = 12$$

$$x = 0 \Rightarrow 4(0) - 3y = 12$$

$$y = -4 \Rightarrow \text{المقطع الصادي} = (0, -4)$$

$$y = 0 \Rightarrow 4x - 3(0) = 12$$

$$x = 3 \Rightarrow \text{المقطع السيني} = (3, 0)$$

تدريب 1: جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (3, 4), (-2, 1)

تدريب 2: جد معادلة المستقيم الذي ميله $(\frac{1}{3})$ ومقطعه السيني يساوي (7)

تدريب 3: جد الميل والمقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته $2x - 4y = 8$

الدرس [4-4] المستقيمات المتوازية والمتعامدة

مثال: جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (2, 5)

i) الموازي للمستقيم المار بالنقطتين (1, 3), (3, -1)

ii) العمودي على المستقيم المار بالنقطتين (1, 3), (3, -1)

تدريب 1: برهن ان الشكل ABCD الذي رؤوسه A(3, 1), B(-1, 3), C(-3, -1), D(1, -3) متوازي اصلا

تدريب 2: برهن ان الخط: (1, -6), (4, 0), (6, 4) تقع على استقامة واحدة.

ii) $m_1 = -2, m_2 = \frac{1}{2}$ (معكاف)

تدريب: برهن ان المثلث الذي رؤوسه: A(0, -4), B(-1, 0), C(7, 2) مثلث قائم الزاوية.

$$y - y_1 = m_1(x - x_1)$$

$$y - 5 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$2y - 10 = x - 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 4$$

الدرس [4-5] المسافة بين نقطتين

مثال: اثبت ان النقط: A(-3, 4), B(3, 2), C(0, 3) على استقامة واحدة باستعمال قانون المسافة.

$$AB = \sqrt{(3+3)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(0+3)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(0-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$2\sqrt{10} = \sqrt{10} + \sqrt{10}$$

$\therefore AB = AC + BC$

الآن A, B, C على استقامة واحدة

تدريب: جد المسافة بين النقط A(0, 1), B(3, -1), C(-2, -2) مثلث قائم الزاوية؟

تدريب: باستعمال قانون المسافة بين النقط A(-1, -3), B(-6, 1), C(3, 3) تقع على استقامة واحدة؟

الدرس [4-6] النسب المثلثية

مثال: المثلث ABC القائم الزاوية في B كما في الشكل:

i) $\sin A$ ii) $\tan C$ $\Rightarrow \cos A = \frac{3}{5}$

مجاور الزاوية A يساوي 3k $\cos A = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}$

مقابل الزاوية A يساوي 4k $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

$$25k^2 = 9k^2 + (BC)^2$$

$$\therefore BC = 4k$$

مثال: جد القيمة العددية للخط:

$$\sin A = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}, \tan C = \frac{4k}{3k} = \frac{4}{3}$$

مثال: $(\sin 60^\circ)^2 (\tan 45^\circ)^2 + (\sin 30^\circ)^2$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 45^\circ = 1$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 (1)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

اختبار الفصل

• يهدف اختبار الفصل للتأكد من إتقان الطلاب لأفكار الفصل وملاحظة مواطن الخلل لديهم.

• يمكنك الإستعانة بالجدول التالي لمعالجة أخطاء الطلاب.

Chapter Test اختبار الفصل

1 من المعادلات التالية في المستوى الاحداثي

i) $2x - 4y = 8$ ii) $y = 2$ iii) $x = 2$ iv) $y = x^2 - 1$

2 جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين: A(-2, -3), B(2, 3)

3 جد قطع الجيبى والصدى للمعادلة الآتية: $y - x = 4$

4 جد معادلة المستقيم لعل مما يأتي:

(i) يمر بالنقطتين (3, -2), (1, 5)
(ii) ميله $\frac{3}{2}$ ومقطعته الصدى يساوي -5.
(iii) ميله $-\frac{1}{2}$ ومقطعته الجيبى يساوي 3.

5 استعمل معادلة الميل والنقطة لتحديد ميل المستقيم واحدى نقطته $2y - 3x = 8$

6 باستعمال الميل بين ما يأتي:

(i) الخطوط A(3, 2), B(0, -1), D(1, 0) على استقامة واحدة.
(ii) الخطوط التالية رؤوس اشعوزي الاضلاع A(4, 1), B(2, 2), C(-2, 4), D(0, 1)
(iii) المستقيم المار بالنقطتين A(3, 1), B(4, -1) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين C(4, -1), D(0, -3)

7 جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (0, 3) والموازى للمستقيم الذي ميله $-\frac{2}{3}$.

8 باستعمال قانون المسافة بين نقطتين، ثبت (i), (ii) في السؤال 6.

9 باستعمال قانون نصف المنتصف، ثبت العرء (ii) في السؤال 6.

10 في الشك ABC قائم الزوية في B، اذا كانت $\sin A = \frac{1}{2}$ جد:

i) $\cos A$ ii) $\tan A$ iii) $\cot C$ iv) $\sec A$

35

السؤال	الخطأ	المعالجة
1	لا يستطيع بعض الطلاب تمثيل المعادلة في المستوى الاحداثي	تدريبات إعادة التعليم للدرس 1
2-3	لا يتمكن بعض الطلاب ايجاد معادلة المستقيم	تدريبات إعادة التعليم للدرس 3
4-5	لا يستطيع بعض الطلاب ايجاد معادلة المستقيم باستعمال ميله	تدريبات إعادة التعليم للدرس 2
6	لا يستطيع بعض الطلاب استعمال قيمة الميل لاثبات نوع الشكل الرباعي.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 2
7	لا يتمكن بعض الطلاب ايجاد معادلة المستقيم باستعمال المستقيمتان المتوازيتان.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 4
8	لا يستطيع بعض الطلاب استعمال قانون المسافة لاثبات نوع الشكل الرباعي او لتحديد ما إذا كانت النقاط على استقامة واحدة ام لا.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 5
9	لا يتمكن بعض الطلاب ايجاد احداثيات نقطة المنتصف باستعمال قانون نقطة المنتصف.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 5
10	لا يتمكن بعض الطلاب ايجاد قيمة عبارة جبرية باستعمال النسب المثلثية للزوايا الخاصة.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 6

المواد والوسائل	الخطة الزمنية	المفردات	النتائج التعليمية	الدرس
	حصة واحدة			التمهيد للفصل الاختبار القبلي
المسطرة ، ورق مقوى ، اشكال هندسية ، ورقة عمل	3 حصص	العامد - الارتفاع الجانبي - المخروط - الهرم	1. ايجاد محيط ومساحة المضلعات المنتظمة 2. ايجاد الحجم والمساحة السطحية للهرم والمخروط	1 المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)
المسطرة ، ورق مقوى ، اشكال مثلثية ، ورقة عمل	3 حصص	المثلثان المتشابهان - نسبة التشابه	1. التعرف الى منصفات الزوايا والقطع المتوسطة للمثلث 2. التعرف الى كيفية تشابه مثلثين واستعمال التشابه في حل المسائل	2 المثلثات
المسطرة ، ورق مقوى ، اشكال مثلثية ، ورقة عمل	3 حصص	التناسب الهندسي	1. استعمال الاجزاء المتناسبة في المثلثات توازي مستقيمين او اكثر 2. استعمال التناسب لاجد قياسات مجهولة 3. استعمال التناسب الهندسي علي المستوي الاحداثي	3 التناسب والقياس في المثلثات
المسطرة ، ورق مقوى ، اشكال دائرية ، ورقة عمل	3 حصص	القوس - الوتر - المماس - المماس المشترك - الزوايا المركزية	1. ايجاد قياس الاقواس والزوايا المركزية للدوائر 2. التعرف الى المماس والمماس المشترك	4 الدائرة
المسطرة ، ورق مقوى ، اشكال مثلثية ودائرية ، ورقة عمل	3 حصص	الدائرة المحيطة - الدائرة المحاطة	1. استعمال خصائص المحاور ومنصفات الزوايا لرسم الدائرة المحيطة والدائرة المحاطة بمثلث 2. ايجاد اطوال القطع المستقيمة التي يحددها قاطعان على دائرة	5 المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة
المسطرة ، ورق مقوى ، اشكال دائرية ، ورقة عمل	حصتان	- الزاوية المحيطة - الزاوية المماسية	1. ايجاد قياس الزوايا المحيطة والمماسية 2. ايجاد قياسات زوايا تقاطع اضلاعها مع دائرة	6 الزوايا والدوائر
المسطرة	حصة واحدة		استعمال استراتيجيات الرسم	خطة حل المسألة (الرسم)
	حصة واحدة			مراجعة الفصل
	حصة واحدة			اختبار الفصل

تعلم الطالب سابقاً: المضلعات المنتظمة والزوايا الداخلية والخارجية والمركزية، كما تعرف الى العلاقة بين الزوايا المتبادلة والمتناظرة والمتجاورة، تطابق وتشابه المثلثات وخواص المثلثات كما تعرف الى متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف، كيفية ايجاد المساحة السطحية والحجم للأسطوانة والكرة، تعرف الى التحويلات الهندسية (الانسحاب، الانعكاس، والتناظر). واستعمل استراتيجيات الاستدلال المنطقي وانشاء نموذج، وسوف يتعلم في هذا الفصل ايجاد محيط ومساحة المضلعات المنتظمة، ايجاد حجم والمساحة الكلية لكل من الهرم والمخروط، التعرف الى منصفات الزوايا والقطع المتوسط للمثلث وكيفية تشابه المثلثين، كيفية استعمال الاجزاء المتناسبة في المثلثات لبرهان توازي مستقيمين أو أكثر، واستعمال التناسب لاجاد قياسات مجهولة، ايجاد الاقواس والزوايا المركزية للدوائر والتعرف الى المماس والمماس المشترك، استعمال خصائص المحاور ومنصفات الزوايا لرسم الدائرة المحيطة والدائرة المحاطة في مثلث وايجاد قياس الزوايا المحيطة والمماسية وحل مسائل حياتية.

التربط الرأسي

الدروس التي تَعَلَّمَهَا سابقاً

- المضلعات المنتظمة والزوايا الداخلية والخارجية والمركزية
- خواص المثلثات
- تطابق المثلثات وتشابهما
- الزوايا المتبادلة والمتناظرة والداخلية والعلاقة بينهما
- الاسطوانة والكرة (الخصائص، المساحة السطحية والحجم)
- مساحة الاشكال المركبة المنتظمة وغير المنتظمة
- خطة حل المسألة (الاستدلال المنطقي) أو (انشئ نموذجاً)

الدروس التي سَيَتَعَلَّمُهَا في هذا الفصل

- المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)
- المثلثات
- التناسب والقياس في المثلثات
- الدائرة
- المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة
- الزوايا والدائرة
- خطة حل المسألة (الرسم)

المفردات

- العامد: هو الخط النازل عمودياً من مركز مضلع منتظم على احد اضلاعه.
- الارتفاع الجانبي: هو ارتفاع احد اوجه المجسم.
- المثلثان المتشابهان: هما مثلثان تتناسب اضلاعهما وتتطابق زواياهما.
- الهرم: هو مجسم له في الاقل ثلاثة اوجه مثلثة الشكل وله قاعدة واحدة عبارة عن شكل مضلع.
- المخروط: هو مجسم له قاعدة واحدة فقط عبارة عن دائرة وله راس واحد.

الفصل 5

الهندسة والقياس

Geometric and Measurement

المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)	5.1
المثلثات	5.2
التناسب والقياس في المثلثات	5.3
الدائرة	5.4
المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة	5.5
الزوايا والدائرة	5.6
خطة حل المسألة (الرسم)	5.7



الانكسار المثلثية تحسلي البناء قوة وممتدة حيث تمزت الكثير من اعمال الرحلة الهندسة العراقية في جوهريه الانكسار الهندسية المثلثية، ومنها جسر في ابو ظبي بلغ ارتفاع راس المثلث 60m فوق مستوى سطح البحر

التمهيد للفصل

- وجه الطلاب الى صفحة الفصل في كتاب الطالب ثم اطلب اليهم ملاحظة الصورة وناقشهم في المعلومة المعطاة: في ابو ظبي جسر على شكل مثلث صممه الراحلة الهندسة العراقية زها حديد ، إذ يبلغ ارتفاع راس المثلث 60m فوق مستوى سطح البحر.

اسأل الطلاب : كم عند اضلاع المثلث ؟ 3
- هل المثلث مضلع منتظم ام غير منتظم ؟ منتظم اذا تساوت اطوال اضلاعه الثلاثة

- هل المثلث مجسم ام لا ؟ لا .

- ماهو ارتفاع اعلى نقطة في الجسر؟ 60 متر
- اذا كان طول اضلاع المثلث 60 ، 40 ، و 30 متراً على التوالي، فكم محيطه ؟

- استمع لإجابات بعض الطلاب ووجههم إلى ملاحظة أنه لإيجاد محيط المثلث نستعمل قانون محيط المثلث

- بين للطلاب بانهم سوف سيدرسون في هذا الفصل :

كيفية ايجاد محيط ومساحة المضلعات المنتظمة والحجم والمساحة السطحية للهرم والمخروط والتعرف الى منصفات الزوايا في المثلث وكيفية تشابه مثلثين ، استعمال الاجزاء المتناسبة في المثلثات لبرهان توازي مستقيمين أو أكثر، استعمال التناسب لإيجاد قياسات مجهولة، ايجاد الاقواس والزوايا المركزية للدوائر وقياس الزوايا المحيطية والمماسية لها.

مطويات : منظم أفكار



عمل مطوية جيبية :

1 - قم بطي ورقة قياس $28\text{cm} \times 22\text{cm}$ الى النصف على شكل شطيرة همبرغر .

2 - افتح احدي الطيات واثن 5cm من طرفيها لتشكيل جيب، واطو على طول الخط المنقط.

3 - الصق الحافة الخارجية للجيب بكمية بسيطة من الصمغ.

استعمال المطوية

يكتب عنوان الفصل على حد الغلاف ، ثم عناوين الدروس على كل صفحة داخلية، وكل صفحة داخلية تقسم على ثلاثة اقسام. القسم الأول يكتب فيه فكرة الدرس والمفردات ، والقسم الثاني ملخص عن موضوع الدرس ، والقسم الثالث أمثلة .

التقويمُ التشخيصي:

- استعمل الاختبار القبلي للتحقق من امتلاك الطلاب المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذا الفصل وهي: الفرق بين المضلع المنتظم وغير المنتظم، قوانين المحيط والمساحة للدائرة والمثلث وكيفية استعمالها، قوانين المساحة السطحية والحجم للمجسمات وكيفية استعمالها، التعرف الى الزوايا المركزية والزوايا الداخلية والخارجية للمضلعات، ومفهوم النسبة والتناسب.
- تشير الأخطاء التي قد يقع فيها الطلاب إلى جوانب الضعف في إجاباتهم ، مما يستوجب من المدرسين وضع خطط تدريس بديلة وتنويعها ، ولمعالجة الأخطاء.

المعالجة:

- عالج احتياجات الطلاب بشكل فردي قبل البدء بتدريس الفصل وذلك بالاعتماد على نتائج الاختبار القبلي، ويمكنك معالجة الخلل لدى الطلاب بالاستعانة بالجدول الآتي والذي يقترح معالجة مناسبة لكل مجموعة من الأسئلة تحتوي الفكرة نفسها .

Pretest الاختبار القبلي

حدد ما إذا كان الشكل متساويًا وإذا كان كذلك فهل هو مضلع منتظم أو مضلع غير منتظم .

جد مساحة كل دائرة ومحيطها مما يأتي:

جد المساحة السطحية والحجم لكل مما يأتي:

جد قيمة x في كل مما يأتي:

جد قياس الزاوية المركزية ومجموع قياس الزوايا الداخلية والخارجية لكل مما يأتي:

خسني منتظم 19، ثماني منتظم 20، سداسي منتظم 21

22 حركة لغوية تضم 20 مرطفاً، وكانت نسبة الذكور إلى الإناث $\frac{3}{2}$ ، كم عدد المرطف من الإناث؟ وكم عدد من الذكور؟

23 مثلث متساوي الأضلاع طول كل ضلع فيه يساوي $(2x - 1)$ cm ومحيط المثلث يساوي 57cm، جد قيمة x و جد طول كل ضلع فيه.

37

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-6	لايستطيع بعض الطلبة التمييز بين المضلع المنتظم والمضلع غير المنتظم.	التوضيح الى الطلاب بان المضلع المنتظم هو المضلع الذي تتساوى فيه اطوال الاضلاع وتتساوى قياسات الزوايا .
7 - 9	لايتمكن بعض الطلاب ايجاد مساحة ومحيط الدائرة.	تذكير الطلاب بقوانين المحيط والمساحة للدائرة وكيفية استعمالها.
10 - 15	لايتمكن بعض الطلاب ايجاد المساحة السطحية والحجم لبعض الاشكال المجسمة .	تذكير الطلاب بقوانين المساحة السطحية والحجم لبعض الاشكال الهندسية الواردة في الاختبار القبلي وكيفية استعمالها.
16 - 18	لايتمكن بعض الطلاب من حل التناسب لاجاد قيمة المتغير x	تذكير الطلاب بكيفية حل التناسب
19 - 21	لايتمكن بعض الطلاب من تحديد الزوايا المركزية والزوايا الداخلية والخارجية في المضلعات المنتظمة .	وضح للطلاب بالرسم اين تقع هذه الزوايا .
22	لايتمكن بعض الطلاب من تحديد نسبة الذكور الى الاناث.	تذكير الطلاب بالنسبة والتناسب .
23	لايتمكن بعض الطلاب من ايجاد طول ضلع المثلث وحل معادلة بمتغير واحد .	ذكرهم بقانون محيط المثلث وكيفية حل معادلة من الدرجة الاولى بمتغير واحد .

الدرس [5-1] المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)

أهداف التعلم

- إيجاد محيط ومساحة المضلعات المنتظمة.
- إيجاد الحجم والمساحة الجانبية للمجسمات المنتظمة.
- معرفة تعريفات المضلعات المنتظمة.
- معرفة تعريفات الهرم والمخروط.
- معرفة تعريفات الهرم المنتظم والمخروط المنتظم.
- معرفة تعريفات الهرم القائم والمخروط القائم.
- معرفة تعريفات الهرم المقلوب والمخروط المقلوب.
- معرفة تعريفات الهرم المخروطي والمخروط المخروطي.
- معرفة تعريفات الهرم المخروطي المنتظم والمخروط المخروطي المنتظم.

مفاهيم أساسية

- المضلع المنتظم: مضلع منتظم (خماسي منتظم، سداسي منتظم) وأشكال مجسمة، ورقة عمل.

[5-1-1] المضلعات المنتظمة

محيط المضلع المنتظم = عدد الأضلاع مضروباً في طول الضلع

$$p = n \times L$$

مساحة المضلع المنتظم = مساحة المثلث الذي رأسه مركز الضلع وقاعدته ضلع المضلع \times عدد أضلاعه

$$A = \frac{1}{2} \times L \times H \times n$$

إذا عرفت أن طول الضلع L والعماد H (هو العمود النازل من مركز الضلع على أحد أضلاع المضلع) يمكن حساب مساحة المثلث كما يأتي: مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times$ القاعدة \times الارتفاع (العماد)

مثال (1) جد محيط ومساحة الشكل السداسي المنتظم. طول ضلعه 4m وطول العماد 3m.

بإستعمال قانون محيط المضلع

$$p = n \times L$$

$$p = 6 \times 4 = 24m$$

بإستعمال قانون مساحة المضلع

$$A = \frac{1}{2} \times L \times H \times n$$

$$A = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times 6 = 24 \times 3 = 72m^2$$

بالتعويض والنسب

مثال (2) جد مساحة المربع الذي طول الضلع فيه 4cm.

طريقة (1) بإستعمال قانون مساحة المضلع المنتظم

$$A = \frac{1}{2} \times L \times H \times n$$

$$L = 4 \times 2 = 8cm$$

$$A = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times 4 = 64cm^2$$

طريقة (2) بإستعمال قانون مساحة المربع (طول الضلع \times نفسه)

$$A = L \times L$$

$$A = 8 \times 8 = 64cm^2$$

نتائج التعلم	إيجاد محيط ومساحة المضلعات المنتظمة والحجم والمساحة الجانبية للمجسمات.
المواد والوسائل	مسطرة، منقلة، أشكال ورقية على شكل مضلعات منتظمة (خماسي منتظم، سداسي منتظم) وأشكال مجسمة، ورقة عمل.

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم تبيها على السبورة.

- هيء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة مسطرة، منقلة، وشكل هندسي مضلع منتظم.

- اطلب الى المجموعات قياس اضلاع الشكل الخماسي المنتظم.

= اسال الطلاب: كيف نجد محيط الشكل الخماسي المنتظم؟

نجمع أطوال أضلاعه

- اطلب الى الطلاب قياس اضلاع الشكل السداسي المنتظم وإيجاد محيطه.

- قم بتسجيل نتائج المجموعات وعلان الفائز منها.

= اسال الطلاب: هل يمكن إيجاد محيط الشكل المنتظم بقياس أحد أضلاعه؟

- استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيديسون في هذا الدرس إيجاد مساحة ومحيط المضلعات المنتظمة.

2 شرح وتفسير

تعلم: وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب اليهم

قراءة المعلومة المعطاة وحينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

- اسال الطلاب: ما العماد؟ العماد يمثل ارتفاع المثلث الذي رأسه مركز المضلع وقاعدته ضلع المضلع. قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية حل المثال بطريقتين، الاولى بإستعمال قانون مساحة المضلع المنتظم، والثانية بإستعمال قانون مساحة المربع.

- قدم المثال (3،4) لتبين للطلاب كيفية استعمال قانون المساحة الجانبية والمساحة الكلية والحجم للمخروط.

- قدم المثال (5) لتبين للطلاب كيفية استعمال قانون الحجم لإيجاد حجم الهرم.

إعادة التعليم

1. جد محيط ومساحة خماسي منتظم طول ضلعه 5m وطول العماد تقريباً 9.3 أمتار.

محيط المضلع

$$p = nL = 5 \times 5 = 25m$$

مساحة المضلع

$$A = \frac{1}{2} \times 5 \times 3.9 \times 5 = 48.75m^2$$

2. جد مساحة رباعي منتظم طول عامده 6 سم.

طول ضلع المربع = ضعف طول العماد

$$12cm =$$

مساحة المربع =

$$A = 12 \times 12 = 144cm^2$$

تدريبات

1. جد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لهرم منتظم ارتفاعه الجانبي 10cm وقاعدته مربعة طول ضلعها 4cm.

المساحة الجانبية =

$$LA = \frac{1}{2} (4)^2 (10) = 80cm^2$$

المساحة الكلية =

$$TA = 80 + 16 = 96cm^2$$

2. جد المساحة الكلية لمخروط ارتفاعه الجانبي 30cm وقاعدته على شكل دائرة نصف قطرها 15cm.

المساحة الكلية للمخروط:

$$TA = \pi r (r + \pi r^2)$$

$$= (3.14)(15)(30) + (3.14)(15)^2$$

$$= 1413 + 706.5 = 2119.5cm^2$$

أمثلة إضافية: قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم

- الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب
- جد محيط ومساحة الشكل الثماني المنتظم طول ضلعه 3m وطول العاقد تقريباً 3.9m .
المحيط = 24m ، المساحة = 46.8m²
 - جد المساحة الكلية والحجم لمخروط ارتفاعه 6cm وارتفاعه الجانبي 2√13 cm ونصف قطر قاعدته 4cm .
المساحة الكلية = 140.67cm²
الحجم = 100.48cm³

تأكد من فهمك:

اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2, 4, 5, 7) من صفحة تدريبات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد لا يستطيع بعض الطلاب التمييز بين المساحة

الجانبيهة والمساحة الكلية للمجسمات فيجب التركيز في الفرق بينهما .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات و قدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات:

اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

السؤال (8) يتطلب الحل ايجاد محيط المربع وتطبيق القانون.

تدرب وحل مسائل حياتية:

اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .
- الأسئلة (13, 14) تتطلب معرفة بعض القوانين في كل سؤال.

Pyramid and Cone

الهرم والمخروط

المخروط هو جسم له قاعدة واحدة فقط عبارة عن دائرة وله رأس واحد. (الارتفاع العالي (مركز المخروط))
 $h = \text{الارتفاع}$
 $r = \text{نصف القطر}$
 $l^2 = h^2 + r^2$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

الارتفاع	المخروط	الهرم
المساحة الجانبية	$LA = \pi r l$	$LA = \frac{1}{2} p \times l$
المساحة الكلية	$TA = \pi r l + \pi r^2$	$TA = \frac{1}{2} p \times l + b$
الحجم	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	$V = \frac{1}{3} b \times h$

مثال (3) جد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لهرم منتظم ارتفاعه العالي 8cm وقاعدته مربعة طول ضلعها 3cm

المساحة الجانبية
 $LA = \frac{1}{2} p \times l$
 $LA = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$
 $LA = 48cm^2$

المساحة الكلية
 $TA = \frac{1}{2} p \times l + b$
 $TA = 48 + 9 = 57cm^2$

مثال (4) استخدم لنقل المحور لإيجاد: (i) المساحة الجانبية (ii) المساحة الكلية (iii) الحجم

المساحة الجانبية
 $LA = \pi r l$
 $LA = \pi \times 3 \times 5 = 15\pi cm^2$

المساحة الكلية
 $TA = \pi r l + \pi r^2$
 $TA = 15\pi + 9\pi = 24\pi cm^2$

الحجم
 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 9 \times 4 = 12\pi cm^3$

مثال (5) جد حجم الهرم المعكروني ومساحة الجوانب

حجم الهرم المعكروني
 $V = \frac{1}{3} (p' + b) \times h$
 $V = \frac{1}{3} (9 + 18) \times 8 = 84cm^3$

مساحة الجوانب
 $V = \frac{1}{3} b \times h = \frac{1}{3} \times 81 \times 20 = 540cm^3$

مثال (6) جد حجم الجسم المركب المعكروني

لإيجاد حجم الجسم المركب جد أولاً حجم الأضلاع وحجم المخروط وجمع تلك الحجم للحصول على حجم الجسم المركب

حجم المخروط
 $V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 30^2 \times 20 = 7200\pi cm^3$

حجم الأضلاع
 $V_2 = \frac{1}{3} (p' + b) \times h = \frac{1}{3} (36 + 6) \times 20 = 360\pi cm^3$

حجم الجسم المركب
 $V = V_1 + V_2 = 7200\pi + 360\pi = 10800\pi cm^3$

تأكد من فهمك
 جد محيط ومساحة كل سطح منطوق

الأسئلة 13، 14

جد الحجم والمساحة الجانبية والكليتين لكل مما يأتي:

- مخروط دائري قائم مساحته لقاعدته 225cm² ، محيط قاعدته 30π cm ، ارتفاعه 20cm ، ارتفاعه العالي 25cm
- هرم مساحته لقاعدته 54.3cm² ، محيط قاعدته 36cm ، ارتفاعه 6cm ، ارتفاعه العالي 9cm

جد الحجم والمساحة الجانبية والكليتين لكل مما يأتي:

- هرم قاعدته مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه 6cm وارتفاعه 3.3cm ، وارتفاعه العالي 6cm
- هرم قاعدته مربعة طول ضلعها 12cm وارتفاعه 8cm وارتفاعه العالي 10cm

جد الحجم والمساحة الجانبية والكليتين مستخدماً الانتقال المتتابع

جد الحجم والمساحة الجانبية والمساحة الكلية لكل مما يأتي:

الأسئلة 13، 14

فكر : اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب
ذوو المستوى الضعيف الى استعمال نماذج ورقية ومعرفة القوانين
المطلوبة في حل كل سؤال .
اكتب : اطلب إلى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجابتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.
جد الحجم والمساحة الكلية لمخروط ارتفاعه 16cm ونصف قطر
قاعدته 6cm وارتفاعه الجانبي $2\sqrt{34}$.

$$TA = (3.14)(6)(2\sqrt{34}) + (3.14)(36)$$

$$= 332.71 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3}(3.14)(36)(16)$$

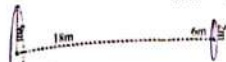
$$= 376.8 \text{ cm}^3$$

5 توسعة

يمكنك قَدَم تدرّيبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء
المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.
اطلب إليهم حل السؤال الآتي :
جد حجم الهرم الذي مساحته قاعدته 162 m^2 وارتفاعه 20m

$$V = \frac{1}{3}(162)(20) = 1080 \text{ m}^3$$

- تدريب وحل التمرينات**
- جد المساحة الجانبية للهرم الذي قاعدته مربعة الشكل طول ضلعه 8cm وارتفاعه الجانبي 7.2cm .
 - جد المساحة الجانبية للهرم الذي قاعدته المثلث المتساوي المنظم الذي لحياس طول ضلعه 1.16cm وارتفاعه الجانبي 2cm .
 - جد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لمخروط دائري لالم قطر قاعدته 35m وارتفاعه الجانبي 20m واكتب الجواب بدقة .
 - جد حجم هرم لاعدته مثلث منتظم وطول ضلعه 6m وارتفاعه 1.3m .
 - جد حجم الشكل المركب المعاور .



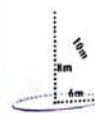
تدريب وحل مسائل حياتية

- علوم:** نموذج بركاني على شكل مخروط دائري لقطر طول نصف قطر قاعدته 3cm ، إذا كان حجم النموذج 203 cm^3 تقريباً، ما ارتفاعه ؟
- بناء:** يبلغ ارتفاع برج العرب 321m ويملك هراً مئوساً . احسب المساحة التقريبية لقاعدته إذا كان حجم الهرم الذي يمثلها 1904000 m^3 .
- هندسة:** جد المساحة الجانبية للهرم الذي قاعدته مربعة الشكل والمسئ بالشكل المعاور .



فكر

- هندسة:** مخروط واسطوانة لهما نفس القاعدة والحجم، قطر الاسطوانة 40cm وارتفاعها 7cm ، ما المساحة الجانبية للمخروط ؟
 - اكتشف الخطأ:** أي الطين خطأ ؟ وضح اجابته .
- الحل الأول:** $V = \frac{1}{3} \times b \times h$
 $V = \frac{1}{3} \times 36 \times 10 = 120 \text{ m}^3$
- الحل الثاني:** $V = \frac{1}{3} \times b \times h$
 $V = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times \pi \times 8 = 96 \pi \text{ m}^3$
- مسألة عن مصنع منتظم تسمح المعطيات فيه بإيجاد محيط المصنع ومساحته



الإثراء

- سداسي منتظم مساحته 65 cm^2 وطول ضلعه 5cm جد طول العاقد .
 $H = \frac{2A}{Ln} = \frac{(2)(65)}{(5)(6)} = 4.3 \text{ cm}$
- هرم منتظم مساحته الكلية 57 cm^2 ومساحة قاعدته 9 cm^2 إذا كان محيط قاعدته 12cm جد ارتفاعه الجانبي.
 $LA = \frac{1}{2} p \ell \Rightarrow 57 - 9 = \frac{1}{2} (12) \ell$
 $48 = 6 \ell \Rightarrow \ell = 8 \text{ cm}$
- مخروط مساحته الكلية $11 \pi \text{ cm}^2$ وارتفاعه الجانبي 10cm جد نصف قطر قاعدته.
 $TA = \pi r \ell + \pi r^2$
 $\Rightarrow 11 \pi = 10 \pi r + \pi r^2$
 $\Rightarrow r^2 + 10r - 11 = 0$
 $\Rightarrow (r+11)(r-1) = 0$
 $\Rightarrow \begin{cases} r+11=0 \rightarrow r=-11 \\ \text{or} \\ r-1=0 \rightarrow r=1 \text{ cm} \end{cases}$ يهمل

Multiple Choice

الدرس [5-1] المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)

Polygons and Polyhedrons (Pyramid and Cone)

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

- محيط التمامي المنتظم المعاور ؟

a) 45.5 cm b) 48 cm c) 38.3 cm d) 56 cm
- محيط مربع مساحته 225 m^2 هو .

a) 25m b) 20 m c) 15 m d) 60 m
- محيط محاسي منتظم طول عاقدته 3m ونصف قطر دائرته 5m هو .

a) 16.2 m b) 40 m c) 16 m d) 10.49 m
- مساحة سباعي منتظم طول عاقدته 6cm وطول ضلعه 7.5cm هو .

a) 157.5 cm² b) 28.5 cm² c) 28 m² d) 9975 m²
- المساحة الجانبية للمخروط في الشكل المعاور هو .

a) 360π cm² b) 450π cm² c) 369π cm² d) 1640π cm²
- حجم هرم لاعدته مربعة طول كل ضلع 18cm وارتفاعه 20cm .

a) 2160cm³ b) 120 cm³ c) 260 cm³ d) 134 cm³
- المساحة الكلية لمخروط مساحته قاعدته $25\pi \text{ cm}^2$ وارتفاعه 12cm هو .

a) 108π cm² b) 27π cm² c) 208π cm² d) 155π cm²
- الفرق بين حجم السورطين هو .

a) 27π m³ b) 75π m³ c) 48π m³ d) 21π m³

المثلثات **الدرس** **5-2**

Triangles

تعلم

تعرفنا سابقاً في خراس المثلث واستطعنا في هذا درس إلى الصلة المتوسطة في مثلث في لحظة مستخدمة طرزاها امدروس المثلث ونقطة منتصف الضلع المقابل لذلك الزاوية، وكل مثلث ثلاث قطع متوسطة تتقاطع في نقطة تسمى نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث (نقطة المثلث).

الفرزات

المثلثان المتشابهان.

نسبة التشابه.

المثلثات

هو العمود النازل من احد زوايا المثلث على المستقيم الذي يمتد الضلع المقابل لذلك الزاوية، وكل مثلث ثلاثة ارتفاعات تتقاطع في نقطة واحدة تسمى (مركز الارتفاعات).

5-2-1 الاضلاع والزوايا في المثلث

(مير هفت بنون برهان) في كل مثلث:

مير هفت: اذا تبين ضلعاً مثلث تكافأت الزاويتان المقابلتان لهما، فلكواهما، فلكواهما، فلكواهما.

$BC > AC \Rightarrow m\angle A > m\angle B$

مثال (1) في المثلث اذنه رتب الزوايا من الاصغر إلى الأكبر.

الاطول واحسب في المثلث C .

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$

$m\angle C = 180^\circ - (73^\circ + 45^\circ) = 62^\circ$

$m\angle B < m\angle C < m\angle A$

AC, BA, BC

مثال (2) في المثلث المجاور حد قيمة x .

BO نصف $\angle B$, CO نصف $\angle C$.

$\angle A$ نصف $\angle A$ $x = \frac{1}{2} m\angle A$

مير هفت $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$

$m\angle A = 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ) = 50^\circ \Rightarrow x = 25^\circ$

إعادة التعليم

1- النقطة O تمثل نقطة التقاء منصفات الزوايا للمثلث CBA فإذا علمت ان $m\angle A = 70^\circ$ و $m\angle C = 60^\circ$ فجد قياس زاوية OBA.

$m\angle OBA = 25^\circ$ لذلك $m\angle B = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ = 50^\circ$

2. مثلثان ABC و DEF، $m\angle A = 50^\circ$ ، $m\angle B = 70^\circ$ ، $m\angle D = 50^\circ$ ، $m\angle E = 70^\circ$ فهل المثلثان متشابهان؟

نعم حسب مير هفتة 4

3. متى يتطابق المثلثان المتشابهان؟

نسبة التشابه 1 للاضلاع الثلاثة

تدريبات

1- المثلث ABC فيه طول $AB = 8$ ، طول $AC = 5$ ، وطول $BC = 4$ ، رتب زوايا المثلث ABC من الصغيرة إلى الكبيرة. $\angle A$ ، $\angle B$ ، $\angle C$.

2- المثلث ABC فيه $m\angle A = 65^\circ$ ، $m\angle B = 70^\circ$ ، رتب اضلاع المثلث ABC من الصغير إلى الكبير.

\overline{AB} ، \overline{BC} ، \overline{AC}

نتائج التعلّم	التعرف إلى منصفات الزوايا والقطع المتوسطة للمثلث وكيفية تشابه مثلثين.
الموادّ والوسائل	مسطرة، أقلام ملونة، منقلة، ورقة عمل.

1 تهيئة

اطلب إلى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هبىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة مسطرة وأقلام ملونة ومنقلة وورقة عمل.

• اطلب إلى المجموعات رسم مثلث متساوي الاضلاع، ومثلث به ضلعين متساويين، ومثلث اضلاعه غير متساوية في ورقة العمل.

- اسأل الطلاب:**
- اية علاقة تربط زوايا المثلث المتساوي الاضلاع؟ علاقة التساوي.
 - اية علاقة تربط الضلع الكبير مع الزاوية الكبيرة؟ علاقة تقابل.
 - كيف نستطيع تحديد ارتفاع المثلث؟ هو العمود النازل من رأس المثلث على الضلع المقابل له.
 - قم بتسجيل نتائج المجموعات واطلب الفانز منها.
 - ارسم على السبورة مثلث مختلف الاضلاع:

• اسأل الطلاب:

• كم زاوية في المثلث؟ كم مجموع زوايا المثلث؟ كم ارتفاع في المثلث؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم انهم سيدرسون في هذا الدرس القطعة المتوسطة في مثلث وتشابه المثلثين ونسبة التشابه.

2 شرح وتفسير

وجه الطلاب إلى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة، إعطاء وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

• اسأل الطلاب هل العلاقة بين طول ضلع المثلث والزاوية المقابلة له طردية (كلما كبر طول الضلع كلما كبرت الزاوية المقابلة له) ام عكسية (كلما كبر طول الضلع كلما صغرت الزاوية المقابلة له)؟ طردية

• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية استعمال منصف الزوايا من المبرهنة (2) ومجموع زوايا المثلث لاجاد قيمة المتغير x

• قدم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية استعمال مير هفتة (3) لاجاد اطوال القطع المستقيمة المتوسطة للمثلث.

قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية استعمال مبرهنة (4) و(5) في تشابه مثلثين وإيجاد نسبة التشابه.
 قدم الامثلة الاضافية الأتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لامثلة الدرس في كتاب الطالب.

أمثلة إضافية :

1. مثلث ABC طول AB = 10cm وطول AC = 12cm وطول BC = 8cm ، رتب زوايا المثلث من الصغير إلى الكبير. $m\angle A$ ، $m\angle C$ ، $m\angle B$.

2. المثلث ABC فيه \overline{BD} ، \overline{CE} قطعتان متوسطتان في نقطتي \overline{BO} ، \overline{OE} جد $BD=10cm$ ، $CE=8cm$

$$BD = \frac{10}{3} , OE = \frac{8}{3}$$

تأكد من فهمك :

اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وورق اجاباتهم .

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1 ، 2 ، 4 ، 6)

من صفحة تمارين الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب في التمييز بين تشابه المثلثان وتطابق المثلثان، فيجب التأكيد على ان التشابه يعني التناسب والتطابق يعني التساوي .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات و قدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

• الاسئلة (13-14) يتطلب استعمال المبرهنات 1،2،3

تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• الاسئلة (15-17) يتطلب استعمال المبرهنات 1،2،3 ومعرفة ان مجموع زوايا المثلث 1800

مثال (3) المثلث ABC فيه \overline{AD} ، \overline{CE} قطعتان متوسطتان تقاطعا في نقطة O. $CE = 9cm$ ، $AD = 6cm$ جد طول \overline{AO} ، \overline{OE} ، \overline{CE} ، \overline{AD} قطعتان متوسطتان تقاطعا في نقطة O.

جد طول \overline{AO} ، \overline{OE} ، \overline{CE} ، \overline{AD} قطعتان متوسطتان تقاطعا في نقطة O.

$OE = \frac{1}{3}CE$
 $\therefore OE = \frac{1}{3} \times 9 = 3cm$
 $\therefore OA = \frac{2}{3}AD$
 $\therefore OA = \frac{2}{3} \times 6 = 4cm$

مثال (4) بين ما اذا كان المثلثان في الشكل المتوازي متشابهين. واكتب نسبة التشابه.

i) $AB = 6$ ، $DE = 9$ ، $AC = 4$ ، $EF = 6$ ، $BC = 4$ ، $FD = 6$
 $\frac{AB}{DE} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ ، $\frac{AC}{EF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ، $\frac{BC}{FD} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
 المثلثان متشابهان.

ii) $BC = 3$ ، $EF = 10$ ، $AB = 4$ ، $DF = 6$ ، $AC = 3$ ، $EF = 10$
 $\frac{BC}{EF} = \frac{3}{10}$ ، $\frac{AB}{DF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
 المثلثان غير متشابهين.

مثال (5) في الشكل المتوازي: انا $\frac{EC}{FD} = \frac{CD}{DB}$ ، $m\angle C = m\angle FDB$ ، جد قيمة x .

بما ان المثلثين BFD ، DEC متشابهين، فن اضلعهم المتناظرة متناسبة.

$\frac{x-1}{2} = \frac{9}{3}$
 $3x - 3 = 18$
 $3x = 21 \Rightarrow x = 7$

تأكد من فهمك

رتب الاضلاع من الاقصر الى الاطول

رتب الزوايا من الاقصر الى الاكبر

الاسئلة 1-4 مشابهة للمثال 1

في المثلث المتوازي انا \overline{AO} ، \overline{BO} ، \overline{CO} منصفات الزوايا A,B,C جد $m\angle x$.

المثلثان 2 متشابهان

ABC مثلث، O نقطة تقاطع مستقيمه المتوسطة، انا $BO = 12cm$ جد طول القطعة المستقيمة التي احد طرفيها النقطه B.

في المثلث O, A, B نقطة التقاء القطع المتوسطة، جد طول \overline{AD} انا علمت ان: $m\angle COB = 90^\circ$ ، $\overline{AO} \cap \overline{BC} = (D)$ ، $BC = 6cm$ احاطة طول الضلع المستقيمة المماس من رأس الزاوية القائمة الى المنصف الوتر يسوي نصف طول الوتر.

في الشكل المتوازي:

(i) بين ان المثلثين ABC ، BDE متشابهين.
 (ii) جد نسبة التشابه.
 (iii) جد قيمة x .

المثلثان 4.5 متشابهان

تدرب وحل التمرينات

رتب الاضلاع من الاقصر الى الاطول.

رتب الزوايا من الاقصر الى الاكبر.

13 من ان المثلثين ABC, DEN في الشكل المحاور متشابهين واكتب نسبة التشابه ثم اسم الزوايا المتطابقة.

14 من ان المثلثين ABC, ADE في الشكل المحاور متشابهين واكتب نسبة التشابه.

تدرب وحل مسائل حياتية

15 **حسب**: إذا علمت ان $\triangle ABF \sim \triangle DEF$ وان $AB \parallel ED$ استعمل المعلومات في الشكل المحاور لتجد قيمة x .

16 **بناءً** ارتفاعاً يمثل بصلع مثلث قائم الزاوية كما في الشكل المحاور. و BE هو ارتفاع للمثلث ABD برهن ان:

i. $\angle EBA \cong \angle D$
ii. $\triangle ABE \sim \triangle DBE$

17 في الشكل المحاور المثلثين KAB, KMH متشابهين، جد احدائيه M. ونسبة التشابه.

فكر

18 **اكتشف**: ما طول AB في الرسم المحاور؟ علماً ان $\triangle ECD \sim \triangle ABF$.

19 **تحدي**: (2, 5, 10) و (6, 15, x) هي أطوال اضلاع متطابقة في مثلثين متشابهين، ما قيمة x ؟

20 **حسب** عددي: جد قيمة x في الشكل المحاور. اذا كان المثلثان ABD, EBC متشابهين. وان: $EC \parallel AD$

21 **مسألة مفتوحة**: اشرح لماذا تحتاج قياسات الزوايا للتأكد من تشابه المثلثات، اعط مثالاً على ذلك.

اكتب مسألة عن مثلثين متساوي الساقين تتطابق بهما زاويتا الرأس ووجد نسبة التشابه.

45

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال اشكال مثلثية .
الأسئلة (21-18) يتطلب استعمال المبرهنات 1, 2, 3.
اكتب : اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم .

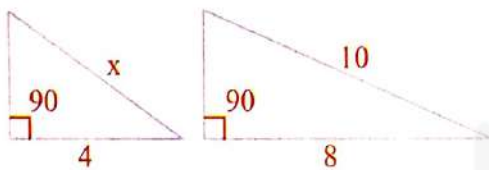
4 **تقويم** استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس. المثلث ABC فيه AD, CA قطعتان متوسطتان تلتقيان في نقطة O ، اذا كان $CE = AD = 9cm$ جد طول $OE, AO, AO=6cm$
 $OE = 3cm, AO=6cm$

5 **توسعة**

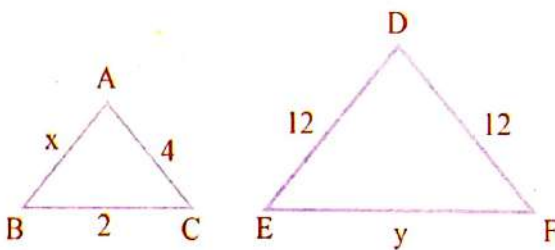
يمكنك تقديم تدريبات اثرانية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل .
اطلب إليهم حل السؤال الآتي : بين ان المثلثات المتساوية الاضلاع تكون متطابقة ؟ بما ان المثلثات متساوية الاضلاع اذن نسبة التشابه تساوي 1

الإثراء

1 - في الشكل الآتي ، اذا كان المثلثان متشابهين بتناسب اضلاعهما الثلاثة، جد قيمة x . من مبرهنة فيثاغورس نجد الوتر للمثلث الاول يساوي 10 وبما ان نسبة التشابه 2 فان $x=5$



2 - في الشكل الآتي ، اذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، جد قيمة x, y . بما ان نسبة التشابه 3 فان $x=4, y=6$



Multiple Choice

الدرس [5-2] المثلثات

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 رتب الزوايا من الأصغر الى الأكبر في المثلث المحاور:

a. $m\angle C, m\angle A, m\angle B$
b. $m\angle A, m\angle B, m\angle C$
c. $m\angle B, m\angle C, m\angle A$
d. $m\angle C, m\angle B, m\angle A$

2 رتب الاضلاع من الأطول الى الأصغر في المثلث المحاور:

a. BC, AC, AB
b. AB, BC, AC
c. AC, BC, AB
d. AB, AC, BC

3 اذكر O من نقطة التقاء منصفات زوايا المثلث ABC في الشكل المحاور فان قيمة x هي:

a) 20° b) 40° c) 30° d) 50°

4 المثلث ABC فيه AD, CE قطعتان متوسطتان تلتقيان في نقطة O، $AD=36cm, CE=24cm$ فان قيمة OE علماً ان رأس المثلث هو النقطة B هي:

a) 8 cm b) 24 cm c) 16 cm d) 12 cm

5 في الشكل (4) قيمة AO هي:

a) 6 cm b) 12 cm c) 24 cm d) 14 cm

6 نسبة التشابه بين المثلثين ADB و ACB هي:

a. $\frac{8}{7}$ b. $\frac{7}{8}$
c. 7 d. 8

7 اذا كانت المثلثان DEB و AHC متشابهين وكانت الزوايا $m\angle ABC = m\angle DEB$ فان قيمة y هي:

a) 8 b) 12 c) 10 d) 6

104

مفردات

- ح. - تشمل الأجزاء المتشابهة في المثلثات لثمن توري ستجنين أو أكثر.
- ح. - تشمل التناسب لاجد فوجت.
- ح. - سهولة.
- ح. - تشمل التناسب الهندسي في المستوي الاحداثي.
- ح. - المفردات.
- ح. - التناسب الهندسي.

مفردات

- ح. - تتضمن مخططات المن والشوارع في نطاق الخرائط.
- ح. - في الاجهزة الالكترونية خطوطا متوازية واخرى متعامدة، للمخطط الجانبي يمثل جزءا من مدينة بغداد.
- ح. - يلاحظ فيه الشوارع متوازية ومتعامدة.

5-3-1) التناسب في المثلثات

تعلمت سابقاً المثلثات المتشابهة وبعض مبرهنات التشابه للمثلثات، وسوف نتعلم في هذا الدرس في المثلثات مستخدماً بالمبرهنات السابقة.

مبرهنة التناسب المتلقي

المعطى	المبرهنة
$\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ $\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}$	إذا وازى مستقيم ضلعا من اضلاع مثلث وقطع الضلعين الاخرين في نقطتين مختلفتين فإنه يقسم الضلعين الى قطع متناسبة الاطوال (بنون برهان)

مثال (I) حد طول قطعة المستقيم AE علماً ان: $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ في الشكل المعطى.

مبرهنة التناسب المتلقي

المعطى: $\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}$

المطلوب: $\frac{9}{EA} = \frac{12}{4} \Rightarrow EA = \frac{4 \times 9}{12} = \frac{36}{12} = 3\text{cm}$

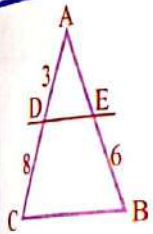
والنسبة:

عكس مبرهنة التناسب المتلقي

المعطى	المبرهنة
$\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}$ $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$	إذا قسم مستقيم ضلعين في مثلث الى قطع متناسبة فإنه يكون موازياً للضلع الثالث (بنون برهان)

إعادة التعليم

1 - جد طول AE من الشكل الآتي:



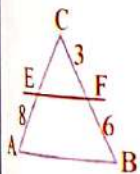
$$\frac{3}{8} = \frac{AE}{6} \Rightarrow AE = 2.25$$

2 - المثلث ABC يشابه المثلث DEF بنسبة تشابه $\frac{3}{5}$ ، فإذا كان محيط المثلث ABC يساوي 16cm، جد محيط المثلث DEF

بما ان نسبة التناسب هي $\frac{3}{5}$ لذا فإن نسبة محيط الأول الى الثاني ايضا $\frac{3}{5}$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{16}{P_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow P_2 = 26.66\text{cm}$$

تدريبات:



الشكل المجاور
إذا كان $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ فجد طول CE

باستعمال المبرهنة فإن المستقيم \overline{EF} يقسم ضلعي المثلث الى قطع متناسبة أي:

$$\frac{CE}{8} = \frac{3}{6} \Rightarrow CE = 4\text{cm}$$

نتائج التعلّم

استعمال التناسب لبرهنة توازي مستقيمين أو أكثر، إيجاد قياسات مجهولة، واستعمال التناسب الهندسي في المستوي الاحداثي.

المواد والوسائل

مسطرة، منقلة، اشكال ورقية على شكل مثلثات، ورقة عمل.

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم تبيها على السبورة.

- هيء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة مسطرة، منقلة، ومثلث ورقي فيه معلومات عن اطوال الاضلاع وقياس الزوايا وورقة العمل.
- اطلب الى المجموعات ابراز المثلثات المتشابهة ورسم المستقيمات المتوسطة وحساب نسبة التشابه باستعمال المبرهنات التي درسوها سابقاً.

اسأل الطلاب:

- كم ضلع يجب ان يتناسب لكي يتشابه المثلثان؟ 3
- كم زاوية يجب ان تتساوى لكي يتشابه المثلثان؟ 3
- هل كل مثلثين متساويي الساقين متشابهان؟ ليس بالضرورة
- قم بتسجيل نتائج المجموعات وعلان الفائز منها.
- ارسم على السبورة مثلثين متشابهين بضلعين متناسبين وزاوية وينسبة تشابه $\frac{1}{2}$
- اسأل الطلاب:
- اين يجب ان تقع الزاوية؟ محصورة بين الضلعين.
- هل الضلعان المتناسبان متساويان؟ ليس بالضرورة.
- ما المقصود بنسبة التناسب $\frac{1}{2}$ ؟ يعني احد المثلثين محيطه ضعف محيط الاخر ومساحته ضعف.
- اسمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس التناسب في المثلثات بالاستعانة بمبرهنات الدرس السابق.

2 شرح وتفسير

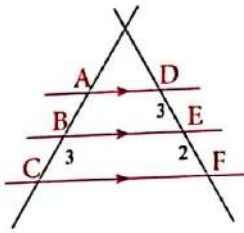
• وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

• اسأل الطلاب هل يتقاطع المستقيمان المتوازيان؟ لا

• وضع للطلاب كيف استخدمت مبرهنة التناسب المثلثي في حل المثال (1).

• قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية استعمال مبرهنة نسبة المحيطين ونسبة المساحتين لمثلثين متشابهين في حل المثال.

أمثلة إضافية: قدم الامثلة الإضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.
1. من الشكل في الأسفل جد طول AB .



حسب مبرهنة طالس فإن القطع تكون متناسبة

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

$$\frac{AB}{3} = \frac{3}{2} \Rightarrow AB = 4.5$$

تأكد من فهمك : اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

• الأسئلة (1-7) يتطلب الحل استعمال مبرهنات التناسب المثلثي والهندسي.

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1، 3، 5، 7) من صفحة ترمينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب في التمييز بين التناسب المثلثي والتناسب الهندسي، فيجب التأكيد على ان التناسب المثلثي يتعامل مع مثلثين متشابهين في حين أن التناسب الهندسي يتعامل مع شكل واحد ويحوله اكبر او اصغر دون أن يغير من هيئته.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل الترمينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل الترمينات: اطلب الى الطلاب حل ترمينات تدرب وحل الترمينات وتابع اجاباتهم.

- السؤال (11) يتطلب الحل استعمال التناسب الهندسي
- تدرب وحل مسائل حياتية:** اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.
- السؤال (12) يتطلب الحل استعمال مبرهنة التناسب المثلثي
- السؤال (13) يتطلب الحل استعمال التناسب الهندسي

مطل (2) في الشكل المجاور برهن ان $MK \parallel NJ$

حسب الأجزاء المتناسبة

$\frac{HJ}{JK} = \frac{35}{15} = \frac{7}{3}$ $\frac{HN}{NM} = \frac{42}{18} = \frac{7}{3}$
 $\therefore \frac{HJ}{JK} = \frac{HN}{NM}$
 $\therefore MK \parallel NJ$

حسب مبرهنة طالس

المرهنة	المعطى	الشعبة
1) المرهنة الثالثة مستقيمات متوازية واكثر مستقيمين فإن القطع المصنعة بمسقطات متوازية تكون متناسبة	$AD \parallel BE \parallel CF$	$\frac{AB}{BC} = \frac{DF}{FE}$

مطل (3) لتعلم مهندس الرسم المنظوري (هو رسم الاحسام البعيدة بحيث تبدو اصغر و الاحسام القريبة حيث تبدو اكبر) مع الحفاظ على هيئتها وتناسب مقاييسها لتبدو ثلاثية الابعاد) ليرسم خطوطاً اولية تساعده على رسم اربعة قصبات متوازية. تحقن من رسمه بقياس المسافات بين الاعددة، كم طول FH ؟

حسب مبرهنة طالس

$\frac{AE}{EB} = \frac{BF}{FD} = \frac{CG}{GD} = \frac{DH}{HD}$
 $\frac{AB}{BD} = \frac{EF}{FH}$
 $BD = BC - CD = 2.2 - 1.4 = 3.6m$
 $4.2 \cdot 3.6 = 6.3 \cdot FH$
 $3.6 \cdot FH = 6.3 \cdot 3.6$
 $FH = 5.4m$

Proportion and Measure

5.3-2) النسب والتناسب

الاحكام المستعملة ونسبة المساحتين لمثلثان متشابهين، يمكن استعمال المرهنة التالية (بتنوع برهان).

مرهنة 1: اذا تشابه مثلثان ΔABC و $\Delta A'B'C'$ فان نسبة المحيط للمثلثين تساوي $\frac{a}{a'}$ ونسبة المساحتين للمثلثين $\frac{a^2}{a'^2}$.

ان كان المثلثان متشابهين، فان النسبة بين محيطيهما تساوي النسبة بين اطوال الاضلاع المتناظرة

مطل (4) ليكن ΔABC محيط $\Delta WVT \sim \Delta ABC$ جد محيط ΔABC .

$P_1 = 8 + 5 + 4 = 17cm$ $P_2 = 10.625cm$
 $\frac{P_1}{P_2} = \frac{AB}{WV} = \frac{P_1}{17} = \frac{5}{8}$
 $\therefore P_2 = 10.625cm$

تتمثل سفلاً بثلاثة تحويلات هندسية: الانعكاس، الدوران، وهذه التحويلات تحافظ على الهيئة والقياسات. سوف تعلم في هذا الدرس تحويلات هندسية تحافظ على الهيئة دون حفظ القياسات، انه التناسب الهندسي (Dilation).

5.3-3) النسب والتناسب الهندسي احداثيات

التناسب الهندسي: هو تحويل يعبر مقاييس الاشكال الهندسية دون تغيير هيئتها فالشكل وصورته بالتناسب الهندسي يكونان دائماً متشابهين، مركز التناسب هو نقطة الاصل.

سنعبر نواتج التناسب الهندسي في هذا الدرس على المستوى الاحداثي، انا تعاملت مع تناسب هندسي معاملته الهندسي M الحسوب يكون بالمكان ان تحذف الصورة الفعطة بضرب احداثياتها في M . $M(x, y) \rightarrow (Mx, My)$

مطل (5) بين الرسم المحاور موقع صورة على شبكة الانترنيت، ارسم حدود الصورة بعد تحويلها بتناسب هندسي نسبتها $\frac{5}{3}$.

الخطوة (1) اضرب معامل التناسب الهندسي في الاحداثيات الرووس.

$A(3, 4) \rightarrow (\frac{5}{3} \times 3, \frac{5}{3} \times 4) \rightarrow \hat{A}(5, 6.667)$
 $B(0, 4) \rightarrow (\frac{5}{3} \times 0, \frac{5}{3} \times 4) \rightarrow \hat{B}(0, 6.667)$
 $C(0, 0) \rightarrow (\frac{5}{3} \times 0, \frac{5}{3} \times 0) \rightarrow \hat{C}(0, 0)$
 $D(3, 0) \rightarrow (\frac{5}{3} \times 3, \frac{5}{3} \times 0) \rightarrow \hat{D}(5, 0)$

الخطوة (2) اصنع النقاط $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ على المستوى الاحداثي ثم اصل بينهم لاحصل على المستطيل $\hat{A}\hat{B}\hat{C}\hat{D}$.

تلقاً من فهمك

جد طول القطعة المستقيمة المجهولة في الاشكال الآتية:

المسألة 1-2 مشابهة للمسألة 1-3

المسألة 3-4 مشابهة للمسألة 2

في المثلث ΔABC $MQ = 12.5, MR = 4.5, MP = 25, MN = 9, MQP$ حيث $N \in MP, R \in MQ$

في الرسم المجاور جد طول KN, MN

السؤال 4 مشابه للسؤال 1

المثلثان ΔABC و $\Delta HIKM$ متشابهان، مساحة ΔABC 9.6 متساوية AB طول 4.5 متساوية $HIKM$ مساحة 4.5 متساوية

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال اشكال ورقية. السؤال (14) يتطلب استعمال نظرية فيثاغورس.

اكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم.

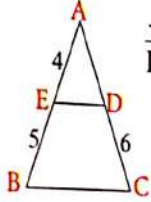
4 تقويم

استعمل المسائل الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس مثلثان متشابهان بنسبة تشابه $\frac{3}{2}$ فاذا كانت مساحة المثلث الاول 24cm^2 فكم مساحة المثلث الثاني مع العلم ان المثلث الاول اصغر من المثلث الثاني.

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{A_1}{24} = \frac{9}{4} \Rightarrow A_1 = 54\text{cm}^2$$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل. اطلب إليهم حل السؤال الآتي : اذا كان $\overline{DE} \parallel \overline{CB}$ في الشكل المجاور . جد طول \overline{AD} بحسب مبرهنة التناسب المتلي فان :



$$\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{AD}{6} \Rightarrow AD = 4.8\text{cm}$$

المثلثان ABC, KMH متشابهان، حد مساحة ومحيط المثلث ABC علماً ان محيط المثلث KMH يسوي 18cm ومساحته 15cm^2

المثلث ABC حيث $A(6,0), B(-3, \frac{3}{2}), C(3, -6)$ حد صورته بعد تصغيره بمعامل $\frac{1}{3}$ ، علماً ان مركز التناسب هو نقطة الاصل

السؤال 7 مثله للسؤال 5

تدريب وحل التمرينات

8 في المثلث $\triangle ACD$ ، $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ حد قيمة x و \overline{ED} اذا كان: $AE = 3, AB = 2$

9 حدد ما اذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{MK}$ في الشكل المجاور.

10 نسبة مساحة المثلث ABC الي نسبة مساحة المثلث KMH تساوي $\frac{16}{25}$ ما نسبة تشابه المثلثين وما النسبة التناهي بين محيطيهما؟

11 حد صورة المثلث ABC حيث: $A(-1, -1), B(1, -2), C(1, 2)$ تحت نظير تناسب معطاة

تدريب وحل مسائل حياتية

12 طريق: نمثل الخريطة المحاوره بعض الشوارع المتوازية وطريقين عرها، ما طول الطريق الاول بين الشارع 62 والشارع 52؟

13 هندسة: حد صورة الشكل الرباعي حيث: $A(2,6), B(-4,0), C(-4,-8), D(-2,-12)$ تحت تأثير تناسب معامل $\frac{1}{4}$

فكر

اذا علمت ان طول القطعة المشددة الواقعة من رأس الزاوية الى منتصف الضلع المقابل هو 14 طول الوتر اصعب من السؤال 14.

14 نعلم ان الرسم المجاور مستقيم \overline{AB} ومستقيم \overline{KZ} ، الروايات $\angle Z, \angle ABH, \angle C$ لقيمة، برهن ان $(BZ)^2 + (ZH)^2 = (KZ)^2 = (BC)^2 + (CA)^2$

اكتب ما تستطيع من نتائج اذا علمت ان $\overline{MK} \parallel \overline{AB}$ في الشكل المجاور

الإثراء

1 - المثلثان DEF ، ABC متشابهان إذ ان $\frac{DE}{AB} = \frac{1}{2}$ ، فلماذا ك المثلث ABC متساوي الاضلاع ومحيطه 18cm ، جد مساحه المثلث DEF .

بما ان المثلث متساوي الاضلاع ومحيطه 18cm فان طول ضلع هو $18 \div 3 = 6\text{ cm}$

بما ان المثلثين متشابهان فإنه يوجد تناسب مثلثي أي :

$$\frac{DE}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DE}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow DE = 3\text{cm}$$

وبما ان المثلثين متشابهان فان المثلث DEF ايضاً متساوي الاضلاع :

P=9

$$A = \sqrt{\frac{P}{2}(\frac{P}{2} - DE)(\frac{P}{2} - EF)(\frac{P}{2} - FD)} = 3.89\text{ cm}^2$$

2 - شكل هندسي تم تحويله بمعامل تناسب هندسي $\frac{2}{5}$ ، كم معامل التناسب الهندسي الذي تستطيع به ارجاع الشكل الهندسي الى اصله؟

3 - المثلثان DEF ، ABC متشابهان ، اذا كان محيط المثلث ABC ضعف محيط المثلث DEF وكان طول $\overline{AB} = 8\text{cm}$ جد طول الضلع المناظر للضلع AB في المثلث DEF .

التمرين 3-5] التناسب والقياس في المثلثات

Proportion and Measure in Triangles

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1) اذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ هل طول القطعة المستقيمة AE هو

a) 4 b) 5 c) 2 d) 10

2) ما كل $\triangle TWN \sim \triangle ACB$ ، ما علمت ان ارتفاع المثلث TWN هو (3) ، هل مساحة المثلث ABC هي

a) 6.57 b) 6 c) 7 d) 8

تم رسم الصورة بعد تحويلها بنسب هندسي نسبة $\frac{4}{3}$ فحدد كما في الرسم المجاور:

اختر الإجابة الصحيحة لتلازمة (4-7):

3) إحداثيات نقطة A هو (3,0) من

a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

4) إحداثيات نقطة B هو (0,0) من

a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

5) إحداثيات نقطة C هو (0,0) من

a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

6) إحداثيات نقطة D هو (0,0) من

a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

الدرس [5-4] الدائرة

The Circle

مفردات

- كل زاوية بين شعري ساعة هي زاوية مركزية والزاوية المركزية هي الزاوية التي تقطع الدائرة في نقطتين ورأسها هو مركز الدائرة وكل زاوية مركزية هي دائرة يفتلها قوس على الدائرة يسمى **قوس الزاوية** ما بين $\angle AOB$ المثلث $\angle AOB$ ؟ وهل هناك عدة أنواع من الأقواس؟
- قوس، وتر
- المماس، قوس المستعرض
- قوسا مركزية

تعليم

تعرفت سابقا مفهوم الدائرة وهي مجموعة من النقاط المتصلة في المستوى والتي لها البعد نفسه عن نقطة ثابتة تسمى مركز الدائرة ونصف قطر الدائرة r هو قطعة مستقيمة تصل بين مركز الدائرة ونقطة على الدائرة. وتر الدائرة هو قطعة مستقيمة طرفاها على الدائرة. قطر الدائرة هو وتر يمر بمركز الدائرة وسوف تزيد مطولتك عن الدائرة في هذا الدرس لتتعرف على القوس ويعلمه بدلالة الزاوية المركزية المقابلة له.

مثال (1) كيف اعد قياس القوس \widehat{AB} بدلالة الزاوية المركزية المقابلة له؟
قياس الزاوية المركزية بقياس القوس المقابل له ونعبر عن القوس \widehat{AB} بالزاوية $\angle AOB = 90^\circ$
ان قياس القوس المقابل للزاوية $\angle AOB$ يساوي $\widehat{AB} = 90$
هناك ثلاثة انواع من الأقواس في الدائرة وهي:

القوس الأصغر (أصغر من 180)	القوس الأكبر (أكثر من 180)	القوس الأكبر (أكثر من 180)
$m\widehat{AB} = 180$	$m\widehat{ACB} = 360 - m\widehat{AB} > 180$	$m\widehat{ACB} = m\angle AOB < 180$

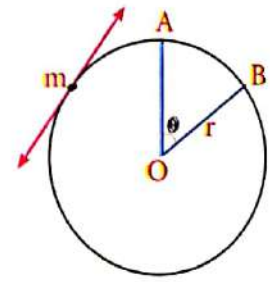
مثال (2) جد قياس الزوايا والأقواس المجهولة في الشكل المبين:

- $\widehat{BC} : m\angle BOC = 30^\circ \Rightarrow m\widehat{BC} = 30$
- $\widehat{DC} : m\angle COD = 90^\circ \Rightarrow m\widehat{DC} = 90$
- $\widehat{BCD} : m\angle BOC + m\angle COD = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$
 $m\widehat{BCD} = 120$
- $\widehat{BEA} : m\angle BOA = 180^\circ \Rightarrow m\widehat{BEA} = 180$
- $\widehat{AD} : m\angle AOD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow m\widehat{AD} = 60$

نتائج التعلم	اجد قياس الاقواس والزاوية المركزية للدوائر، التعرف الى المماس والمماس المشترك.
المواد والوسائل	مسطرة، فرجال، مقص، اشكال ورقية على شكل دوائر، ورقة عمل.

1 تهيئة

- اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
- هيبى الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة مسطرة، فرجال، ورقة عمل.
- اطلب الى المجموعات رسم دائرة في ورقة العمل ورسم اكبر قطعة مستقيم وأخرى أصغر منها داخل الدائرة.
- اسأل الطلاب:
 - ماذا تسمى هذه القطعة المستقيمة الأكبر؟ قطر الدائرة
 - ماذا تسمى القطعة الأصغر؟ وتر الدائرة
 - ما اسم قطعة المستقيم التي تمر بمركز الدائرة؟ قطر الدائرة
 - ما اسم قطعة المستقيم الواصلة بين مركز الدائرة وأي نقطة من نقاط الدائرة؟ نصف قطر الدائرة
- قم بتسجيل نتائج المجموعات وعلان الفائز منها.
- ارسم على السبورة الشكل الآتي:



- اسأل الطلاب:
 - ماذا تسمى الزاوية θ ؟ المستقيم \leftarrow ؟
 - استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيبدرسون في هذا الدرس الاقواس والزاويا المركزية للدائرة والمماس والمماس المشترك.

2 شرح وتفسير

- وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وتهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.
- قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية قياس الاقواس بدلالة الزوايا المركزية المقابلة لها.
- قدم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية قياس الاقواس في الدوائر المقسمة على اجزاء متطابقة.

إعادة التعليم

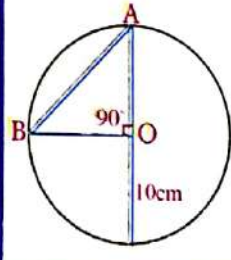
1 - في الشكل المجاور جد قياس \widehat{CA}
بما أن $m\angle COA = 180^\circ$
لذا فإن $m\widehat{CA} = 180$

2 - دائرة أكبر قطعة مستقيم فيها طولها 10cm يمسه مستقيم في احد نقاطها، جد المسافة بين نقطة التماس ومركز الدائرة.

أن المسافة بين نقطة التماس وبين مركز الدائرة هي نصف قطر الدائرة لذا تساوي 5cm

تدريبات:

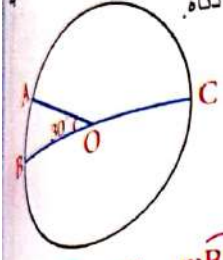
- جد قياس الاقواس المقابلة للزوايا المركزية في دائرة مقسمة الى ستة اجزاء متطابقة.
- بما أن الأجزاء متطابقة لذا فإن كل زاوية مركزية في كل جزء تساوي 60° وعليه فإن قياس كل قوس هو 60 .
- A, B نقطتان تقعان على دائرة قطرها 10cm، اذا علمت ان $\widehat{AB} = 90$ ، جد طول الوتر AB.



بما أن $m\widehat{AB} = 90$ فإن الزاوية المركزية المقابلة للقوس أيضا 90° وعليه فإن المثلث ABO قائم الزاوية. بتطبيق نظرية فيثاغورس نحصل على أن $AB = \sqrt{50} \text{ cm}$

أمثلة إضافية:

قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لامثلة الدرس في كتاب الطالب.
جد قياس الأقواس في الشكل في ادناه.



$m\widehat{AB} = 30^\circ$, $m\widehat{BC} = 180^\circ$, $m\widehat{CA} = 150^\circ$

تأكد من فهمك:

- وجه الطالب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وارجو اجاباتهم .
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1, 3, 4, 7) من صفحة تمارينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع:

قد يخطئ بعض الطلاب في كتابة الأقواس المقابلة للزوايا المركزية فيكتبوها باتجاه عقارب الساعة ففكرهم بأن كتابتها تكون عكس عقارب الساعة .

3 تدريب

- ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمارينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.
- تدرب وحل التمارينات:** اطلب الى الطلاب حل تمرينك تدرب وحل التمارينات وتابع اجاباتهم .
- الأسئلة (11-14) يتطلب حلها معرفة ان الزاوية المستقيمة قياسها 180° .
- الاسئلة (15-19) يتطلب حلها معرفة ان مجموع قياس الزوايا المركزية للدائرة يساوي 360° .

تدرب وحل مسائل حياتية:

- المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .
- الأسئلة (26-27) يتطلب الحل استعمال مبرهنة المماس ومن ثم نظرية فيثاغورس .

مثال (3) دائرة نصف قطرها 12cm مركزها O. وتر AB يساوي 12cm. احس قياس القوس المصغر \widehat{AB} وقياس القوس الكبير \widehat{AB} .

حل: $OA = OB = 12$ cm (نصف القطر)
 $\triangle OAB$ متساوي الساقين.
 $\angle A = \angle B$
 $\angle A + \angle B + \angle AOB = 180^\circ$
 $2\angle A + \angle AOB = 180^\circ$
 $\angle AOB = 120^\circ$
 $m\widehat{AB} = 120^\circ$ (القوس المصغر)
 $m\widehat{AB} = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$ (القوس الكبير)

مثال (4) مثلث ABC متساوي الساقين مع $AB = AC$. احس قياس القوس \widehat{BC} في الدائرة المحيطة بالمثلث.

حل: $\angle B = \angle C$
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 $\angle A + 2\angle B = 180^\circ$
 $2\angle B = 180^\circ - \angle A$
 $\angle B = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$
 $\angle C = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$
 $\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A$
 $m\widehat{BC} = 180^\circ - \angle A$

مثال (5) مثلث ABC متساوي الساقين مع $AB = AC$. احس قياس القوس \widehat{BC} في الدائرة المحيطة بالمثلث.

حل: $\angle B = \angle C$
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 $\angle A + 2\angle B = 180^\circ$
 $2\angle B = 180^\circ - \angle A$
 $\angle B = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$
 $\angle C = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$
 $\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A$
 $m\widehat{BC} = 180^\circ - \angle A$

مثال (6) دائرة مركزها O. وتر AB يساوي 12cm. احس قياس القوس \widehat{AB} وقياس القوس الكبير \widehat{AB} .

حل: $OA = OB = 12$ cm (نصف القطر)
 $\triangle OAB$ متساوي الساقين.
 $\angle A = \angle B$
 $\angle A + \angle B + \angle AOB = 180^\circ$
 $2\angle A + \angle AOB = 180^\circ$
 $\angle AOB = 120^\circ$
 $m\widehat{AB} = 120^\circ$ (القوس المصغر)
 $m\widehat{AB} = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$ (القوس الكبير)

Trangent

5-4-2 المماس

المماس للدائرة هو المستقيم الذي يلامس الدائرة في نقطة واحدة وتعرف نقطة التماس ويكون عمودياً على نصف القطر في نقطة التماس.

مثال (6) دائرة مركزها O. وتر AB يساوي 12cm. احس قياس القوس \widehat{AB} وقياس القوس الكبير \widehat{AB} .

حل: $OA = OB = 12$ cm (نصف القطر)
 $\triangle OAB$ متساوي الساقين.
 $\angle A = \angle B$
 $\angle A + \angle B + \angle AOB = 180^\circ$
 $2\angle A + \angle AOB = 180^\circ$
 $\angle AOB = 120^\circ$
 $m\widehat{AB} = 120^\circ$ (القوس المصغر)
 $m\widehat{AB} = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$ (القوس الكبير)

تأكد من فهمك

الاسئلة 1-2 مشابهة للاسئلة 1, 2

دائرة مقسمة الى 6 اجزاء متساوية. احس قياس كل قوس مما يلي:

الاسئلة 3-7 مشابهة للاسئلة 3-7

الدائرة المجاورة مقسمة الى 4 اجزاء متساوية. برهن ان الشكل ABCD مربع.

في الشكل المجاور استعمل مبرهنة القطر العمودي وحد طول القطعة المستقيمة AB في الدائرة المجاورة مقرباً الناتج الى القرب عشر.

استعمل معرفة المماس لتجد طول القطع المستقيمة AB, AD في الشكل المجاور.

تدريب وحل تمرينات جد قياس الزوايا والاقوس فيما يأتي:

17 - COA
18 DBE
19 DCA
20 BAC
21 GDB
22 AB
23 ABC
24 GDB

الدائرة مقسمة في 8 اجزاء متساوية جد قياس كل قوس مما يأتي.

18 الدائرة المقسومة مقسمة في 6 اجزاء متساوية، برهن ان الشكل ABCDEF سداسي منتظم.

19 استعمل مبرهنة المماس لتحديد طول القطع المستقيمة ABAC في الدائرة المقسومة.

تدريب وحل مسائل حقيقية

20 **جغرافية (برلين):** ترتفع قمة بركان (هولالاي) عن مستوى سطح البحر 2.52km. احسب المسافة بين قمة البركان ومستوى الاقاع اذا علمت ان نصف قطر الارض 6437km تقريبا قربا للنتيجة لاقرب كيلومتر.

21 **محطة فضائية:** تعد محطة مير الروسية عن مستوى سطح البحر سرعة 390km تقريبا، ما المسافة بين هذه المحطة والاقاع، قربا للنتيجة في قوس كيلومتر علما ان نصف قطر الارض 6437km تقريبا.

فكر

22 نعد: استعمل مبرهنة المماس لتحديد طول AB في الدائرة المقسومة.

23 **مس عهدي:** اذا كانت الزاويتان COB, AOB متساويتين، حد طول CB في الدائرة المقسومة.

اكتب

المحطات الخرمية لتحديد قياس زاوية ABC في الرسم المصور اذا علمت ان BO ينصف الزاوية AOC والتي قياسها يساوي 140°.

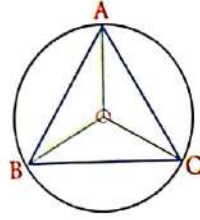
فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذور المستوى الضعيف الى استعمال الرسم والأمثلة.

السؤال (22) يتطلب الحل استعمال نظرية المماسين لاجاد قيمة X.

اكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم.

4 تقويم

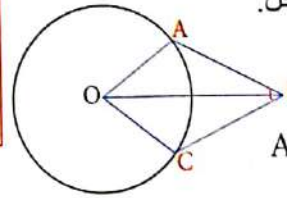
استعمل المسائل الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس. الدائرة في الشكل ادناه قسمت على ثلاث اجزاء متساوية، اثبت ان المثلث ABC متساوي الاضلاع.



بما ان الاقواس \widehat{AB} ، \widehat{BC} ، \widehat{CA} متساوية لذا فان الزوايا المركزية المقابلة لها متساوية وبذلك تتطابق المثلثات ومنها ينتج ان الاضلاع متساوية.

5 توسعة

قم بتريبات اثنائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.



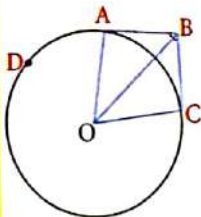
اطلب اليهم حل السؤال الآتي:
في الشكل الآتي جد قياس القوس \widehat{AC} اذا علمت ان BO ينصف الزاوية ABC التي قياسها 80°.

باستعمال مبرهنة المماس يمكن ايجاد قياس الزاوية المركزية المقابلة للقوس وتساوي 100 لذا $m\widehat{AC} = 100^\circ$

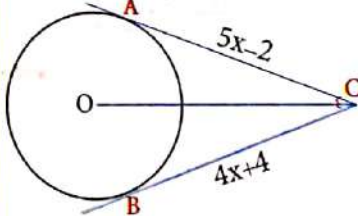
الإثراء

1 - في الشكل الآتي جد قياس القوس \widehat{ADC} اذا علمت ان BO ينصف الزاوية ABC التي قياسها 60°.

بما ان BO ينصف زاوية ABC لذا فان $m\angle ABO = 30^\circ$ وبما ان $m\angle BAO = 90^\circ$ (مبرهنة المماس) لذا $m\angle AOB = 60^\circ$ ومنها $m\angle ADC = 240^\circ$ وعليه $m\widehat{ADC} = 240$



2 - استعمل مبرهنة المماسين وجد طول AC في الدائرة ادناه:



من مبرهنة المماسين فان:

$$\begin{aligned} 5x - 2 &= 4x + 4 \\ 5x - 4x &= 2 + 4 \\ x &= 6 \\ AC &= 5x - 2 \\ &= 5(6) - 2 = 28 \end{aligned}$$

Multiple Choice

التمرين على شكل اختيار من متعدد

الدرس [5-4] الدائرة

نظر الشكل المجاور واختر الاجابة الصحيحة للاسئلة (1-4):

1. قياس الزاوية $\angle AOB$ هو:

a) 180° b) 135° c) 90° d) 45°

2. قياس القوس \widehat{AB} هو:

a) 180 b) 90 c) 135 d) 45

3. قياس القوس \widehat{ABC} هو:

a) 180 b) 90 c) 225 d) 135

4. قياس القوس \widehat{BC} هو:

a) 90 b) 42 c) 45 d) 135

5. طول الوتر AB في الشكل المصور هو:

a) 12 b) 10 c) 6 d) 8

نظر الشكل المجاور واختر الاجابة الصحيحة للاسئلة (6-7):

6. قياس $\angle AOB$ هو:

a) 115° b) 120° c) 65° d) 90°

7. طول القطعة المستقيمة BC هو:

a) 10 b) 14 c) 12 d) 5

الدرس [5-5] المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة

Triangle and Circle and Line Segments and Circle

ملخص

فكرة الدرس

- استعمل خصائص المحاور ومنصفات الزوايا لرسم دائرة محيطية ودائرة محاطة بمثلث وإيجاد أطوال القطع المستقيمة التي يحددها قاطعان على الدائرة.
- استعمل خصائص المحاور ومنصفات الزوايا لرسم دائرة محيطية ودائرة محاطة بمثلث وإيجاد أطوال القطع المستقيمة التي يحددها قاطعان على الدائرة.
- استعمل خصائص المحاور ومنصفات الزوايا لرسم دائرة محيطية ودائرة محاطة بمثلث وإيجاد أطوال القطع المستقيمة التي يحددها قاطعان على الدائرة.

نتائج التعلّم

الموادّ والوسائل

مسطرة ، فرجال ، ورقة عمل .

[5-5-1] مثلث والدائرة

تعرفنا سابقاً في الدرس (2) إلى مبرهنة (القطعة المستقيمة المتوسطة لمثلث).

تقطع محاور لإضلاع المثلث في نقطة واحدة. ومما نستطيع أن نرسم الدائرة المحيطة بالمثلث (الدائرة المحيطة بالمثلث) لكل مثلث دائرة واحدة لتقطع به مركزها نقطة تقاطع المحاور الثلاثة.

المحاور هي الأضلاع المقامة على أضلاع مثلث من مستقيمتها لتتقاطع نقطة واحدة (O) تكون مشوية البعد عن رؤوسه وهذه النقطة هي مركز الدائرة التي تسمى دائرة المثلث.

مثال (1) جد نقطة تقاطع محاور المثلث ABC كما في الشكل المحور وأرسم دائرة المحيطة بمحور AB يمر من منتصف AB، ومحور BC يمر من منتصف BC، ومحور AC يمر من منتصف AC والتي تسمى مركز الدائرة المحيطة بالمثلث.

بالإمكان الاستفادة من مبرهنة منصفات زوايا المثلث لرسم الدائرة المحيطة بمثلث (الدائرة المحيطة بالمثلث).

تقاطع منصفات زوايا المثلث في نقطة واحدة.

نقطة تقاطع منصفات الزوايا تقع على المسافة نفسها من الأضلاع الثلاثة.

في كل مثلث توجد دائرة بأحد المثلث، مماسة لأضلاع الثلاثة وتسمى الدائرة المحيطة بالمثلث.

$OL = OK = OM$

مثال (2) الدائرة التي مركزها O محاطة بالمثلث ABC يمر من \overline{BO} نصف المحور KL والمحور KL .

مبرهنة التماسين

بمساعدة نظرية الدائرة

المثلث BOK, BOL متشابهان (مبرهنة التماسين من ص. ص. ص.)

من التماسين $m\angle 1 = m\angle 2$

BO ينصف الزاوية LOK

المثلث KDB, LDB متشابهان (ص. ص. ص.)

$KL \perp BO$

$\therefore KL$ محور BO

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيبئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة واعط كل مجموعة مسطرة وفرجال وورقة عمل.

• اطلب الى المجموعات رسم ثلاثة مثلثات في ورقة العمل الاول جميع زواياها حادة والثاني احدى زواياها منفرجة والثالث قائم الزاوية ثم رسم مستقيم عمودي من منتصف كل ضلع من اضلاع المثلث وتسمية نقطة التقاء المستقيمت الثلاثة O_1 للمثلث الاول، O_2 للمثلث الثاني، و O_3 للمثلث الثالث وقل لهم ان هذه المستقيمت العمودية هي محاور المثلث.

• اسأل الطلاب :

- كم محور في المثلث الواحد؟ 3
- اين تقع النقاط O_1, O_2, O_3 ؟ داخل المثلث الاول ، خارج المثلث الثاني، على وتر المثلث الثالث
- قم بتسجيل نتائج المجموعات و اعلان الفائز منها.
- ارسم على السبورة مثلثاً متساوي الاضلاع داخل دائرة تمر برؤسه الثلاثة.
- اسأل الطلاب :
- اين تقع نقطة التقاء المحاور؟ داخل المثلث
- اين يقع مركز الدائرة؟
- استمع الى اجاباتهم وقل لهم انهم سيدرسون في هذا الدرس الدائرة المحيطة بمثلث والدائرة المحاطة بمثلث والقطع المستقيمة وعلاقتها بالدائرة.

إعادة التعليم

مثال) جد منتصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC التي طول كل ضلع فيه 8cm وطول المحور 3cm .

من مبرهنة منصفات زوايا المثلث وتعريف المحاور فإن OC يمثل نصف قطر الدائرة .

المثلث ODC فيه :

نصف القطر $OC = \sqrt{9+16} = 5cm$

تدريبات :

جد قيمة y وطول كل من \overline{AD} ، \overline{AC} من الشكل اناه:

من مبرهنة القاطعين للدائرة

$AB \times AC = AE \times AD$

$\Rightarrow 5(y+5) = 6 \times 15$

$\Rightarrow 5y + 25 = 90$

$5y = 65 \Rightarrow y = 13cm$

$\therefore AD = 15cm , AC = 18cm$

2 شرح وتفسير

تعلّم : وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب اليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

• اسأل الطلاب ما الخطوات الازمة لحل المثال (1)

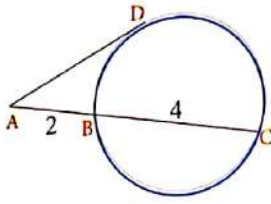
رسم محاور المثلث ثم تعيين نقطة التقاء المحاور على الوتر لان المثلث قائم الزاوية ثم رسم دائرة تمر برؤوس المثلث .

• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية استعمال مبرهنة التماسين ومبرهنات التطابق في حل المثال

• قدم المثال (3-4) لتبين للطلاب كيفية استعمال مبرهنة القاطعين لدائرة في إيجاد قيمة x والوتر.

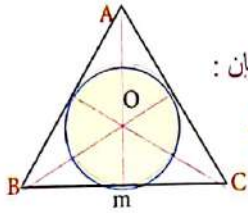
• قدم المثال (5) لتبين للطلاب كيفية استعمال مبرهنة المماس والقاطع في الدائرة لإيجاد طول قطعة المماس.

أمثلة إضافية: قدم الأمثلة الإضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.
1 - جد x من الرسم .



من مبرهنة المماس والقاطع
للدائرة $(AD)^2 = (AB)(AC)$
طول قطعة المماس $AD = 2\sqrt{3}$

2 - مثلث متساوي الاضلاع ارتفاعه 9 جد نصف قطر الدائرة المحاطة به.



من مبرهنة منصفات زوايا المثلث فإن:

$$\frac{AO}{Am} = \frac{2}{3} \Rightarrow AO = \frac{9 \times 2}{3} = 6$$

لذا فإن $Om = 3$ وهو يمثل نصف قطر الدائرة

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (7، 5، 3، 1) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب في التمييز بين مبرهنة المماسين ومبرهنة القاطعين ومبرهنة المماس والقاطع، لذلك يجب التأكيد على التمييز بينهما عند التطبيق في حل التمارين.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

- السؤال (8-9) يتطلب معرفة ان نقطة تقاطع المحاور تقع منتصف الوتر
- الاسئلة (10-13) يتطلب استعمال مبرهنتي القاطعين للدائرة والمماس والقاطع للدائرة

تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

الأسئلة (14-16) يتطلب الحل استعمال مبرهنة القاطعين في دائرة ومبرهنة المماس والقاطع .

Line Segments and Circle

المماس والقاطع في الدائرة

مثال (3) جد قيمة x وطول كل وتر
سواء المماس في الدائرة
بالمماس

سواء المماس في الدائرة
بالمماس

مثال (4) جد قيمة x وطول كل من AM, BM
سواء المماس في الدائرة
بالمماس

مثال (5) جد طول قطعة المماس AB
سواء المماس في الدائرة
بالمماس

55

تلق من فهمك

المثلث ABC متساوي الساقين $AB = AC$ ، N منتصف BC ، $KX \cong KC$ برهن ان K هي نقطة تقاطع محاور المثلث ABC ، ثم ارسم الدائرة المحيطة به

ABC مثلث منفرج ، طول ضلعه 12cm حدد نقطة تقاطع محاوره ثم ارسم الدائرة المحيطة به وحد طول قطرها

جد قيمة x وطول كل قطعة مجهولة لثلاث مما يأتي:

كرب وحل التمرينات

ABC مثلث قائم متساوي الساقين وطول كل من ساقيه 6cm ، ارسم الدائرة التي يمسها بها المثلث ABC وحد مساهة الدائرة

ABC مثلث قائم متساوي الساقين ووتره BC ، حدد نقطة تقاطع محاور هذا المثلث وارسم الدائرة المحيطة به

جد قيمة x وطول القطع المستقيمة المجهولة لثلاث مما يأتي:

56

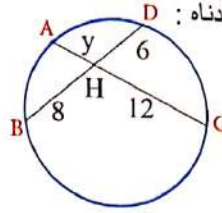
فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال أمثلة اضافية.

• الاسئلة (17-19) يتطلب الحل استعمال مبرهنة القاطعين ومبرهنة المماس والقاطع .

اكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم .

4 تقويم

استعمل السؤال الآتي كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس. جد قيمة y وطول كل وتر في الشكل أدناه :



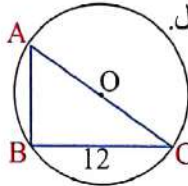
$$HC \times HA = HB \times BD$$

$$\Rightarrow 12y = 8 \times 6$$

$$\Rightarrow y = \frac{48}{12} = 4 \text{ cm}$$

5 توسعة

يمكنك قَدَم تدریبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.



اطلب إليهم حل السؤال الآتي:
مثلث قائم الزاوية مساحته 54 cm^2 وطول قاعدته 12 cm .

جد قطر الدائرة التي تحيط به .

بما أن المثلث قائم الزاوية لذا أن وتر المثلث هو قطر الدائرة .

ومن مساحة المثلث نجد طول AB

$$54 = \frac{1}{2}(12)(AB) \Rightarrow AB = 9 \text{ cm}$$

باستعمال نظرية فيثاغورس نجد طول الوتر الذي هو قطر الدائرة

$$AC = \sqrt{(9)^2 + (12)^2}$$

$$= 15 \text{ cm}$$

تدريب وحل مسائل حياتية

14. **ماء:** يرتكز حسر على فوس دائرة كما مبن في الشكل المقابل. محور $AB=60 \text{ m}$ ، $DC=150 \text{ m}$ ما قطر الدائرة المحاور.

15. **فضاء:** قمر صناعي يدور حول الأرض على ارتفاع 8200 km اذا كان قطر الأرض 12800 km تقريباً، ما المسافة التي تفصل القمر الصناعي عن النقطة B في الشكل المحاور.

16. **هندسة:** O نقطة تقاطع محاور المثلث ABC، جد محيط المثلث ABC مستعملاً الشكل المحاور.

فكر

17. **اكتشف الخطأ:** فيما يلي حلان لإيجاد قيمة x في الشكل المقابل، ابهما الحل الخطأ ببر اجابتك. مبرهنة المماس والقاطع

i) $4 \times 6 = x^2$
 $24 = x^2 \Rightarrow x = 2 \times 6$

ii) $x^2 = 40 = x = 2 \times 10$

18. **تعديل:** في الشكل المقابل $AB = 10$ وهو مماس للدائرة، جد قيمة x .

19. **مسألة مفتوحة:** في الشكل المجاور دائرة مركزها O مماسات \overline{AC} ، \overline{BC} ، \overline{BD} جد طول القطعة BC.

مسألة تستعمل فيها المحاور ومنصفات الزوايا المثلث في رسم دائرة محيطة به.

اكتب

الإثراء

1 - مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه 10 cm يحيط بدائرة طول قطرها 3 cm جد مساحة المنطقة الواقعة داخل المثلث وخارج الدائرة.

$$\text{Area}_\Delta = \frac{\sqrt{3}}{4}(10)^2 = 43.301$$

$$\text{Area}_0 = \pi(3)^2 = 28.26$$

$$\text{Area}_{\Delta-0} = 15.041$$

2 - مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه 8 cm وارتفاعه $\sqrt{48}$ جد نصف قطر التقريبي للدائرة المحيطة به.

نفرض أن $OD = x$

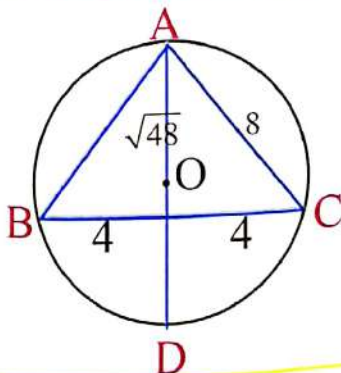
حسب مبرهنة القاطعين في دائرة فان :

$$\sqrt{48}x = 16$$

$$\Rightarrow x \approx 2.3$$

$$AD \approx 9.2$$

$$\Rightarrow AO \approx 4.1 \text{ cm}$$

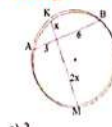


Multiple Choice

الدرس [5-5] المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة

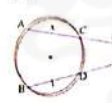
Triangle and Circle Line Segments and Circle

انظر الشكل المجاور واختر الاجابة الصحيحة للاسئلة (1-2):



1. قيمة x هي:
- a) 2 b) 6 c) 9 d) 3

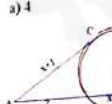
2. طول وتر MK هو:
- a) 12 b) 9 c) 5 d) 4



3. قيمة x هي:
- a) 2 b) 3 c) 1 d) 4

4. طول BM هو:
- a) 4 b) 6 c) 5 d) 2

5. طول AM هو:
- a) 4 b) 2 c) 6 d) 3



6. قيمة x هي:
- a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) 0

7. طول المماس هو:
- a) $\sqrt{2} + 1$ b) $\sqrt{3} + 1$ c) 4 d) $\sqrt{5} + 1$

8. طول \overline{AB} هو:
- a) $\sqrt{3} + 6$ b) $\sqrt{3} + 2$ c) $\sqrt{3} + 5$ d) $\sqrt{3} + 4$

الدرس 5-6 الزوايا والدائرة

Angles and Circle

فقرة الدرس

- استخدام المسطرة كإداة لتثبيت الراعي أو فتحها
- إيجاد قياس الزوايا المحيطة والمماسية والمسوية
- إيجاد قياسات زوايا تقاطع اضلاعها مع دائرة
- المقدرات
- الزاوية المحيطة
- الزاوية المسوية

الزاوية المحيطة [5-6-1]

درست سابقاً تعريف القوس بدلالة الزاوية المركزية وكيفية قياس القوس وفي هذا الدرس سنتعرف على: **الزاوية المحيطة**: وهي الزاوية التي رأسها نقطة من نقاط الدائرة وضلعاهما وتران في الدائرة. وكذلك سنتعرف على كيفية قياسها باستعمال القوس المواجه لها بواسطة المسرعات الآتية وهي بدون برهان.

مبرهنة الزوايا المحيطة

قياس الزاوية المحيطة يساوي نصف قياس القوس المواجه لها.

$$m\angle B = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$$

مثال (1) جد قياس الزوايا المحيطة التالية في الشكل المجاور.

i) $\angle D$ ii) $\angle BAD$

سرعة الزوايا المحيطة

$$m\angle D = \frac{1}{2} m\widehat{ECA} = \frac{1}{2} \cdot 140 = 70^\circ$$

$$m\angle BAD = \frac{1}{2} m\widehat{BD} = \frac{1}{2} m\widehat{BD} = 30^\circ$$

بالتعويض $\therefore m\angle BED = m\angle BAD = 30^\circ$

مبرهنة الزوايا المحيطة المواجهة للقوس نفسها

كل الزوايا المحيطة التي تواجه قوساً مشتركاً على الدائرة تتطابق.

$$m\angle A \cong m\angle B \cong m\angle C \cong m\angle D = m\widehat{EF}$$

هناك حلقة خاصة للزاوية المحيطة عندما تكون زاوية قائمة:

- كل زاوية محيطة تواجه نصف دائرة تكون قائمة.
- كل زاوية محيطة تواجه قطراً تكون قائمة.
- كل زاوية محيطة قائمة تواجه قوساً $m\angle A = 90^\circ = m\widehat{BC} = 90$

نتائج التعلّم

إيجاد قياس الزوايا المحيطة والمماسية والزاوية التي تقاطع اضلاعها مع دائرة.

المواد والوسائل

مسطرة، منقلة، فرجال، ورقة عمل.

11 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هبى الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة مسطرة، منقلة، فرجال، وورقة عمل.
- اطلب الى المجموعات رسم مثلث ودائرة تحيط بالمثلث في ورقة العمل ثم اطلب منهم قياس زوايا المثلث.
- اسأل الطلاب: كم هو مجموع الزوايا التي قمت بقياسها؟ 180°
- ماذا يمثل ضلع المثلث بالنسبة للدائرة؟ وتر اذا لم يمر بمركز الدائرة وقطر اذا مر بمركز الدائرة.
- متى تتساوى اضلاع المثلث؟ عندما تتساوى قياسات زواياه الثلاثة (60°).
- قم بتسجيل نتائج المجموعات وعلان الفائز منها.
- ارس على السبورة دائرة وحدد الزاوية المركزية وارسم زاوية ناتجة من تقاطع وترين ومقابلة للقوس الذي يقابل الزاوية المركزية وزاوية ناتجة من تقاطع مماسين:

إعادة التعلّم

1 - من الرسم اثبت ان المثلث قائم الزاوية. بما ان الزاوية A تقابل قطر الدائرة لذلك

$$m\angle A = \frac{180}{2} = 90^\circ$$

2 - من الرسم جد قياس الزاوية CAB. من مبرهنة الزاوية المحيطة

$$m\angle A = \frac{1}{2} m\widehat{CB} = \frac{46}{2} = 23$$

تدريبات

1 - اثبت ان ABCD شكل رباعي دائري باستعمال مبرهنة الرباعي.

بما ان مجموع كل زاويتين متقابلتين 180° فان الشكل رباعي دائري (المبرهنة).

2 - من الرسم جد طول القوس \widehat{ADB} . من مبرهنة الزوايا المماسية:

$$m\angle B = \frac{1}{2} m\widehat{ADB}$$

$$110 = \frac{1}{2} m\widehat{ADB}$$

$$\widehat{ADB} = 220$$

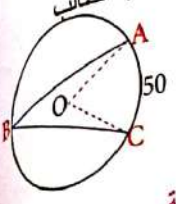
2 شرح وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب اليهم قراءة المعلومة المعطاة وبنهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

- اسأل الطلاب: كم زاوية محيطة في الشكل المعطى للمثال (1)؟
- قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية حل المثال باستخدام مبرهنة الزوايا المحيطة المواجهة للقوس نفسه والحالة الخاصة عندما تكون الزاوية قائمة.
- قدم المثال (3,4) لتبين للطلاب كيفية قياس الزاوية المماسية والزاوية الخارجية باستخدام مبرهنة الزوايا المماسية و مبرهنة الزاوية الخارجية في دائرة.
- قدم المثال (5) لتبين للطلاب كيفية قياس الزاوية الداخلية في دائرة باستعمال مبرهنة الزاوية الداخلية في دائرة.

أمثلة إضافية: قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم

الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب



1 - من الرسم جد قياس الزاوية ABC. $AC = 50$
لذا الزاوية المركزية $m \angle AOC = 50^\circ$

وبما ان الزاوية المحيطية هي نصف الزاوية المركزية المقابلة للقوس نفسه لذا $m \angle ABC = 25^\circ$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2، 3، 6، 7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب في التمييز بين الزوايا المحيطية وبين الزوايا المماسية .

3- تدريب:

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

السوال (13-14) يتطلب الحل استعمال مبرهنة الزوايا الخارجية والزوايا الداخلية .

السوال (15) يتطلب استعمال مبرهنة الرباعي الدائري

تدرب وحل مسائل حياتية : اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

مثال (2) دائرة قطرها KN تقع HI في N وتقاطع KL في M، كما في الشكل المصورة برهن ان $HI \perp KM$ $JK \perp HL$ $JK \perp HI$ $HI \perp KM$ $JK \perp HI$ $HI \perp KM$ $JK \perp HI$

الزاوية المماسية [5-6-2]
الزاوية المماسية هي الزاوية التي يشكلها مماس الدائرة مع مستقيم اخر يمر في نقطة التماس (وتر الدائرة).

مبرهنة الزاوية المماسية
إذا قطع مماس الدائرة مع مستقيم يمر في نقطة التماس يكون قوس الزاوية بينهما نصف قوس القوس المقطوع.
 $m \angle A = \frac{1}{2} m \widehat{ADC}$

مثال (3) باستعمال مبرهنة الزوايا المماسية والشكل المجاور جد قياس كل مما يلي:
i) $\angle BAC$ ii) \widehat{NC}
 $m \angle BAC = \frac{1}{2} m \widehat{CA} = \frac{1}{2} m \widehat{CN} = \frac{1}{2} m \widehat{CN} = \frac{1}{2} (144 - 72) = 36^\circ$
 $m \angle CN = 144^\circ$

Internal and External Angles in the Circle [5-6-3]
مبرهنة الزاوية الخارجية في الدائرة
إذا تقاطعت مستقيمان خارج دائرة فقياس الزاوية بينهما يساوي نصف الفرق بين القوسين المقطوعين.
 $m \angle D = \frac{1}{2} (m \widehat{AB} - m \widehat{KN})$

مثال (4) جد قياس الزاوية الخارجية x في كل مما يلي:
i) $m \angle x = \frac{1}{2} (m \widehat{AB} - m \widehat{KN}) = \frac{1}{2} (172 - 90) = 41^\circ$
ii) $m \angle x = \frac{1}{2} (m \widehat{KAN} - m \widehat{KN}) = \frac{1}{2} (230 - 130) = 50^\circ$

مبرهنة الزاوية الداخلية في الدائرة
إذا تقاطعت مستقيمان داخل دائرة فقياس الزاوية بينهما يساوي نصف مجموع قوسين المقطوعين.
 $m \angle CMK = \frac{1}{2} (m \widehat{CK} + m \widehat{AB})$

مثال (5) جد قياس $\angle ADB$ مستعملاً مبرهنة الزاوية الداخلية في الدائرة.
 $m \angle ADB = \frac{1}{2} (m \widehat{KN} + m \widehat{AB}) = \frac{1}{2} (102 + 44) = 73^\circ$

يمكن إيجاد دائرة تمر في الرؤوس الأربعة لرباعي ويسمى هذا الرباعي بالرباعي الدائري.
مبرهنة الرباعي الدائري
في كل رباعي دائري مجموع قياس كل زاويتين متقابلتين يساوي 180°
 $m \angle A + m \angle C = 180^\circ$
 $m \angle B + m \angle D = 180^\circ$

مثال (6) جد قيمة x في الشكل المجاور:
مبرهنة الرباعي الدائري
 $a + 81^\circ = 180^\circ$
 $a = 180^\circ - 81^\circ = 99^\circ$
 $x + 2x = 180^\circ \Rightarrow 3x = 180^\circ$
 $x = 60^\circ$

تأكد من فهمك
جد قياس كل مما يلي:
1 $m \widehat{BE}$ 2 $m \angle ABC$ 3 $m \angle CAB$ 4 $m \angle ACB$ 5 $m \widehat{BN}$ 6 $m \angle CKA$ 7 $m \angle MNB$ 8 $m \angle CBA$ 9 $m \widehat{BN}$

الأمثلة 5-1 مشابهة للثال 1
الأمثلة 6، 7، 10، 7، 6 مشابهة للثال 2
الأمثلة 8، 9 مشابهة للثال 3

إذا علمت ان M مركز الدائرة 1 و MK هو قطر الدائرة 2، برهن ان \widehat{KA} و \widehat{KB} مسلمان للدائرة 1.

جد قياس كل مما يأتي:

11. $m\angle KNA$ 12. $m\widehat{X}$

الإسئلة 11، 12
شبهية للأسئلة 4، 5، 6
على الترتيب

تدريب وحل التمرينات

جد قياس كل مما يأتي:

13. $m\angle HBC$ 14. $m\angle x$ 15. $m\angle x, m\angle y$

تدريب وحل مسائل حياتية

16. راجع رسم أحد الفئتين الرسم المجاور على زجاج، جد قياس $\angle ADE$ إذا طمت $\angle BCE = 30^\circ$ وقياس $\overline{AB} = 42$.

17. انشاء: قدر سناعي يدور حول الارض عندما يمسل النقطة M يكون على ارتفاع 14000km فوق الارض، ما قياس القوس الذي يمكن رؤيته من كالميرا القوس السناعي على الارض؟

فكر

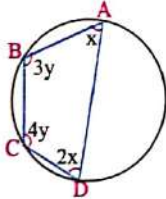
18. اكتشف الخطأ: كتب سعيد $m\angle CAB = \frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$ ص عددي: جد قيمة الزوايا المجهولة. بين الخطأ وجد الجواب الصحيح.

تكتب

مبرهنات الزوايا الداخلية والخارجية لتتلاق بين الزاويتين x, y .

الإثراء

1 - من الرسم جد قيمة x, y . باستعمال مبرهنة الرباعي الدائري



فان $2x+3y=180$ ، $x+4y=180$

من مبرهنة الرباعي الدائري نحصل على:

$$2x + 3y = 180 \dots\dots (1)$$

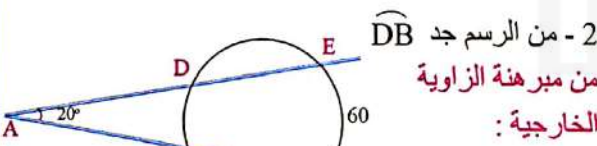
$$x + 4y = 180 \dots\dots (2)$$

نضرب المعادلة (2) في 2 فنحصل على:

$$2x + 8y = 360$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 180 \\ \hline 5y = 180 \Rightarrow y = 36^\circ \end{array}$$

نعوض لاجاد قيمة x $x = 180 - 144 = 36^\circ$



$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{EC} - m\widehat{DB})$$

$$20 = \frac{1}{2}(60 - m\widehat{DB})$$

$$m\widehat{DB} = \frac{120 - 20}{2} = 50 \text{ طول القوس}$$

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال اشكال ورقية وتذكير بالقوانين

السؤال (22) تطلب معرفة ان طول قوس الدائرة 360

اكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

من الرسم جد قياس الزاوية A.

$$m\angle ADC = 360 - 120 = 240$$

من مبرهنة الزاوية المماسية

$$m\angle A = \frac{1}{2}m\widehat{ADC}$$

$$= \frac{1}{2}(240) = 120^\circ$$

5 توسعة

يمكنك قدم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

اطلب إليهم حل السؤال الآتي:

من الرسم جد قياس الزاوية A.

$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{KBN} - m\widehat{KN})$$

$$= \frac{1}{2}(210 - 150) = 30 = \frac{60}{2}$$

Multiple Choice

الأسئلة مع الحل

الدرس [5-6] الزوايا والدائرة

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للأسئلة (1-3):

11. قياس الزاوية W هو:

a) 45° b) 30° c) 90° d) 32°

12. قياس الزاوية X هو:

a) 45° b) 64° c) 32° d) 48°

13. قياس الزاوية Z هو:

a) 45° b) 64° c) 32° d) 58°

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للأسئلة (4-6):

14. قياس الزاوية Y هو:

a) 70° b) 72° c) 90° d) 80°

15. قياس الزاوية Z هو:

a) 39° b) 70° c) 40° d) 45°

16. قياس الزاوية X هو:

a) 70° b) 30° c) 40° d) 78°

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للسؤال (7):

17. قياس القوس \widehat{AB} هو:

a) 56 b) 28 c) 65 d) 82

Problem Solving Plan (Drawing)



أجل شعبة من شعب الصف الثالث المتوسط
مقاعد برتقالية مستوية وكان في الشعبة (1)
الطابق يجرى بعض في المجد الرابع من الأمتام في
الصف الثاني من الطابق والصف الثالث من الطابق
والثالث من الطابق. ارسو شكلاً لأحد عدد المقاعد
في الشعبة (1) التي يظهر فيها يأسر

اقرأ الدرس
• لتستعمل الطريقة الرسم

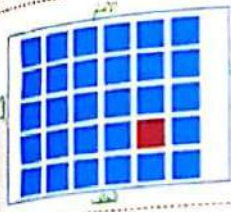
المهم

ما المعطيات في المسألة؟ عدد يأسر هو الرابع من الأمتام والثالث من الطابق والخمس من الطابق والثلث من
اليمين.
ما المطلوب من المسألة؟ ايجاد عدد المقاعد في الشعبة (1)

خطط

كيف نحن المسألة؟ ارسو شكلاً بين الصفوف والأعمدة اعتماداً على مواقع حثوس يأسر

حل



هذا هو العدد من المقاعد في الشعبة (1) في خطة
الرسو
عدد المقاعد في الشعبة (1)
 $6 \times 5 =$
 30

نتطق

عدد المقاعد في الشكل الخرسو هو اعلاء تساوي 30 مقعداً.
فن نحن صريح

نتائج التعلم : استعمل الرسم لحل المسألة.

المواد والوسائل: مسطرة ، فرجال ، منقلة وورقة عمل.

1 - تهيئة: اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس

من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هنيء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم

الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة مسطرة

وفرجال ومنقلة وورقة عمل .

• اطلب الى المجموعات رسم مثلث متساوي الاضلاع، في

ورقة العمل طول ضلعه 10cm يحيط بدائرة مركزها نقطة

التقاء محاور المثلث.

• اسأل الطلاب :

• كيف نتحقق من صحة مبرهنة الزاوية الخارجية في دائرة

بالرسم ؟

كل زاوية من زوايا المثلث تساوي 60° وبما ان المثلث

متساوي الاضلاع فان كل زاوية من زوايا المثلث يجب ان

تقابل ثلث قوس الدائرة اي ان القوس المقابل لاي زاوية يجب

ان يساوي 120°

قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

2 - شرح وتفسير :

المهم :

• أرشد الطلاب الى المعطيات والمطلوب في المسألة .

• اطلب الى الطلاب تحويط المعطيات ، ووضع خط تحت

المطلوب .

سلسلة الناجح في الرياضيات

خطط :

ناقش الطلاب في الطريقة المناسبة لحل هذه المسألة واستمع إلى مقترحاتهم .

• بين للطلاب أن حل المسألة باستعمال الرسم هي الطريقة الأنسب للحل.

حل :

• قم بحل المسألة على وفق خطة الرسم ، وقدم الأسئلة الآتية للتلاميذ في أثناء الشرح لتوجيه انتباههم .

• كم عدد اعمدة المقاعد ؟ 6

• كم مقعد في كل عمود ؟ 5

• كم عدد المقاعد الكلية ؟ 30

Problems

مسائل



حل المسائل التالية باستراتيجية (تحديد معقولة الإجابة):
1 مسرح فتم على عدة أقسام، جلس الناصر في الصف الرابع من الأمام وفي الصف السادس من الخلف وكان مقعده الثاني من جهة اليسار والسادس من جهة اليمين، فما عدد المقاعد في هذا القسم من المسرح؟



2 خزان ماء سعة 500 لتراً يُصب فيه ماء بمقدار 80 لتراً كل 6 دقائق، ما عدد الدقائق اللازمة لملء الخزان؟



3 تم تشكيل هرم رباعي القاعدة باستعمال كرات صغيرة كما في الشكل المجاور، إذا كان الهرم مكوناً من أربع طبقات، ما عدد كرات الهرم؟



4 يستغرق قص قطعة من الخشب إلى 5 قطع متساوية 20 دقيقة، ما الزمن اللازم لقص قطعة أخرى مشابهة إلى 3 قطع متساوية؟

تحقق:

- كيف اتحقق من صحة الحل؟ استمع الى تبريرات الطلاب.
- وجه الطلاب الى استعمال عملية الضرب للتأكد من صحة الحل.
- اطلب الى الطلاب حل المسائل (1,3,4) من من صفحة مسائل الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يظن بعض الطلاب ان هناك اختلافاً في الارقام بين الحل بالرسم والحل باستعمال القوانين، فوجههم الى ان الحل بالرسم غالباً ما تكون النتائج تقريبية اذا كان الرسم غير دقيق.

سلسلة الناجح في الرياضيات

3 - تدريب:

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل المسائل.

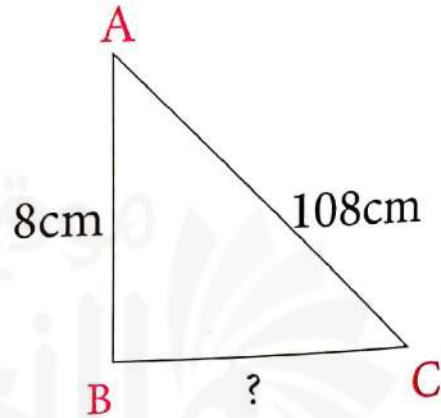
اقرأ المسائل امام الطلاب واطلب اليهم حلها وتابع اجاباتهم.

4 - تقويم:

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

مثلث ABC قائم الزاوية في B طول الوتر 10cm وارتفاعه 8cm جد طول القاعدة باستعمال الرسم ثم تحقق من الحل باستعمال مبرهنة فيثاغورس.

$$BC = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6cm$$



مراجعة الفصل

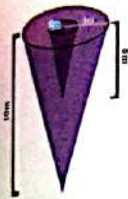
Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
Perimeter	محيط	Central Angel	الزاوية المركزية
Area	مساحة	Surface Area	المساحة السطحية
Circle	دائرة	Total Area	المساحة الكلية
Area	مساحة	Proportion	التناسب
Perpendicular lines	مستقيمان متعامدان	Similarity	التشابه
Intersect Lines	مستقيمان متقاطعان	Volume	حجم
Polygon	مضلع	Axial	المحاور
Pyramid	هرم	Bisects	المتصلات
Pyramid	هرم	Circle	دائرة
Inscribed Circle	الدائرة المحيطة	Vertex of Triangle	رأس المثلث
Center of Circle	نقطة التماس	Tangential Angle	الزاوية المماسية
Tangency Point	الدائرة المساطة	Side	ضلع
Inscribed Circle	وتر	Perpendicular	عمود
Circle	القوس	Diameter	قطر
Chord	التناسب الهندسي	Theorem	مبرهنة
Similarity	التناسب الهندسي		
Inscribed Angle	الزاوية المحيطة		

الدرس [5-1] المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)

تدريب: جد حجم المصمم المركب في الشكل التالي



مثال: جد حجم هرم ارتفاعه 8cm وقاعدته خماسي منتظم مساحته 24m².

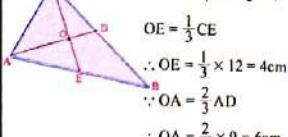
$$V = \frac{1}{3} \times b \times h$$

$$= \frac{1}{3} \times (24) \times 8 = 64m^3$$

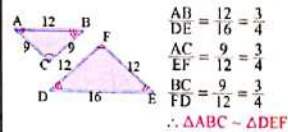
الدرس [5-2] المثلثات

تدريب 1: المثلث ABC، AD، CE قطعان متوسطان CE = 24cm, AD = 12cm. O نقتل في نقطة AO, OE جد طول

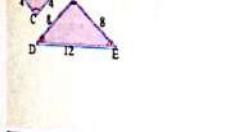
مثال 1: المثلث ABC، CE، AD، قطعان متوسطان CE = 12cm, AD = 9cm. O نقتل في نقطة AO, OE جد طول



مثال 2: بين اذا كان المثلثان في الشكل اذناه متشابهان واكتب نسبة التشابه.



تدريب 2: بين اذا كان المثلثان في الشكل اذناه متشابهان واكتب نسبة التشابه.

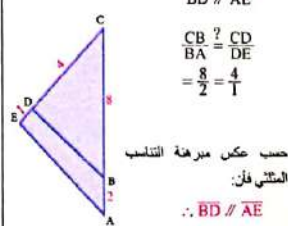


الدرس [5-3] التشابه والقياس في المثلثات

تدريب: جد طول القطعة AK في الشكل فانه اذا كانت DE // AB // KL:



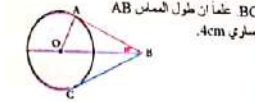
مثال: استعمل الشكل اذناه وبين ما اذا كان: BD // AE



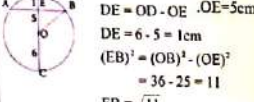
حسب عكس مبرهنة التشابه المثلثي فان: BD // AE

الدرس [5-4] الدائرة

تدريب: دائرة مركزها O في الشكل اذناه AB هو مماس للدائرة في A وانس الزاوية ABO يساوي 30، جد قياس الزاوية AOB، ثم جد طول القطعة المستقيمة BC علما ان طول المماس AB يساوي 4cm.

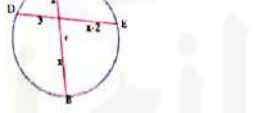


مثال: استعمل مبرهنة القطر العمودي وجد طول الوتر AB اذا علمت ان نصف القطر 6cm. DE = OD - OE = 5cm. DE = 6 - 5 = 1cm. (EB)² = (OB)² - (OE)² = 36 - 25 = 11. EB = √11. القطر DC عمودي على الوتر BE ومنه (برهنة القطر العمودي) AB = 2 × EB = 2√11 cm

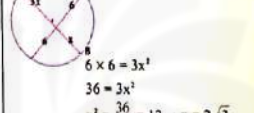


الدرس [5-5] المثلثات والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة

تدريب: جد قيمة x وطول القطع AB, DE في الشكل اذناه.



مثال: جد قيمة x وطول القطع AB في الشكل اذناه.



$$6 \times 6 = 3x^2$$

$$36 = 3x^2$$

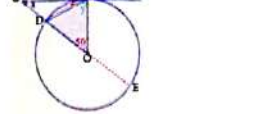
$$x^2 = \frac{36}{3} = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

$$AB = x + 3x$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{3} + 3(2\sqrt{3}) = 8\sqrt{3}$$

الدرس [5-6] الزوايا والدائرة

تدريب: جد قيمة الزوايا المجهولة (x, y) في الشكل اذناه.



مثال: جد قيمة الزوايا المجهولة في الشكل اذناه.

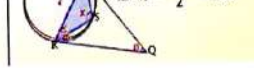
$$m\angle SR = 80$$

$$m\angle PS = 64$$

$$m\angle n = \frac{1}{2}m(216^\circ - 144^\circ)$$

$$= \frac{1}{2}(72^\circ) = 36^\circ$$

$$m\angle x = \frac{216^\circ}{2} = 108^\circ$$



- يهدف اختبار الفصل للتأكد من إتقان الطلاب لأفكار الفصل وملاحظة مواطن الخلل لديهم.
- يمكنك الإستعانة بالجدول الآتي لمعالجة أخطاء الطلاب.

Chapter Test اختبار الفصل

1. جد مساحة ومحيط متلج منتظم إذا أعطيت الطرقات في الشكل المجاور.

2. جد المساحة السطحية والحجم المسروط إذا علمت أن مساحة قاعدته 97cm^2 وارتفاعه 5cm .

3. مثلثان ABC, KLM متشابهان، مساحة المثلث ABC تساوي 24m^2 ما مساحة المثلث KLM؟

4. بين أن المثلثين ABC, FBD في الشكل المجاور متشابهان، حيث أن: $AC \parallel FD$ ، وجد قيمة x .

5. جد قوس الزوايا المجهولة في الأشكال الآتية:

6. جد قيمة x في كل مما يأتي:

7. جد قياس الزوايا والأقواس المجهولة في الشكل المجاور.

i) $m\angle AOC$ ii) $m \widehat{DC}$
iii) $m \widehat{DB}$ iv) $m\angle DOA$

67

سلسلة الناجح في الرياضيات

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-2	لا يستطيع بعض الطلاب التمييز بين قوانين المحيط والمساحة للمضلعات والمجسمات.	تدريبات إعادة التعليم للدرس ١
3	لا يتمكن بعض الطلاب من التمييز بين تشابه المثلثين وتطابق المثلثين.	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٢
4	قد يخطئ بعض الطلاب في إيجاد النسبة بين المثلثين المتشابهين مستعملا الاضلاع غير المتناضرة.	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٣
5-7	لا يستطيع بعض الطلاب حساب قيم أو أطوال الأقواس في السؤال	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٤

مخطط الفصل :

المواد والوسائل	الخطوة الزمنية	المفردات	النتائج التعليمية	الدرس
	حصة واحدة			التمهيد للفصل الاختبار القبلي
ورقة عمل	3 حصص	- دراسة مسحية - المجتمع - العينة	تصميم دراسة مسحية تحليل النتائج	1 تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها
ورقة عمل	3 حصص	- البيانات المظلمة - الاحصاءات المظلمة	تمييز البيانات المظلمة والاحصاءات المظلمة	2 البيانات والاحصاءات المظلمة
	3 حصص	- مضروب العدد - التباديل التوافيق - فضاء العينة	تعرف مفهوم العدد الصحيح غير السالب وتعرف مفهوم التباديل والتوافيق	3 التباديل والتوافيق
ورقة عمل	3 حصص	- الاحتمال التجريبي - الاحتمال النظري - فضاء العينة	حساب الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري	4 الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري
ورقة عمل	3 حصص	- الاحداث المستقلة - الاحداث المترابطة	حساب احتمال الاحداث المستقلة والاحداث المترابطة	5 الاحداث المركبة
مكعبات ملونة	حصتان		احل مسألة باستعمال خطة (انثيء نموذج)	6 خطة حل المسألة (انثيء نموذجاً)
	حصة واحدة			مراجعة الفصل
	حصة واحدة			اختبار الفصل

• تُعَلِّمُ الطالب سابقاً إيجاد مقاييس النزعة المركزية والمدى وتمثيل البيانات لبيان الشاربيين وبيان الشاربيين المزدوج وتعرف التجربة العشوائية والاحداث والاحتمالات وتعرف الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري . وسوف يطور التلاميذ معلوماتهم من خلال تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها ودراسة البيانات والأحصاءات المضللة ودراسة التباديل والتوافيق وتعلم الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري ودراسة الاحداث المركبة .

سلسلة الناجح في الرياضيات

الترايط الرأسي

الدروس التي تَعَلَّمَهَا سابقاً

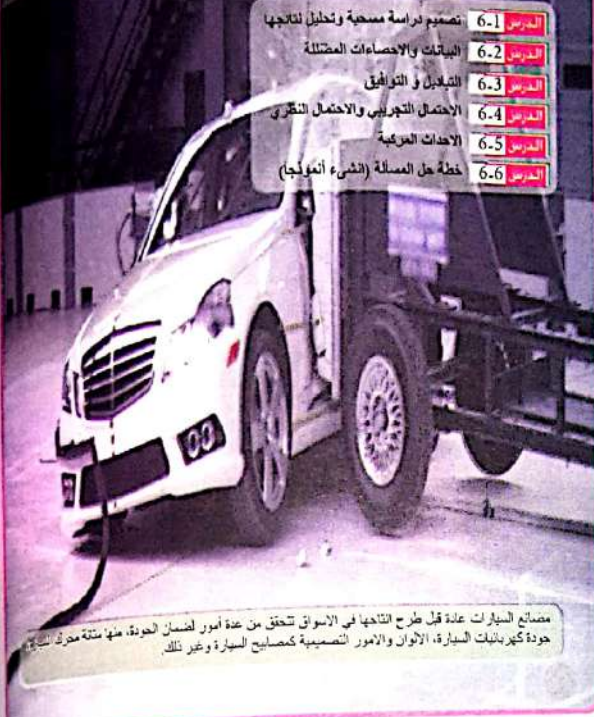
- مقاييس النزعة المركزية والمدى .
- تمثيل البيانات ببيان الشاربيين وبيان الشاربيين المزدوج .
- التجربة العشوائية .
- الاحداث .
- الاحتمالات .
- الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري .
- المقارنه بين الاحتمالات .

الدروس التي سَيَتَعَلَّمُهَا في هذا الفصل

- تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها .
- البيانات والاحصاءات المضللة .
- التباديل والتوافيق .
- الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري .
- الاحداث المركبة .
- خطة حل المسألة (انشيء نموذجاً) .

المفردات

- **دراسة مسحية** : دراسة تجرى لمعرفة نتائج تجربة معينة .
- **البيانات المضللة** : البيانات التي تعرض الحقائق بشكل مضلل .
- **التباديل** : اختيار الأشياء بترتيب معين .
- **التوافيق** : اختيار الأشياء دون ترتيب .
- **الاحتمال التجريبي** : إيجاد نتائج التجربة من عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث .
- **الاحتمال النظري** : إيجاد نتائج التجربة دون الحاجة الى إجرائها .
- **الاحداث المستقلة** : هي أحداث حدوث أحدها لا يعتمد على حدوث الأحداث الأخرى .
- **الاحداث المترابطة** : هي أحداث حدوث أحدها يعتمد على حدوث الأحداث الأخرى السابقة له .
- **فضاء العينة** : هو مجموعة النتائج الممكنة .
- **التجربة** : نشاط تراقب فيه النتائج .



التمهيد للفصل

- وجه الطلاب الى صفحة الفصل ثم اطلب اليهم ملاحظة الصورة وناقشهم في المعلومة المعطاة في الموضوع .
- اسأل الطلاب - مالذي يمكن تحديده من خلال البيانات المذكورة؟ يتم تحديد مئانة السيارا وكفاءتها .
- هل يمكن فحص جميع السيارات واعدادها قد تكون بمئات الالاف؟ كلا .

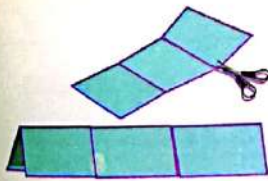
اذن كيف يكون الفحص ؟ بختار عدد من السيارات لاجراء الفحص عليها .

- بين للطلاب ان المجموعة التي يتم تختارها تسمى عينة وهي جزء من المجموعة الاصلية وان تحديد الامور التي تفحص لتحديد ضمان الجودة تسمى دراسة مسحية .
- استمع إلى إجابات بعض الطلاب .
- بين للطلاب بانهم سيدرسون في هذا الفصل :

تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها ، البيانات والاحصاءات المضللة ، التبديل والتوافيق ، الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري ، الاحداث المركبة ، حل المسائل الحياتية باستعمال خطة انشاء نموذج .

مطويات : منظم أفكار

عمل مطوية لسانية ثلاثية :



- 1- قم بطي ورقة قياس 28 سم × 22 سم مثل شريطة النفاق .
- 2- اجعل الورقة بوضعها الأفقي ، بحيث يكون خط الطي إلى أعلى ، وحدد منتصف خط الطي، ثم قم بطي الطرف الأيمن منها لتصل حافتها إلى منتصف خط الطي.
- 3- قم بطي الطرف الأيسر لتصل حافته إلى منتصف خط الطي لتصبح المطوية من ثلاث طيات/طبقات .
- 4- افتح المطوية وارفع إحدى الطيات ،وقم بقصها على طول الأخدودين الناتجين عن الخطوتين 2،3 بحيث يتشكل ثلاثة أسن يمكن رفعها إلى الأعلى .

استعمال المطوية

يكتب عنوان الفصل على صفحة الغلاف ، ثم عناوين الدروس على الجهة الخارجية لكل صفحة لسان ، وكل صفحة داخلية تقسم على ثلاثة اقسام . القسم الأول يكتب فيه فكرة الدرس والمفردات ، والقسم الثاني يكتب فيه مفاهيم الدرس والقسم الثالث للأمثلة .

التقويم التشخيصي:

- استعمل الاختبار القبلي للتحقق من امتلاك الطلاب المعرفة السابقة واللازمة لدراسة هذا الفصل وهي:
ايجاد مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي والوسيط والمنوال) والمدى ، تمثيل البيانات بالنقاط ، ايجاد النسبة المئوية، الاحتمال ، الاحداث المترابطة والاحداث المستقلة .

المعالجة:

عالج احتياجات الطلاب بشكل فردي قبل البدء بتدريس الفصل وذلك بالاعتماد على نتائج الاختبار القبلي، ويمكنك معالجة الخلل لدى الطلاب بالاستعانة بالجدول التالي الذي يقترح معالجة مناسبة لكل مجموعة من الأسئلة تحثوي على الفكرة نفسها.

الاختبار القبلي

جد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لكل مما يأتي:

1 9,6,8,5,5,8,7,6,9,7

2 20,17,42,26,27,12,13

3 8,7,5,8,2,8,9,1,4,3,3,5

4 مثل البيانات التالية بالنقاط ثم جد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى:
0,2,5,3,1,4,5,3,4,3

5 $\frac{1}{4}$

6 $\frac{13}{20}$

7 $\frac{27}{100}$

8 $\frac{3}{25}$

9 صندوق فيه 5 كرات حمراء، 3 كرات بيضاء، جد احتمال سحب:
(i) كرة حمراء واحدة
(ii) كرة بيضاء بعد اعادة الكرة الحمراء الى الصندوق.
(iii) كرة بيضاء في حافة عدم اعادة الكرة الحمراء الى الصندوق.

10 ب و جتان متماثلان، جد:
(i) $P(a) = \frac{2}{7}$ اذا كان $P(b) = \frac{2}{7}$
(ii) $P(a), P(b)$ اذا كان $P(a)$ ثلاثة امثال $P(b)$.

عند ان كان المثلثان مستقلين او مترابطين .

11 ظهور ثلاثة بد رمي قطعة نقود و ظهور الصورة بعد الرمية الثانية.

12 سحب كرة صفراء، ثم كرة الحمراء من لون اعادة، من كيس فيه 3 كرات صفراء، 5 كرات حمراء.

13 ظهور العدد 5 بعد رمي حجر النرد و ظهور العدد 6 بعد رمية النرد الثانية.

14 سحب بطاقة عليها اسم جملة من كيس دون اعادتها، ثم سحب بطاقة عليها اسم سالي من الكيس نفسه.



15 ولوف مؤشر الفحص على العدد 3، وظهر العدد 3 عند رمي حجر النرد مرة واحدة.

16 ثلاث بطاقات تحمل الاحرف $\{A, B, C\}$ بكم طريقة يمكن ترتيب البطاقات على خط مستقيم.

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-3	لايستطيع بعض الطلبة ايجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى .	تذكير الطلاب بالمفاهيم المذكورة .
4	يخطئ الطلاب في التمثيل بالنقاط و ايجاد مقاييس النزعة المركزية والمدى لها .	تذكير الطلاب كيفية تمثيل البيانات بالنقاط و ايجاد مقاييس النزعة المركزية والمدى لها.
5-8	يخطئ في تحويل الكسر الى نسبة .	تذكير الطلاب بموضوع النسبة المئوية
9	لايستطيع الطلاب تحديد الاحتمال .	وضح للطلاب قانون ايجاد احتمال حدث معين .
10	يخطئ الطلاب في تحديد الحدث المتمم .	تذكير الطلاب بالقانون $P(E_1)+P(E_2) = 1$.
11-16	لايستطيع تحديد الاحداث المستقلة و المترابطة .	تذكير الطلاب بمفهوم كل من الاحداث المستقلة و المترابطة.

تعليم

يعد معمل النجف لصناعة الدلات الرجالية من الصروح المهمة في الصناعة الوطنية حيث يحرص المعينون على تحقيق أمور لضمان جودة المنتج. وذلك من خلال فحص نوع القماش، والألوان والتصميم الحديثة وغيرها. إن فحص كل المنتج ستكون عملية غير منطقية لذا يخصص عدد محدود من تلك الدلات بدلاً من ذلك. ليستتجح ان المنتج قد يحتاج الى تطوير.

- ✓ لفرة الدرس
- ✓ تصميم دراسة مسحية
- ✓ تحليل النتائج
- ✓ المفردات
- ✓ دراسة مسحية
- ✓ المجتمع
- ✓ العينة

[6-1-1] تصميم دراسة مسحية

العينة: هي مجموعة جزئية من المجتمع. ومن خلال تحليل نتائج العينة يمكن التوصل الى استنتاجات حول المجتمع كاملاً. تكون الاستنتاجات أكثر تمثيلاً للمجتمع في أي من الحالتين:

- حجم العينة اكبر.
 - استعمال عينات اكثر.
- ولنوع العينة تأثير في الاستنتاجات التي يتوصل اليها وهي على نوعين:
- العينة المتحيزة: اذا كان لكل فرد منها الاحتمال نفسه في الاختيار.
- العينة غير المتحيزة: اذا كان لافرادها احتمالات مختلفة في الاختيار.

مثال (1) وُزع مدير مدرسة 100 ورقة استبيان على طلاب مدرسته للتعرف الى جودة المواد التعليمية في حقول المدرسة.

- (i) حدد العينة والمجتمع الذي اختبر منه.
 - (ii) صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله المدير.
 - (iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة.
- (i) العينة: الطلاب الذين تسلموا الاستبيانات وعدددهم 100 طالب المجتمع: جميع طلاب المدرسة

- (ii) اسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية، إذ تؤخذ البيانات من اجابات افراد العينة نحو الاسئلة
- (iii) العينة غير متحيزة: لان هذه العينة تتكون من طلاب اختيروا عشوائياً

70

إعادة التعليم

في الدراسة المسحجية يتم اخذ البيانات من افراد عينة من المجتمع للتوصل الى نتائج عامة حول المجتمع تكون العينة متحيزة اذا كان اختيارها ضمن صفات محددة وتكون غير متحيزة اذا كان لكل فرد الاحتمال نفسه في الاختيار

تدريبات

حدد العينة اذا كانت متحيزة او غير متحيزة وحدد المجتمع:

(1) سُئِل كل سادس شخص يدخل السوق عن منشأ السلعة المفضل لديهم .

العينة غير متحيزة لانها تتكون من اشخاص اختيروا عشوائياً .

المجتمع هو جميع الأشخاص الذين دخلوا السوق .

(2) سُئِل كل خامس طالب يدخل الى المكتبة عن هوايته المفضلة.

العينة متحيزة لان الهواية المفضلة لديهم هي القراءة .

المجتمع هو جميع الأشخاص الذين دخلوا المكتبة .

اسلوب جمع البيانات هو اجراء دراسة مسحية .

نتائج التعلّم	تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها .
المواد والوسائل	اوراق عمل

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال النشاط الآتي: وزع على الطلاب ورقة عمل تتضمن المسألة الآتية ضمن تهيئة الدرس :
- سأل المدرس عشرة من طلاب الصف عن درجاتهم في امتحان الرياضيات فكانت كما يأتي :

70 , 70 , 75 , 84 , 85 , 90 , 62 , 60 , 75 , 85

أنشئ جدولاً تكرارياً لتفسير البيانات

التكرار	الفئة
2	60 - 69
4	70 - 79
3	80 - 89
1	90 - 99

- اسأل الطلاب :

- ماذا يمثل عدد الطلاب ؟ عينة من طلاب الصف
- ما الفئة التي تمثل عدد الطلاب الأكثر تكراراً ؟ 70 - 79
- بين للطلاب ان تنظيم البيانات في جداول وقرائتها وتحليل نتائجها يعني اجراء دراسة مسحية لبيانات محددة وهو ماسندرسه في هذا الدرس .

- بين للطلاب :أنه عند تحليل البيانات نلاحظ مايلي :
- ان وجود القيمة المتطرفة يؤثر في الوسط الحسابي ووجود اكثر من منوال يؤدي الى استبعاد اعتماد المنوال .

2 شرح وتفسير

تعلّم: وجه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب اليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .

بين للطلاب : ان الدراسة تكون دائماً على عينة يتم اختيارها ثم تحليل نتائج الدراسة للتوصل الى الحلول المناسبة.

- **قَدِّم المثالين (2 ; 1)** لتبين ان العينة هي المجموعة التي شملتها الدراسة واسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية تؤخذ فيها البيانات من العينة اما نوع العينة فهي غير متحيزة لان اختيارها جاء بصورة عشوائية .

- **قَدِّم المثال (3)** ووضح للطلاب ان العينة متحيزة (لان الاكلة المفضلة لديهم معروفة وهي الكباب)
- وضح للطلاب انه بعد اجراء دراسة مسحية يتم تحليل نتائجها باستعمال احد مقاييس النزعة المركزية المناسبة اعتماداً على الجدول الموجود في الكتاب .

- **قَدِّم المثال (4)** لتبين للطلاب كيفية تحديد مقياس النزعة المركزية الانسب (وسط حسابي ، وسيط ، منوال) لتحليل نتائج التجربة .

أمثلة إضافية: قدّم الامثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.
1) سأل المعلم 20 طالباً من طلاب الصف عن الهواية المفضلة لديهم

- حدد العينة والمجتمع الذي اختير منه.
- العينة 20 طالباً من طلاب الصف، المجتمع جميع طلاب الصف
- صف أسلوب جمع البيانات الذي استعمله المعلم.
- الاسلوب هو دراسة مسحية

- حدد اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة.
- العينة غير متحيزة لان الطلاب اختيروا عشوائياً.
- 2) في البيانات المدرجة في ادناه ، حدد اي مقاييس النزعة المركزية هو الانسب لتمثل البيانات . 5 , 28 , 42 , 30 , 45
- الوسيط الحسابي غير مناسب لوجود قيمة متطرفة .

المونال غير مناسب لعدم تكرار البيانات (عدم وجود مونال) ، الوسيط هو المقياس الانسب لتمثيل البيانات وهو (30).
تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (1-3) يتطلب حلها تحديد العينة والمجتمع وكذلك اسلوب جمع البيانات ونوع العينة ، السؤال (1) (العينة متحيزة لان الاشخاص في المكتبة)
- الأسئلة (4 - 6) يتطلب حلها تحديد مقياس النزعة المركزية الانسب من خلال ملاحظة وجود القيمة المتطرفة وكذلك وجود المونال

- ان وجود القيمة المتطرفة يؤثر في الوسيط الحسابي ووجود اكثر من مونال يؤدي الى استبعاد أن يكون المونال المقياس الامثل .
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم للمراقفة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1,3,4,7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب في تحديد نوع العينة ان كانت متحيزة او غير متحيزة وضح لهم ان العينة تكون متحيزة اذا كانت طريقة اختيارها تعطي تفضيلاً لمجموعة على مجموعة اخرى .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرّب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرّب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

- الأسئلة (9 , 10) تتطلب تحديد مقياس النزعة المركزية الامثل لوصف مجموعة البيانات .

تدرّب وحل مسائل حياتية: اطلب إلى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- السؤالين (12,13) يتطلب حلها وصف العينة والمجتمع وتحديد نوع العينة مع التبرير .

- السؤالين (14,15) يتطلب الحل تحديد اي مقياس من مقاييس النزعة المركزية هو الامثل لوصف البيانات مع بيان السبب وبحسب الجدول الموضح على صفحة الكتاب .

مثال (2) يريد صاحب متجر ان يقدم هدية لكل زبون يتسوق من متجره . فوقف عند باب المتجر وسأل 20 متسوقاً عن نوع الهدية التي يود ان تقدم له .
(i) حدد العينة والمجتمع الذي اختاره صاحب المتجر .
(ii) صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله صاحب المتجر .
(iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة .
(i) العينة: المتسوقون الذين سألوا وعدهم 20 متسوقاً .
المجتمع: المتسوقون الذين دخلوا المتجر .
(ii) اسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية، إذ تؤخذ الاجابات من افراد العينة المختارة .
(iii) العينة غير متحيزة، لان الاشخاص الذين دخلوا المتجر اختيروا عشوائياً .

مثال (3) سأل 10 اشخاص دخلوا مطعم كebab عن الاكلات التي يفضلونها.
(i) حدد العينة والمجتمع الذي اختاره صاحب المطعم .
(ii) صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله صاحب المطعم .
(iii) حدد اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة .
(i) العينة : الاشخاص المشرة الذين دخلوا المطعم .
المجتمع: جميع الاشخاص الذين دخلوا المطعم .
(ii) اسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية إذ تؤخذ الاجابات من افراد العينة المختارة .
(iii) العينة متحيزة، لان الاكلة المفضلة للاشخاص الموجودين في مطعم الكebab هي الكebab .

Analysis Results

بعد جمع البيانات من خلال الدراسة المسحية تلخص البيانات كي تكون ذات معنى وذلك عن طريق استعمال مقاييس النزعة المركزية (الوسيط الحسابي، الوسيط المونال) والتي درست سابقاً بطرائق مختلفة واختيار المقياس الانسب لتمثيل البيانات .

النوع	متى يفضل استعماله
الوسيط الحسابي	عندما لا توجد قيم متطرفة في مجموعة البيانات.
الوسيط	عندما توجد قيم متطرفة في مجموعة البيانات، ولكن لا توجد قيم كبيرة
	في وسط البيانات
المونال	عندما يوجد اعداد متكررة في مجموعة البيانات.

التمرينات

التمرينات من الكتاب
الدرس [6-1] تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها
Design a Survey Study and Analysis its Results
اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1) أي مقياس النزعة المركزية (ان وجدت)؟ هو الانسب للبيانات التالية:
8, 8, 12, 11, 15, 15, 16, 21, 23, 27, 31, 70.
الوسيط الحسابي (d) الوسيط (c) المونال (b) المدى (a)

2) أي مقياس النزعة المركزية (ان وجدت)؟ هو الانسب للبيانات التالية:
2, 3, 4, 5, 6, 7.
الوسيط الحسابي (d) الوسيط (c) المونال (b) المدى (a)

3) أي مقياس النزعة المركزية (ان وجدت)؟ هو الانسب للبيانات التالية:
18, 1, 3, 16, 23, 3, 2.
الوسيط الحسابي (d) الوسيط (c) المونال (b) المدى (a)

4) المدى للبيانات الآتية: 24, 18, 32, 24, 22, 18.
a) 18 b) 32 c) 14 d) 50

5) أي مقياس لوس من مقياس النزعة المركزية؟
الوسيط الحسابي (d) الوسيط (c) المونال (b) المدى (a)

6) القيمة المتطرفة لهذه البيانات: 4, 30, 3, 5, 5, 6, 5, 3.
a) 3 b) 5 c) 5 d) 30

7) يكون الوسيط هو نسب مقياس النزعة المركزية للبيانات التي:
توجد قيم متطرفة (d) توجد قيم متطرفة (c) لا توجد قيم متطرفة (b) توجد قيم متطرفة (a)
توجد قيم كبيرة وسهلاً (d) توجد قيم كبيرة وسهلاً (c) توجد قيم كبيرة وسهلاً (b) توجد قيم كبيرة وسهلاً (a)

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى مراجعة جدول اختيار المقياس الانسب لتمثيل البيانات .

السؤال (16) يقوم الطالب بتحديد وسيط المجموعة بحيث تكون الاعداد كبيرة ليكون وسطها الحسابي اكبر من وسيطها.

اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .
ترغب جمعية خيرية في التعرف على نوع الاعائن التي يفضل الناس التبرع بها فوزعت 100 استبانة في احد المناطق ، صف العينة والمجتمع وحدد اسلوب جمع البيانات .

العينة هم الاشخاص الذين شملهم الاستبيان
المجتمع هو جميع سكان المنطقة ، اسلوب جمع البيانات هو اسلوب الدراسة المسحية

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثنائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل .
اطلب إليهم حل المسألة الآتية :

جرب نوع من الدواء على مجموعة من الفئران لاختبار مدى صلاحية استعماله

حدد العينة (مجموعة الفئران) .

حدد اسلوب جمع البيانات (دراسة مسحية) .

مثال (4) اي مقياس النزعة المركزية (ان وجدت) هو الانسب لوصف البيانات في كل مما يأتي

(i) البيانات المجاورة تبين اوزان 10 صناديق بالكيلو غرام : 3.5 , 4 , 2.1 , 5.5 , 6.5 , 3.2 , 3.5
الوسط الحسابي: غير مناسب لتمثيل البيانات لوجود قيمة متطرفة هي: 2.1 تؤثر في قيمة الوسط الحسابي
المونال: غير مناسب لتمثيل البيانات لوجود اكثر من مونال ما : 3.5
الوسيط: هو المقياس الانسب لتمثيل هذه البيانات لعدم وجود فجوة كبيرة في وسط البيانات 4.5, 5.5, 6.2, 1
ii) حصل محمد على الدرجات التالية في خمسة اختبارات في مادة الرياضيات : 90, 85, 86, 91
الوسط الحسابي $= \frac{90+85+86+91}{5} = \frac{445}{5} = 89$

الوسط الحسابي: 89 هو مقياس مناسب لتمثيل البيانات لعدم وجود قيمة متطرفة.
الوسيط: 90 هو مقياس مناسب لتمثيل البيانات لانه يتوسط البيانات ولا يوجد فجوة كبيرة في وسط البيانات
لذا كلاهما مقياس مناسب لتمثيل البيانات. المونال: لا يوجد لعدم وجود تكرار في البيانات

تلقّد من فهمك

حدد العينة والمجتمع ثم صف اسلوب جمع البيانات وعرف العينة المعينة في كل مما يلي فسر اجابتك:

1 دخل 30 شخص مكتبة عامة وسئل كل سانس شخص يدخل المكتبة عن هويته المفضلة.

2 وزعت 100 استبانة على مجموعة من رجال احد المصانع تتضمن سوالات حول ظروف العمل في المصنع.

3 وزعت الحيوانات في احدى حدائق الحيوانات، ثم اختبر حيوان من كل مجموعة بصورة عشوائية لاختبار فحوصات عالية.

اي مقياس النزعة المركزية (ان وجدت) هو الانسب لوصف البيانات التالية؟ فسر اجابتك .

1 8, 10, 14, 8, 13, 6
2 8, 10, 8, 9, 11, 4, 6, 5, 4
3 8, 9, 8, 6, 10, 9, 11, 13, 14, 8, 6, 7, 19

تدريب وحل التمرينات

حدد العينة والمجتمع ثم صف اسلوب جمع البيانات وعرف العينة المعينة في كل مما يلي، فسر اجابتك.

7 يريد صاحب معمل التحقّق من ان العمال يعملون بشكل جيد، فراقب احد العمال مدة ساعتين.

8 يقف عدد من الطالبات عند مدخل المدرسة ويسألن كل عاشر طالبة تتخذ المدرسة عن هويته المفضلة.

اي مقياس النزعة المركزية (ان وجدت) هو الانسب لتمثيل البيانات التالية؟ فسر اجابتك.

1 34, 47, 41, 49, 39, 26, 40
2 6, 2, 4, 4, 3, 2, 6, 2, 4, 4, 2, 0
3 5, 3, 5, 8, 5, 3, 6, 7, 4, 5

الإثراء

1 اي مقياس النزعة المركزية هو الانسب لوصف البيانات

20 , 22 , 26 , 22 , 18 , 40 , 60 , 66

المونال هو الافضل

2 سال مدير مدرسة عددا من طلاب الصف الثالث المتوسط

التخصص المفضل لديهم في المرحلة القادمة (علمي - فني)

لغرض فتح صفوف اضافية .

i) حدد العينة والمجتمع .

العينة طلاب الصف الثالث ، المجتمع طلاب المدرسة .

ii) صف اسلوب جمع البيانات

دراسة مسحية

iii) حدد اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة؟

غير متحيزة لانها شملت طلاب الصف بشكل عام .

3 اكتب مجموعة بيانات يفضل استعمال الوسيط لوصفها.

اجابات مختلفة (يراعى عدم وجود فجوة وسط البيانات) .

تدريب وحل مسائل حياتية

مسئله: بعد مستشفى مدينة الطب معجما طبيا متكاملا، يقدم خدمات للمواطنين في بغداد والمحافظات، في ندوة تعريفية يتم اختيار طبيب من كل قسم عشوائيا ليقدّم نبذة عن خدمات قسمه في المستشفى.

12 صف العينة والمجتمع
13 هل العينة متحيزة ام لا؟ فسر ذلك.

14 **تحليل:** بين الجدول في اثناء عدد الزيارات الذين يوردون محل ادم الاجهزة الكهربائية في كل ساعة في احد الايام . اي مقياس النزعة المركزية هو الانسب لوصف البيانات

عدد الزيارات	86	86	86
79	71	86	86
88	32	79	86
71	69	82	70
85	81	86	86

15 **تحليل:** بين الجدول في اثناء المعدلات الحرارية لبعض المصدروات في طبق لؤلؤ نوع، اي مقياس النزعة المركزية هو الانسب لوصف البيانات.

المصدروات	السرعات	المصدروات	السرعات
بصل	16	خيار	13
فلفل	20	نوع	66
مطوف	17	سداح	9
جزر	28	كوسا	17

فكر

16 **تحليل:** لوجد مجموعة من الاعداد يكون وسيطها اصغر من وسطها الحسابي.

17 **استغل الخطأ:** تقول سنانا ان الوسط الحسابي هو النسب مقياس النزعة المركزية لتمثيل البيانات 20, 8, 4, 5, 3 حدد خطأ سنانا وصححه.

18 **صعدني:** في دراسة مسحية حول النوم في منشرة لثوية، وزعت استبانة على 50 طالبا، فكانت نسبة 74% من الطلاب يفضلون النوم الصباحي. هل هذه الدراسة موثوق بها؟ بين ذلك.

اكتب

سوالا عن معنى تربية اجابته من خلال دراسة مسحية



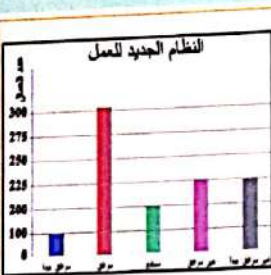
عاشاً ما نلاحظ على واجهات المحل التجارية اعلانات تبرزت نهاية الموسم لسع معينة تُرغب الناظر من دخول المحل والتصفح منه.

- حـ فقرة الدرس
- حـ تميز البيانات المضللة
- حـ تميز الإحصاءات المضللة
- حـ المفردات
- حـ البيانات المضللة
- حـ الإحصاءات المضللة

Discrimination Misleading Data

[6-2-1] تمييز البيانات المضللة

البيانات المضللة: هي البيانات التي تبرز صفة معينة لسلعة على نحو مبالغ فيه وعرض الحقائق بشكل يولد لدى الناظر انطباعاً يورق لصالح الإعلان وتضلل المستهلك.



مثال (1) يفكر صاحب مصنع تطبيق نظام جديد في العمل، فوزع استيقاته على العمال يسألهم عن رأيهم في النظام الجديد. هل التمثيل بالأعمدة المجاور يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الاستيقات؟ يبدو للوهلة الأولى ان معظم العمال موافقون على تطبيق النظام الجديد، مع العلم ان اطوال المدة الزمنية للتدريج غير متساوية.

لاحظ ان: 450 عامل غير موافقين وغير موافقين جداً على هذا النظام الجديد، في حين ان عدد الموافقين والموافقين جداً يزيد قليلاً على 400 عامل فقط، وعليه فإن التمثيل البياني المعروف مضلل، والاستنتاج غير صادق.

ملاحظة: الرسم البياني قد يكون مضللاً، بلطالفة او تقصير القترات بين قيم البيانات، وذلك لاعطاء انطباع معين.

إعادة التعليم

البيانات المضللة هي بيانات عن سلعة معينة او معلومة معينة تضلل المستهلك.

يمكن تحديد البيانات المضللة من خلال :

- (1) صغر حجم العينة
- (2) عدم بدء تدريج التمثيل البياني من الصفر
- (3) عدم انتظام التدريج البياني.

تدريبات

سأل المدرس 10 من طلاب الصف البالغ عددهم 40 طالباً عن الدرس المفضل لديهم فكانت اجاباتهم 6 منهم ان درسهم المفضل هو الرياضيات ، قال المدرس ان الدرس المفضل لطلاب الصف الثالث الرياضيات فسر لماذا البيانات مضللة ؟

صغر حجم العينة جعل البيانات مضللة .

تمييز البيانات المضللة .
تمييز الاحصاءات المضللة .

نتائج التعلّم

ورقة عمل .

المواد والوسائل

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال النشاط الآتي :

وزع على الطلاب ورقة عمل فيها المسألة الآتية :

الرياضة المفضلة لعدد من طلاب المدرسة كما في الجدول المرسوم ، مثل البيانات بالأعمدة

الرياضة	الركض	القفز	كرة القدم
عدد الطلاب	20	25	30

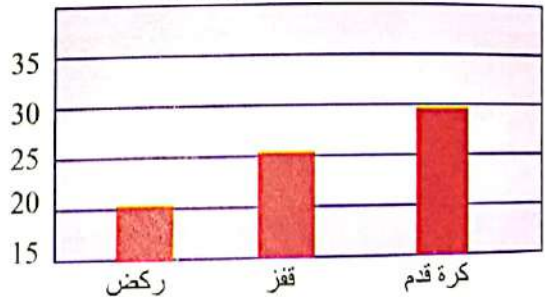
ذكر الطلاب ان التدريج يبدأ من الصفر دائماً

اسأل الطلاب :

ماذا لو بدأنا التدريج من العدد 15

ان عدد الطلاب الذين يفضلون القفز تبدو ضعف الذين يمثلون الركض في الرسم بينما هو يزيد عنه بمقدار ربعة فقط .

الرياضة المفضلة لطلاب المدرسة



بين للطلاب ان هذا النوع من التمثيل يسمى البيانات المضللة وهو ماسندسه في هذا الدرس .

2 شرح وتفسير

تعلّم: وجه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم . وبين لهم ان البيانات المضللة هي بيانات تضلل الشخص الذي يقرأها . ويكون التضليل بعدة طرائق .

• قدم المثال (1) لتبين للطلاب تكون البيانات مضللة نتيجة لاستعمال قترات تدريج غير ثابتة .

• قدم المثال (2) تكون البيانات مضللة لان التدريج لا يبدأ من الصفر . أما تمييز الاحصاءات المضللة فيكون من خلال معطيات الاعلان .

قد يكون صغر حجم العينة يجعل الاعلان مضلل .

مثال (2) الرسم البياني المجاور يوضح العلاقة بين طولي القرش البيضاء الكبيرة وطول سمكة القرش مكن بين هل الرسم البياني مضلل؟ وضع ذلك.

من الشكل المجاور، نلاحظ ان طول العمود الطوي ضعف طول العمود السفلي.

ولكن القيمة المناظرة لطول العمود الطوي هي 4.9 والقيمة المناظرة لطول العمود السفلي هي 4 وبالتالي قيمة 4.9 ليست ضعف 4، وعليه الرسم البياني المجاور مضلل.

ملاحظة: (عندما يبدأ الرسم البياني من الصفر، يصبح الرسم غير مضلل).

6-2-2 تمييز الإحصاءات المضللة

الإحصاءات المضللة: بالإضافة إلى الرسوم المضللة تستعمل الإحصاءات المضللة بهدف الترويج لشركة في بضاعة معينة، وبتمام النظر جيداً في معطيات الإعلان يمكن تمييز الإحصاءات المضللة.

مثال (3) وضع صاحب محل للملابس الرجالية الإعلان الآتي: (بدلات رجالية جديدة متوسط السعر 45 الف دينار)

في الملح 5 نماذج من البدلات اسعارها بالآلاف: 54, 50, 20, 48, 53

$$54 + 50 + 20 + 48 + 53 = 45$$

لاحظ ان متوسط اسعار البدلات الخمس 45 الف دينار، وان بدلة واحدة فقط سعرها 20 الف دينار حيث يقل سعرها عن هذا المتوسط. وهذا يجعل الزبون سوف يدفع أكثر من هذا السعر ثمناً للبدلة.

مثال (4) في استطلاع على 800 طالب اعدادية، افاد 70 منهم انهم يرغبون بدخول كلية الهندسة فيما قل 50 منهم، بينهم يرغبون في دخول كلية الطب، جاء في نتائج الاستطلاع ان الطلاب يفضلون الهندسة على الطب.

ان مجموع الطلاب الذين شملهم الاستطلاع فعلاً هو $50+70=120$ طالباً من اصل 800 طالب، اي ان العينة العشوائية كتبت صغيرة جداً

النسبة المئوية للطلاب الذين شملهم الاستطلاع تساوي $100 \times \frac{120}{800}$ ونسبواي 15%.

التمرينات

Multiple Choice الاختيار من متعدد **البيانات والإحصاءات المضللة**

الدرس [6-2] البيانات والإحصاءات المضللة

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1. اي رسم بياني هو الافضل في تمثيل بيانات معينة:

2. الرسم البياني يكون مثالي:

a) يبدأ من الصفر b) لا يبدأ من الصفر c) لا يبدأ من الصفر d) يبدأ من الصفر
والفترات متساوية والفترات غير متساوية والفترات متساوية والفترات غير متساوية

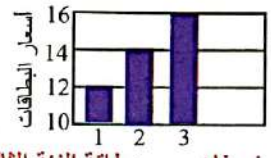
3. في استطلاع شمل 6 مدرسين حول الدوام، افاد 4 منهم انهم يفضلون الدوام الصباحي. كتب المستطلع ان (يصل 2 مدرسين من كل 3 مدرسين الدوام الصباحي) لماذا يعد هذا الاعلان مضللاً

بعض ان تكون الجملة (يفضل به) d) العينة صغيرة جداً c) يجب ان تشمل العينة b) العينة كبيرة جداً a) عدل بناء

4. في محل تجاري عرض نوع من الاجبان على 12 شخص لتقويمه قبل عرضه، اورد 6 منهم اراءهم بالمشيئة بناء على ذلك مسرح المنتج «ان المنتج جيد لان نسبة الذين فضلوه كانت 6 الى 3».

البيانات مضللة لان d) البيانات مضللة c) البيانات غير مضللة b) البيانات غير مضللة a) العينة التي اخبرت ربح ان عدد الذين اجمعوا بالجملة مضف عدد الذين صعد عدد الذين

- قدم المثال (3) لتبين انه تكون الاحصاءات مضللة حيث الوسط الحسابي 45 الف في حين ان اسعار البدلات اكثرها تزيد على 45 الف.
- قدم المثال (4) لتبين ان الاحصاء مضلل لان العينة المستعملة صغيرة قياساً الى العينة الكلية.
- امثلة إضافية:** قدم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.
- فسر لماذا الاحصاء مضلل**
- 1) وزعت وجبات طعام على 15 شخصاً لتحديد جودتها وكان رأي 10 اشخاص انها جيدة جداً وعليه تم التوقع انها جيدة جداً لان نسبة الذين فضلوا كانت بنسبة 10 : 5
- لان العينة صغيرة والفرق بين 5 و 10 ليس كبيراً ولا يؤثر في نوعية المنتج**
- 2) في احدى دور العرض السينمائية توجد 3 اسعار لبطاقات الدخول وبحسب الجدول .



- بما ان التدرج لا يبدأ من الصفر فان سعر بطاقة الفئة الثالثة يظهر 3 امثال سعر بطاقة الفئة الاولى وفي الحقيقة هو يزيد عليها بمقدار نصفها.
- تأكد من فهمك:** اطلب إلى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .
- السؤال (2) التدرج غير متصل يعطي انطباعاً مضللاً .
- السؤال (3) صغر العينة يعطي انطباعاً مضللاً .
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1,2,3,4) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

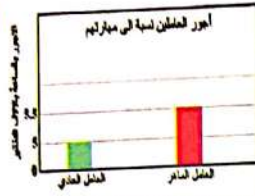
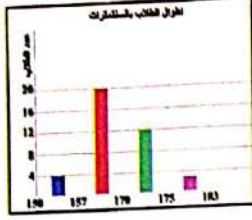
خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب في تحديد سبب كون الاحصاءات او البيانات مضللة راجع مع الطلاب الفقرات الخاصة بالاحصاءات او البيانات المضللة .

3 تدريب

- ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.
- تدرّب وحل التمرينات:** اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرّب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .
- السؤال (6) لاحظ اختلاف وحدة القياس .
- السؤالين (7,8) صغر حجم العينة يعطي انطباعاً مضللاً
- تدرّب وحل مسائل حياتية:** اطلب إلى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .
- السؤالين (9,10) عدم تسلسل التدرج سبب كون البيانات مضللة، العينة في سؤال (11) شهري تموز واب للمجموعة A وشهري نيسان ومايس للمجموعة B، اما سؤال (12) فان العينة متغيرة الكتلة .

تأخذ من فهمك

وضح كيف يمكن ان يولد كل من الرسمين البيانيين التاليين انطباعاً مضللاً:



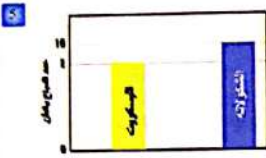
فسر لماذا الإحصاءات التالية مضللة:

3 عرض مقال على 20 شخصاً لتقويمه، أبدى 13 منهم إعجابهم بالمقال، بناءً على ذلك صرح صاحب المقال: بأن المقال صالح للنشر لأن نسبة الذين فضّلوه كانت 13 إلى 7.

4 باع مخزن ملابس رياضية لمدة زمنية معينة 320 بذلة رياضية، في حين باع مخزن لبيع الألعاب والملابس الرياضية ولمدة نفسها 90 بذلة رياضية.

تدريب وحن التعرّيبات

وضح كيف يمكن ان يولد كل من الرسمين البيانيين التاليين انطباعاً مضللاً:



7 في استطلاع شمل 6 اشخاص حول مطالعة جريدة يومية، افاد 4 منهم انهم يفضلون الجريدة (X) في نهاية الاستطلاع وردت الجملة الآتية:

يفضل 2 من كل 3 اشخاص مطالعة الجريدة (X) لماذا يُعد هذا الاعلان مضللاً؟

8 سأل 100 طالب عن الطريقة التي يفضلونها في القوم الى المدرسة، فكانت إجابات 60 طالباً منهم على النحو الآتي: 32 منهم يفضلون القوم بواسطة سيارة الاجرة و 18 يفضلون المشي و 10 طلاب يفضلون القوم بسيارتهم الخاصة. استنتج ان نصف الطلاب يفضلون سيارة الاجرة. فسّر لماذا الإحصاءات مختلفة؟

76

فكر: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فِكر ، وقد يحتاج الطلاب ذور المستوى الضعيف الى المساعدة. سؤال (13) بين للطلاب ان الرسم يكون مضللاً عند (عدم ثبوت طول الفترات).

سؤال (14) لوجود قيمة متطرفة في البيانات لا يمكن استعمال الوسط الحسابي لتمثيل البيانات.

اكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع اجاباتهم.

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس. سأل المدرس 150 طالباً في مدرسته اي الدروس اكثر تفضيلاً الرياضيات ام اللغة الانكليزية؟ افاد 50 طالب انهم يفضلون الرياضيات و 40 طالباً انهم يفضلون اللغة الانكليزية استنتج المدرس ان الطلاب يفضلون الرياضيات على اللغة الانكليزية فسّر لماذا الاحصاء مضلل؟

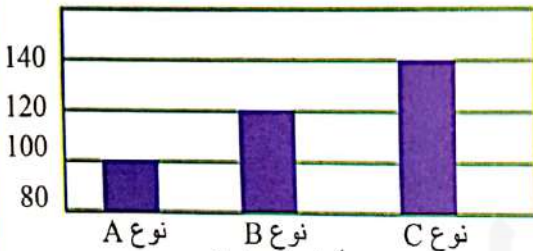
5 صغر حجم العينة

توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل. اطلب إليهم حلّ السؤال الآتي: اعط مثلاً على تمثيل بالاعمدات البيانية يبدأ من الصفر ويكون مضللاً (عند عدم ثبوت طول الفترات)

الإثراء

1 رسم سامي جدول الاعمدة البيانية لتمثيل سرعة عدد من السيارات ؟ لماذا البيانات مضللة ؟



عدم بدأ التدرّج من الصفر

2 قد يبدأ التمثيل بالاعمدات البيانية من الصفر ولكن يبقى مضللاً، فسّر ذلك ؟



من الرسم يبدو أن طول مصطفى ضعف طول مازن في حين أنه هو يزيد عليه 20 سنتمتراً (عدم انتظام التدرّج)

145

تدريب وحن مسائل حياتية



1 اجهاد: الرسم البياني المجاور يمثل الفترة على كم كتم الناس لغرس البئر وتغلب المياه. لماذا البيانات في الرسم مضللة؟ وضح ذلك.



2 مطالعة: لرسم المجاور يمثل اشخاص يفضلون مطالعة الكتب الانسية، العلمية، الفنية. فسّر لماذا البيانات في الرسم مضللة؟



3 توصيات: بلغت ارباح شركة الطيران A في شهري تموز واب 5500 مليون دينار، في حين كانت ارباح شركة الطيران B في شهري نيسان ومايس 7500 مليون دينار. فسّر لماذا الإحصاءات مضللة؟



4 تغذية: تحتوي فصصة الدروكلي على 477mg من البوتاسيوم والجزرة الكبيرة 230mg من البوتاسيوم في حين يحتوي رأس القرنبيط على 803mg من البوتاسيوم. فسّر لماذا الإحصاءات هذه مضللة؟

فكر

1 اكتشف الخطأ: يقول محمد ان الرسم يكون غير مضلل اذا بدأ رسم الاعمدة من الصفر بصرف النظر عن ثبوت طول الفترات. اكتشف خطأ محمد.

2 من عدي: حصل احد الباعة على الممولات التالية بالآلاف الدنانير: 965، 170، 120، 125، 100. فسّر لماذا هذا الإحصاء مضلل؟

3 ما الذي يجب ان نتأكد منه لتقرر ما اذا كان الرسم البياني مضللاً ام لا؟

اكتب

سؤال من الحياة اليومية تحتاج اليه لتمثل رسوم مضللة.

77

نتائج التعلّم	تعرف مضروب العدد الصحيح غير السالب تعرف مفهوم التباديل ومفهوم التوافيق .
الموادّ والوسائل	نشاط عملي

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال النشاط الآتي :

اطلب الى 4 من طلاب الصف الوقوف خلف بعضهم ، ثم اطلب اليهم اعادة ترتيب الوقوف باكثر من طريقة .

اسأل الطلاب : بكم طريقة يمكن ترتيب وقوفهم ؟ أكثر من طريقة

• بين للطلاب ان للطلاب الاول 4 اماكن يمكن ان يقف فيها وللثاني

3 اماكن وللطلاب الثالث مكانان والطلاب الرابع له مكان واحد

وان عدد الطرائق هو $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ وتسمى مضروب 4

وتكتب ! 4

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيبدرسون في هذا الدرس مفهوم

التباديل والتوافيق .

2 شرح وتفسير

تعلّم: وجه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة

المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .

• قدم المثال (2) وضح للطلاب كيفية ايجاد مضروب عدد من

الحدود مع التأكيد ان مضروب العدد n ($n!$) هو حاصل ضرب

الاعداد الصحيحة الموجبة الاصغر او تساوي n وان $0! = 1$

وضح للطلاب مفهوم التباديل (عندما يكون الترتيب مهما)

مثل كتابة ارقام الهاتف تسمى عدد طرائق الكتابة تباديلا

• قدم المثال (3) بين للطلاب كيفية ايجاد التباديل لعدد من العناصر

باستعمال القانون

• وضح للطلاب مفهوم التوافيق (اذا كانت ليس لترتيب العناصر

اهمية تسمى عدد طرائق الكتابة توافيقاً وضح للطلاب الفرق بين

التباديل والتوافيق هو عند اختيار حرفين من الاحرف a, b, c

في التباديل يكون

اي كل مجموعة تكتب بطريقتين (ac, ca), (ab, ba) وهكذا

في حين في التوافيق تكتب بطريقة واحدة ab, ac, bc اي ان

التوافيق هي تباديل مقسومة على $2!$ (2 يمثل عدد الاختيارات)

وكذلك الحال عند اختيار 3 عناصر تقسم على $3!$ وهكذا

في مثال (5) ، (6) وجه الطلاب الى كيفية ايجاد التوافيق إذ ان

ترتيب الأشخاص غير مهم في مثال (6).

تعلّم

دخل 4 اشخاص الى غرفة تحتوي على 4 كراسي في صف واحد وطلب منهم الجلوس على تلك الكراسي. فكم طريقة يمكن ان يجلسون؟

ح فكرة الدرس
ح تعرف مضروب العدد
ح الصمغ غير السالب.
ح تعرف مفهوم التباديل.
ح تعرف مفهوم التوافيق.
ح المفردات
ح مضروب العدد.
ح التباديل.
ح التوافيق.
ح لفضاء العينة.

[6-3-1] المضروب

اذا كان n عدداً صحيحاً غير سالب فإن: مضروب العدد n يرمز له $n!$ ويحرف بالكتابة الآتية:
وان: $1! = 1, 0! = 1$

مثال (1)

دخل 4 اشخاص الى غرفة تحتوي صفاً من 4 كراسي وطلب اليهم الجلوس على تلك الكراسي بطريقة يمكن ان يجلسون؟

- الشخص الاول الذي دخل الى الغرفة يمكن ان يجلس على اي كرسي، اي له 4 اختيارات
- الشخص الثاني يحق له ان يجلس على اي كرسي من الثلاثة الباقية، اي له 3 اختيارات.
- الشخص الثالث يحق له ان يجلس على اي كرسي من الكرسيين الباقين، اي له 2 اختيار.
- اما الشخص الرابع فانه حتماً سيجلس على الكرسي الاخير، اي له 1 اختيار.

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

لاحظ انك حصلت على النتيجة السابقة بضرب اعداد متتالية تبدأ من العدد (4) وتنقص حتى تصل الى العدد 1 تسمى مثل هذه الصورة مضروب العدد (4) ويرمز لها بالرمز $4!$

مثال (2)

جد قيمة كل مما يأتي:

$$\text{ii) } 4! - 2! = 24 - 2 = 22$$

$$\text{iii) } \frac{7!}{5!} = \frac{(7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)} = 7 \times 6 = 42$$

$$\text{iv) } 3! \times 2! = (3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 6 \times 2 = 12$$

$$\text{v) } \frac{(6-2)!}{0!} = \frac{4!}{1} = 24$$

$$\text{vi) } \frac{6!}{3 \times 6} = \frac{(6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}{3 \times 6} = 40$$

إعادة التعلّم

يريد مدرب اختيار 3 لاعبين من بين 6 لاعبين في فريق كرة القدم ليكونوا احتياطاً للفريق ، بكم طريقة يمكن اختيار اللاعبين باستعمال مبدأ العد.

الاحتياط الاول الاحتياط الثاني الاحتياط الثالث

$$6 \times 5 \times 4 = 120 \text{ طريقة}$$

ويمكن استعمال قوانين التباديل والتوافيق لحل التمرينات

التباديل : تنظيم لعناصر يكون ترتيبها مهماً ويستعمل الرمز P_n^r لايجاد عدد التباديل لعناصر عددها n ماخوذة منها r عنصر نستعمل القانون

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

التوافيق : تنظيم لعناصر يكون الترتيب فيها غير مهم ويستعمل

$$C_n^r$$

لايجاد عدد التوافيق لعناصر عددها n ماخوذة منها r عنصر

$$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

تدريبات

جد كل مما يأتي:

1) P_2^6 2) P_4^{10} 3) C_5^9 4) C_4^{12}

أمثلة إضافية: قَدِّم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب حل كل مما يأتي:

1) أوجد كل من $42 = \frac{7!}{(7-2)!}$ ، $6 = (5-2)!$ ، $5! = 120$

2) أراد حسن شراء كتابين في مجال الحاسبات من مجموعة مكونة من 6 كتب ، بكم طريقة يمكنه اختيار الكتابين ؟

$c_2^6 = \frac{6!}{4!2!} = 15$

أوجد كل من $66 = c_2^{12}$ ، $28 = c_2^8$ ، $720 = p_3^{10}$ ، $20 = p_2^5$

تأكد من فهمك: أطلب إلى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

• الأسئلة (1-5) تتطلب إيجاد مضروب الأعداد ومجموعة من الحدود .

• الأسئلة (6-7) وجه الطلاب الى استعمال قانون التباديل .

• الأسئلة (8-9) وجه الطلاب الى استعمال قانون التوافيق .

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم للمرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح .

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1,3,5,6) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي .

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب في التمييز بين المسائل التي يستعمل فيها التباديل والتي يستعمل فيها التوافيق ، وجه الطلاب انه اذا كان الترتيب مهما في المجموعة فانها تمثل تباديلاً وان كان الترتيب غير مهم تمثل توافيقاً .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي .

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

• الاسئلة (10 - 12) وجه الطلاب الى ايجاد مضروب الأعداد .

• الاسئلة (13 - 18) تتضمن ايجاد التباديل والتوافيق باستعمال القانون الخاص لكل حالة .

تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب إلى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• الاسئلة (19-25) يستعمل التوافيق لحل المسائل إذ ان الترتيب غير مهم عدا المسألة (20) يكون حلها بالتباديل لان الترتيب مهم إذ ان الرئيس لا يمكن ان يكون نائباً او امين صندوق .

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى المساعدة .

التباديل (6-3-2)
 كم زوج مرتب يمكن تكوينه من الأحرف a, b, c باستخدام قاعدة الشجرة
 $a < b < c \Rightarrow (a,b), (a,c), (b,a), (b,c), (c,a), (c,b)$
 هذه ستة أزواج مرتبة وهذا يعطي فكرة مبسطة عن التباديل التي سندرسها لاحقاً.
 عند التوافيق لعناصر عندما n مأخوذة r في كل مرة هو ناتج قسمة n! على (n-r)! يرمز للتباديل بالرمز P أو لاحظ ان $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ حيث $0 \leq r \leq n$
 جد قيمة كل مما يأتي:
 i) P_2^5 ii) P_1^5 iii) P_3^5 iv) P_4^5
 i) $P_2^5 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{(5)(4)(3)(2)(1)}{(3)(2)(1)} = 42$
 ii) $P_1^5 = \frac{5!}{(5-1)!} = \frac{5!}{4!} = \frac{(5)(4)(3)(2)(1)}{(4)(3)(2)(1)} = 5$
 iii) $P_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{(5)(4)(3)(2)(1)}{2} = 60$
 iv) $P_4^5 = \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{1!} = (5)(4)(3)(2)(1) = 120$
 ب طريقة أبسط يجعل $7! = (7)(6)(5)!$
 $P_2^7 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = \frac{(7)(6)(5!)}{5!} = (7)(6) = 42$
 الفروع (1-11) من تطبيق الملاحظة مباشرة 1 iv) $P_1^9 = 9$ iii) $P_2^9 = 3! = (3)(2)(1) = 6$
مثال (4) لوحة أرقام لجمال لوقت أرقام مكونة من خمسة أرقام من بين الأرقام 1 الى 9. ماعدد الترتيبات المختلفة الممكنة؟
 بما ان ترتيب الأرقام مهم فهذه الحالة تمثل تباديل
 كتابة قانون التباديل
 بالتعويض من $r=5, n=9$
 $P_5^9 = \frac{9!}{(9-5)!} = \frac{9!}{4!} = \frac{(9)(8)(7)(6)(5)(4!)}{4!} = 15120$
 إذن هناك 15120 ترتيباً
الملاحظة: لاحظ ان: $C_0^n = 1, C_1^n = n, C_n^n = 1$
 في التوافيق لا يهم الترتيب

التمرينات
Multiple Choice
Permutation and Compilation
 اختر الإجابة الصحيحة لحل مما يأتي:
 1) قيمة حدسية للعدد (0!) (5! - 3!) تساوي:
 a) 2 b) 0 c) 114 d) ليس لها معنى
 2) قيمة C_1^n تساوي:
 a) 1 b) 5! c) 50 d) ليس لها معنى
 3) قيمة P_3^7 تساوي:
 a) 100 b) 100! c) 0 d) 1
 4) عدد طرق تشكيل لجنة رابعة من 5 أشخاص لكل منهم وظيفة خاصة:
 a) P_5^5 b) $5!$ c) $4!$ d) C_5^5
 5) قيمة الحدس $\frac{n!}{(n-2)!}$ تساوي:
 a) $n!$ b) $(n-2)!$ c) $n(n-1)!$ d) $n(n-1)$
 6) عدد طرق اختيار 5 أسئلة من ورقة امتحان تحتوي على 7 أسئلة هو:
 a) 7 b) 5 c) $2!$ d) $2!$
 7) قيمة حدسية للعدد $\frac{(8-3)!}{(3+2)!}$ هي:
 a) $4!$ b) $3!$ c) $2!$ d) $1!$
 8) قيمة الحدس $P_2^3 + P_3^3$ تساوي:
 a) 1 b) 2 c) 0 d) 0

مثال (5) جد قيمة كل مما يأتي:

كتابة قانون التوافيق

التعويض من $n=8, r=2$

لك المضروب والنسب

حسب الملاحظة:

مثال (6) وظائف: أعلنت شركة عن 4 وظائف شاعرة، فقدم 10 أشخاص، بكم طريقة يمكن شغل الوظائف الأربع؟

كتابة قانون التوافيق

التعويض من $n=10, r=4$

لك المضروب والنسب

اذن هناك 210 طريقة لشغل الوظائف الأربع

تأخذ من فهمك

جد قيمة كل مما يأتي:

1 $4! \times 2!$ 2 $(3+2)!$ 3 $\frac{9!}{6!}$ 4 $(7-5)!$

5 $3! + 2!$ 6 P_4^2 7 P_4^4 8 C_4^2

9 $\binom{9}{0}$

تدرب وحل التمرينات

جد قيمة كل مما يأتي:

10 $2! \times 6!$ 11 $4! \times 3!$ 12 $0! \times 1!$

13 P_4^4 14 $\binom{10}{1}$ 15 C_4^2

16 P_4^2 17 P_4^4 18 C_4^2

80

• سؤال (27) لم يحدد ترتيب الطلاب وعليه فان الاختيار هو توافق.

• سؤال (28) يتساوى قانون التباديل والتوافيق عندما يكون لان

وعليه عند القسمة على واحد لايتاثر الناتج.

• سؤال (29) وجه الطلاب الى كتابة القانون في كلا الخيارين واستنتج ان

اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس . بكم طريقة يتم اختيار فريق مدرسي للجمباز مكون من 5 لاعبين من بين 8 طلاب ؟

$C_5^8 = 56$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

اطلب إليهم حل المسألة الآتية :

يريد هادي اختيار رمز سري لهاتفه النقال مكون من 4 أرقام بكم طريقة يمكنه اختيار الرمز من الأرقام 1,2,3,4,5 مع عدم تكرار الأرقام ؟ $P_4^5 = 120$

الإثراء

1 تريد مريم ترتيب مكتبتها بوضع 6 كتب من بين 10 كتب مختلفة على الرف الاول ، بكم طريقة يمكن لمريم ترتيب الكتب؟

$$C_6^{10} = \frac{10!}{(10-6)!6!}$$

$$= \frac{10!}{4!6!} = 210$$

2 في إحدى المدارس يراد اختيار مدير ومعاون ومدرس من بين 6 متقدمين للعمل بكم طريقة يمكن اختيارهم ؟

$$P_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!} = 120$$

3 ارادت جنان كتابة رمز سري لحاسبتها، قررت اختيار 6 أحرف من 12 حرفاً مع عدم تكرار الحرف وكتبت عدد الطرائق P_6^{12} ، هل اجابة جنان صحيحة ؟

اجابة جنان خاطئة لأن الاجابة الصحيحة P_6^{12}

تدرب وحل مسأل حياتية

- 19 **لجان:** بكم طريقة يمكن اختيار لجنة ثلاثية من بين هيئة مكونة من 5 شخصاً؟
- 20 **لجان:** بكم طريقة يمكن اختيار لجنة ثلاثية مكونة من رئيس ونائب الرئيس وامين الصندوق من بين هيئة مكونة من 5 شخصاً؟
- 21 **شطرنج:** في التصفيات النهائية لبطولة الشطرنج في إحدى المدارس بين أربعة طلاب. كم عدد المباريات التي يمكن اجراؤها للتصفيات؟
- 22 **لوحات:** رسم فنان 7 لوحات فنية، فيكم طريقة يمكنه اختيار 5 لوحات منها لعرضها في معرض فني؟
- 23 **اختبار:** ورقة اسئلة تحتوي على 12 سؤالاً والمطلوب الاجابة عن 10 اسئلة بكم طريقة يمكن اختيار الاسئلة؟
- 24 **رياضة:** اراد مدرس الرياضة اختيار فريق لكرة السلة من اصل 9 لاعبا، بكم طريقة يمكنه تشكيل الفريق؟
- 25 **عصائر:** كم خيار لدى تمارة لاختيار 3 افداح من افداح تحتوي على عصير الفواكه الآتية: ليمون، تفاح، عنب، موز؟

فكر

- 26 **تحد:** جد قيمة:
- i) $\frac{15! \cdot 9!}{14! \cdot 10!}$ ii) $\frac{5!}{3! \times 1!} \times \frac{6!}{5! \times 4!}$
- 27 **لهمما صحيح؟** اختيار لجنة من 4 طلاب من مجموعة 7 طلاب، فان عدد الاختيارات اما P_4^7 ام C_4^7 فسر اجابتك
- 28 **تبرير:** متى تكون العبارة $C_7^2 = P_7^2$ ؟
- 29 **تكرار نقد:** ما العلاقة بين ترتيب 3 من اصل 5، وتوافق 3 من اصل 5 اكتب هذه العلاقة من خلال حسابك لكل منهما.
- 30 **مسألة صعبة:** جد قيمة n التي تجعل $\frac{n!}{(n-1)!} = 9$
- اكتب مسأله لاختيار 2 من بين 5 اشياء على ان يكون الترتيب فيها مهماً.

الدرس [6-4] الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري
Experimental Probability and Theoretical Probability

أهداف الدرس
• حساب الاحتمال التجريبي
• حساب الاحتمال النظري
• المقارنات
• الاحتمال التجريبي
• الاحتمال النظري
• فضاء العينة

مفاهيم
• رمى معدة لقطع نقود 13 مرة وسجل النتائج كما مبين في الجدول المبين.
1. اوجد النسبة
2. اوجد النسبة
مل النسبة في السؤال الاول تساوي النسبة في السؤال الثاني ؟ وضح ذلك.

النتيجة	التكرار
H,H	7
H,T	3
T,H	1
T,T	2

عدد ظهور (H,T) : 3
عدد عناصر فضاء العينة : 16
 $P(H,T) = \frac{3}{16}$

عدد مرات ظهور الحدث H,T يساوي 3
النسبة في السؤال الثاني :
من الجدول عدد مرات ظهور الحدث H,T يساوي 3
عدد مرات التجربة يساوي 13
الاحتمال التجريبي :
الاحتمالات النظرية تزودنا بنتائج التجربة دون الحاجة الى اجرائها فيتمدد على فضاء العينة التجريبية .
الاحتمالات التجريبية تزودنا بنتائج التجربة بتكرارها عدة مرات فيتمدد على تكرار التجربة .

مثال (1)
فضاء العينة التجريبية رمى لقطعتي نقود هي :
النسبة في السؤال الاول :
ان عدد عناصر فضاء العينة يساوي 4
من الجدول عدد مرات ظهور الحدث H,T يساوي 3
الاحتمال النظري :
النسبة في السؤال الثاني :
من الجدول عدد مرات ظهور الحدث H,T يساوي 3
عدد مرات التجربة يساوي 13
الاحتمال التجريبي :
الاحتمالات النظرية تزودنا بنتائج التجربة دون الحاجة الى اجرائها فيتمدد على فضاء العينة التجريبية .
الاحتمالات التجريبية تزودنا بنتائج التجربة بتكرارها عدة مرات فيتمدد على تكرار التجربة .

مثال (2)
وجد بلحث في مصنع بطاريات السيارات ان احتمال كون البطارية غير صالحة هو $\frac{3}{20}$ نظري هذا الاحتمال ام تجريبي ؟ واذا اراد المصنع الحصول على 240 بطارية غير صالحة فكم بطارية كان على المصنع انتاجه ؟
هذا الاحتمال تجريبي ، لانه يتمدد على ما حدث فعلا . استعمل التناسب لحل الجزء الثاني من المثال
كل 3 بطاريات من اصل 20 غير صالحة
ان 240 بطارية غير صالحة من اصل X بطارية ينتجها المصنع .
 $\frac{3}{20} = \frac{240}{X}$ **الضرب التبادلي**
 $3X = 4800$
 $X = \frac{4800}{3}$ **اقسم المعادلة على 3**
 $X = 1600$
∴ يجب ان ينتج المصنع 1600 بطارية

نتائج التعلّم	حساب الاحتمال التجريبي حساب الاحتمال النظري
المواد والوسائل	ورقة عمل .

1 تهيئة
اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.
• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال النشاط الآتي :
• نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً والتي تتضمن المسألة الآتية :
شارك مصطفى في 6 مسابقات علمية ، حصل على المرتبة الاولى في 3 منها ، ما احتمال فوزه في المسابقة المقبلة ، وما نوع الاحتمال اسل الطلاب :

كيف نجد احتمال فوزه في المسابقة المقبلة ؟ من خلال عدد مرات فوزه السابقة .
ما احتمال فوزه في المسابقة المقبلة ؟

احتمال فوزه في المسابقة المقبلة هو $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ الاحتمال تجريبي

• استمع الى اجاباتهم وقل لهم انهم سيديسون في هذا الدرس الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري .

2 شرح وتفسير

تعلّم: وجه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .
• قدم المثال (2) لتبين للطلاب ان الاحتمال تجريبي لانه جاء من خلال تجربة .

• قدم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية حساب الاحتمال النظري .
وضح للطلاب مفهوم الحدثين المتنافيين كونهما حدثين لا يمكن ان يتحققا معا في التجربة نفسها ، مثلا الحصول على العددين 1 ، 6 على النرد في رمية واحدة .
ان احتمال وقوع الحدث الاول او الحدث الثاني يساوي مجموع احتمالي الحدثين

$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$
قدم المثالين (4 ، 5) لتوضح للطلاب طريقة حساب احتمال الحدثين المتنافيين

إعادة التعليم

الاحتمال التجريبي : وبحسب احتمالية الحدث بتكرار التجربة مرات عدة وايجاد عدد المرات التي يتحقق فيها هذا الحدث .
 $\frac{\text{عدد مرات حدوث الحدث}}{\text{عدد مرات حدوث التجربة}} = \text{الاحتمال التجريبي}$

الاحتمال النظري : وبحسب احتمالية الحدث دون اجراء التجربة ولكن اعتمادا على فضاء العينة
 $\frac{\text{عدد مرات حدوث الحدث}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \text{الاحتمال النظري}$

تدريبات

جد احتمال كل حدث بعد رمي حجر النرد (ماتوع الاحتمال)

(1) الحصول على العدد 5 $\frac{1}{6}$ نظري

(2) الحصول على عدد فردي $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ نظري

(3) تم اطلاق قرص مكون من 3 لوان (احمر ، اصفر ، اخضر) 6 مرات وكانت النتائج

3 احمر	2 اصفر	1 اخضر
--------	--------	--------

ما احتمال ان يأتي المؤشر على اللون الأصفر ، ماتوع الاحتمال :

$\frac{2}{6}$ تجريبي

مثال (3) عند رمي حجري الرند مرة واحدة جد احتمال:
 (i) الحدث: الحصول على المجموع 5 على وجهي الحجرين.
 (ii) الحدث: الرقم على وجه الحجر الأول ضعف الرقم على وجه الحجر الثاني.
 هنا الاحتمال نظري: لان الحجرين رميا مرة واحدة.
 عدد ارقام الحجر الاول = 6 ، عدد ارقام الحجر الثاني = 6
 ان حسب قانون العد الاساسي: عدد عناصر فضاء العينة تساوي $6 \times 6 = 36$

فضاء العينة $\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$ ، $n = 36$

الحدث $E_1 = \{(1,4), (4,1), (2,3), (3,2)\}$ ، $m = 4$ ، $n = 36$

احتمال الحصول على وجهي الحجرين مجموع الاحتمال $P(E_1) = \frac{m}{n} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

الحدث $E_2 = \{(2,1), (1,2), (4,2), (2,4), (6,3), (3,6)\}$ ، $m = 3$ ، $n = 36$

احتمال الحصول على وجهي الحجرين مجموع الاحتمال $P(E_2) = \frac{m}{n} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

Disjoint Events
 الحدثان المتنافيان: هما حدثان لا يمكن ان يتحققا معا في تجربة واحدة.
 مثلا: عند رمي حجر الرند مرة واحدة، فان الحصول على عدد فردي و عدد زوجي معا مستحيل.
 انن معا حدثان متنافيان.
 حساب الاحتمال للحدثين المتنافيين:
 اذا كان E_1 ، E_2 حدثين متنافيين فان احتمال وقوع E_1 او وقوع E_2 يساوي مجموع احتمالي الحدثين اي:
 $P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

مثال (4) عند رمي حجر الرند مرة واحدة، جد احتمال الحصول على العدد 3 او على عدد زوجي.
 بما انه لا يمكن ان يظهر على وجه الحجر العدد 3 في الوقت نفسه مع عدد زوجي فان هذين الحدثين متنافيان.
 فضاء العينة $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 احتمال الحصول على العدد 3 $P(E_1) = \frac{1}{6}$
 احتمال الحصول على عدد زوجي $P(E_2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 احتمال الحصول على العدد 3 او عدد زوجي في رمي حجر الرند يساوي $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$

التمرينات

- التمرين 1** (6-4) الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري
Experimental Probability and Theoretical Probability
 اخرج الاحتمال التصحيحة لكل مما يأتي:
 1. اذا كان E_1 ، E_2 حدثان متنافيان فان $P(E_1 \text{ or } E_2)$ تساوي:
 a) $P(E_1) + P(E_2)$ b) $P(E_1) \times P(E_2)$ c) $P(E_1) - P(E_2)$ d) $\frac{P(E_1)}{P(E_2)}$
 2. سجل احمد 20 اصباة للهدف من 25 محاولة، اي نسبة مئوية لاحتمال التمرين ان يسجل احد الهداف في المحاولة التالية؟
 a) 50% b) 60% c) 70% d) 80%
 3. ملطفت تماره مؤشر القرص المتداول مرة واحدة، اي نسبة مئوية لاحتمال الظري ان يدل المؤشر على اللون الابيض.
 a) 35% b) 30% c) 12.5% d) 20%
 4. عند رمي حجري الرند مرة واحدة، احتمال الحصول على عددين مجموعهما 3 او حاصل ضربهما 3 هو:
 a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{3}$ d) 1
 5. E_1 ، E_2 حدثان متنافيان، اذا كان $P(E_1 \text{ or } E_2) = \frac{4}{6}$ وان $P(E_1) = \frac{2}{3}$ فان $P(E_2)$ يساوي:
 a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{5}$
 6. عند رمي حجري الرند، احتمال الحصول على عددين مجموعهما 11 هو:
 a) 3 b) 2 c) 1 d) 0

أمثلة إضافية : قدم الأمثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم

الدرس وهي مشابهة تماما لأمثلة الدرس في كتاب الطالب
(1) في تجربة رمي حجري الرند مره واحدة ، ما احتمال الحصول على العدد 4 على الحجرين ؟

فضاء العينة $6 \times 6 = 36$
 $E_1 = \{(4,4)\} = 1$

$P(E_1) = \frac{1}{36}$

(2) اصاب محمد الهدف 5 مرات في 20 لعبة ، ما احتمال ان يصيب الهدف في الرمية القادمة ؟

$P(A) = \left(\frac{5}{20}\right) = \frac{1}{4}$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (1-4) يتطلب الحل ايجاد احتمال حدوث كل حدث .
- سؤال (6) يتطلب ايجاد المجموع الكلي للكرات التي تحقق النسبة $\frac{2}{3}$ ومنها نحدد عدد الكرات الزرق.

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب الى الطلاب حل التدريبات (1,3,4,7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع قد يخطئ بعض الطلاب عند تحديد نوع الاحتمال نظري ام تجريبي ، بين لهم ان الاحتمال التجريبي ينتج عن اجراء تجربة و ايجاد النواتج فيها .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم

- الاسئلة (9-10) تتطلب ايجاد احتمال احداث معينة .
- السؤال (11) الاحتمال تجريبي .
- السؤال (12) الحدثان متنافيان (استعمل القانون)

تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• سؤال (13) بين للطلاب ان مجموع الاجزاء الملونة 8 .
 وبما ان $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ فان اللون الاخضر يمكن تكراره مرتين وعليه نختار اللون الاخضر

• السؤال (16) نجد الناتج باستعمال الحدثين المتتامين (مع تذكير الطلاب بقانون الحدثين المتتامين) .

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذو المستوى الضعيف الى المساعدة.

السؤال (17) نستعمل قانون الاحداث المتنافية بعد ايجاد احتمال كل لون.

سؤال (18) نجد احتمال كل كرة ونستعمل قانون الاحداث المتنافية.

اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال اكتب وتابع إجابتهم.

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس . عائلة مكونة من 10 ابناء ، 4 منهم بشرتهم بيضاء اللون ما احتمال ان تكون بشرة الطفل الحادي عشر ليست بيضاء ؟

$$1 - \frac{4}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثرانية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل . اطلب اليهم حل المسألة التالية :

صندوق فيه 8 كرات ملونة ، 3 زرق ، 2 حمر ، 3 بيض ، سحب مصطفي كرة ، ما احتمال ان تكون زرقاء او حمراء

$$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

الإثراء

1 اطلق هشام القرص ذا اللونين (احمر ، ابيض) 70 مرة، ظهر فيها اللون الاحمر 30 مرة ، ما احتمال ظهور اللون الابيض في المرة القادمة ؟

$$\frac{40}{70} = \frac{4}{7}$$

2 صندوق فيه كرات زجاجية 6 كرات حمر ، 10 كرات صفراء، كم كرة زرقاء يجب اضافتها الى الصندوق ليكون احتمال سحب كرة صفراء $\frac{2}{5}$

$$\frac{2 \times 5}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

مجموع الكرات $5 \times 5 = 25$

كرة زرقاء $25 - (6 + 10) = 9$

3 عند رمي حجر نرد ما احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على 2 او عدد يقبل القسمة على 5 ؟

$$P(E_1) = \frac{3}{6}$$

$$P(E_2) = \frac{1}{6}$$

$$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

مثال (5) عدد رمي حجري الترد مرة واحدة، جد احتمال الحصول على عددين متساويين او مجموع عدد عناصر لهما العينة عند رمي حجري الترد يساوي 36

$E_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$

عدد عناصر E_1 = 6

فضاء لعينة = 36

$P(E_1) = \frac{\text{عدد عناصر } E_1}{\text{فضاء لعينة}} = \frac{6}{36}$

$E_2 = \{(1,2), (2,1)\}$

عدد عناصر E_2 = 2

فضاء لعينة = 36

$P(E_2) = \frac{\text{عدد عناصر } E_2}{\text{فضاء لعينة}} = \frac{2}{36}$

$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

$= \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

E_1, E_2 هاتان عنتان متساويان لا توجد عناصر مشتركة بينهما

قانون الاحداث المتنافية

توضيح ونصيحة

تلق من فهمك

في تجربة رمي حجري الترد مرة واحدة، جد احتمال حدوث الاحداث الآتية :

- العددان على وجهي الحجرين متساويان.
- العدد على وجه الحجر الاول نصف العدد على وجه الحجر الثاني.
- مجموع العددين على وجهي الحجرين يساوي 10
- مجموع العددين على وجهي الحجرين اقل من 5.
- تجريبية الاحتمالات السابقة ام نظرية؟
- كم فيه 4 كرات حمراء، كم كرة زرقاء يجب ان تضاف الى الكيس كي يكون احتمال سحب كرة حمراء $\frac{2}{3}$ نظري الاحتمال ام تجريبي ؟
- وقف شخص في إحدى تقاطعات مدينة بغداد بغداد فأحصى 25 سيارة شاهداها، منها 13 سيارة صفراء اللون، 7 سيارات بيضاء اللون، 5 سيارات زرقاء اللون . قدر احتمال ان تكون السيارة التالية التي تجتاز التقاطع صفراء اللون . وما نوع الاحتمال النظري ام تجريبي ؟ اكتب النسبة بشكل كسر عشري ونسبة مئوية .
- عدد رمي حجري نرد، جد احتمال حصول على عددين مجموعهما 5 او مجموعهما 11. هل الحدثان متساويان بين ذلك.

ترب وحل التمرينات في تجربة رمي حجري الترد مرة واحدة، جد احتمال حدوث الاحداث الآتية

- مجموع العددين على وجهي الحجرين اكبر من 8.
- مجموع العددين على وجهي الحجرين يساوي 12.

1 اجريت دراسة على 100 شخص، فاجاب 15 منهم انهم يستعملون اليد اليسرى لذا اجريت الدراسة على 400 شخص، فكم تتوقع عدد الأشخاص الذين يستعملون اليد اليسرى ؟

2 جد احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً فردياً او تحمل عدداً من مضاعفات العدد 2 من بطاقات مرقمة من 1 الى 9

ترب وحل مسائل حياتية

- تسليط : داي لون يجب تلوين الفراغ بحيث يكون احتمال ان ياتي الموشر عند هذا اللون $\frac{1}{4}$ ؟
- طابع : بهوي مهند جمع الطابع البريدية، فمن بين (6) طابعاً جمع 25 طابعاً للدول العربية، 15 طابعاً لدول افريقية و 20 طابعاً لدول اوروبية. قدر احتمال ان يكون الطابع الذي سيجمعه اوروبياً.
- رياضية : في التدريب على كرة السلة، اصاب لاعب السلة 15 كرة من 25 رمية، ما الاحتمال التجريبي لان يصيب لاعب السلة في الرمية التالية ؟ اكتب الجواب على صورة كسر و عدد عشري ونسبة مئوية .
- لراسة : احصى رجل في عائلته 3 افراد عيونهم زرق من كل 22 فرداً، اذا رزق الرجل بمولود جديد، ما احتمال ان تكون عيناه لبيست زرقاه ؟

فكر

- نظر : قرص نو موشر، مقسم الى ثلاثة اجزاء على الشكل المجاور : نصف القرص اخضر ثلثه احمر و سدسه ازرق . ما احتمال ان يدل موشر القرص على الأخضر او الاحمر بعد اطلاقه؟
- اكتشف الخسلا : يريد كل من سارة و مهند تحديد احتمال اختيار كرة زرقاه او حمراء عشوائياً من كيس يحتوي على 5 كرات زرق، 4 كرات حمراء، 6 كرات صفراء لهما كفت اجابته صحيحة ؟ فسر اجابتهك.

مهند	سارة
$P(R \text{ or } B) = P(R) \times P(B) = \frac{4}{15} \times \frac{5}{15} = \frac{4}{45}$	$P(R \text{ or } B) = P(R) + P(B) = \frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

اكتب

توضيحاً لما يعمله كل عدد في الكسر $\frac{2}{9}$ الذي يمثل احتمال وقوع حدث نظري او تجريبي.

تعلم

تشير تقارير شركة الخطوط الجوية العراقية الى وصول طائراتها في موعدها المحدد بنسبة 19%، كما تشير النسبة 2% الى فقدان الامتعة من الحالات. فما احتمال وصول طائرة في موعدها مع فقدان الامتعة؟

حذرة الدرس
حذرة حساب احتمال الاحداث المستقلة
حذرة حساب احتمال الاحداث المترابطة
حذرة المفردات
حذرة الاحداث المستقلة
حذرة الاحداث المترابطة



[6-5-1] الاحداث المستقلة

سبق وان تعلمت مفهوم الاحداث المستقلة (نتيجة احدهما لا تؤثر في نتيجة الاخر) في هذا الدرس سوف نتعلم حساب احتمال الحوادث المستقلة، اذا كان: E_1, E_2 حدثين مستقلين فان احتمال وقوعهما معا يساوي حاصل ضرب احتمال E_1 في احتمال الحدث E_2 أي:

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$$

في فقرة تعلم:

مثال (1) ان احتمال وصول الطائرة في موعدها هو

$$P(E_1) = \frac{19}{20}$$

$$P(E_2) = \frac{1}{50}$$

ان احتمال فقدان الامتعة هو

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$$

$$= \frac{19}{20} \times \frac{1}{50}$$

$$= \frac{19}{1000} = 0.019 = 1.9\%$$

احتمال الاحداث المستقلة بالتعبير

ان وصول الطائرة في موعدها لا يؤثر في فقدان الامتعة، هذا يعني ان الحدثين مستقلين.

احتمال الاحداث المستقلة بالتعبير

ان احتمال وصول الطائرة في موعدها هو

ان احتمال فقدان الامتعة هو

ان وصول الطائرة في موعدها لا يؤثر في فقدان الامتعة، هذا يعني ان الحدثين مستقلين.

احتمال الاحداث المستقلة بالتعبير

ان احتمال وصول الطائرة في موعدها هو

ان احتمال فقدان الامتعة هو

ان وصول الطائرة في موعدها لا يؤثر في فقدان الامتعة، هذا يعني ان الحدثين مستقلين.

احتمال الاحداث المستقلة بالتعبير

ان احتمال وصول الطائرة في موعدها هو

ان احتمال فقدان الامتعة هو

ان وصول الطائرة في موعدها لا يؤثر في فقدان الامتعة، هذا يعني ان الحدثين مستقلين.

احتمال الاحداث المستقلة بالتعبير

ان احتمال وصول الطائرة في موعدها هو

ان احتمال فقدان الامتعة هو

إعادة التعليم

الاحداث المركبة هي نوعان من الاحداث احداث مستقلة (اي نتيجة احدهما لا تؤثر في نتيجة الاخر)

E_1, E_2 حدثان مستقلان فان احتمال وقوعهما معا :

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$$

احداث غير مستقلة (مترابطة) (اي نتيجة احدهما تؤثر في نتيجة الاخر)

E_1, E_2 حدثان مترابطان فان احتمال وقوعهما معا :

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$$

تدريبات

ما احتمال كل من :

1) سحب كرة حمراء وسحب كرة خضراء مع اعادة الكرة الحمراء من كيس فيه كرات بلونين 4 خضر و6 حمر.

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$$

الحدثان مستقلان

$$= \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{24}{100}$$

2) سحب كرة حمراء ثم سحب كرة خضراء من دون اعادة الكرة الحمراء من كيس فيه كرات بلونين 4 خضر و6 حمر.

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{24}{90}$$

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$$

2 شرح وتفسير

تعلم: وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب اليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم.

ذكر الطلاب بمفهوم الاحداث المستقلة والمترابطة، وضح للطلاب قانون الاحتمال للحدثين المستقلين وهو (احتمال الحدث الاول \times احتمال الحدث الثاني)

قدم المثال (1) لتوضيح القانون

قدم المثال (2) ذكر الطلاب ان اعادة الكرة الاولى وسحب كرة ثانية يعني ان الحدثين مستقلان.

وضح للطلاب قانون احتمال الاحداث المترابطة (غير مستقلة) اعرض المثالين (4) (5) لتحديد الحوادث المترابطة واحتماليتها.

امثلة اضافية: قدم الامثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم

الدرس وهي مشابهة تماما لامثلة الدرس في كتاب الطالب.

بين ان كانت الحوادث مستقلة ام غير مستقلة وجد احتمال كل منها (1) العباب : صندوق العباب يحتوي على 6 كرات ، 6 سيارات صغيرة ، 4 مضارب تنس اختارت مريم لعبتين عشوائيا، ما احتمال ان تحصل على كرتين اثنتين ؟

$$= \frac{6}{16} \times \frac{5}{15}$$

$$= \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

حوادث مترابطة

(2) عند رمي حجر النرد مرتين ، ما احتمال ظهور العدد نفسه في المرتين ؟ **الحدثان مستقلان**

$$P(E_1) = \frac{1}{6}, P(E_2) = \frac{1}{6}$$

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

السؤال (1) الحدثان فيه مترابطان نستعمل .

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$$

• الأسئلة (4 - 2) الحدثان في كل منهما مستقلان .

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$$

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح .

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1,2,3,6) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي .

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند حساب احتمال الحدث الثاني في الحدثين المترابطين ، بين لهم ان احتمال الحدث الثاني يكون بعد تغير عدد المعطيات (مثل سحب كرة دون ارجاعها يؤثر على مجموع الكرات المتبقية) .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي .

تدرّب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرّب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

• السؤال (4) الحدثان مترابطان ، نجد احتمال سحب البطاقة الاولى ، ثم احتمال سحب البطاقة الثانية

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$$

تدرّب وحل مسائل حياتية: اطلب إلى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• السؤال (7) الحدثان مترابطان .
• سؤال (8) الحدثان مستقلان بسبب اعادة الكتاب الاول .

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى المساعدة .

• السؤال (9) الحدثان مترابطان ، سحب الكرة دون ارجاع يعني عدد الكرات يصبح 8 واجابة سالي تكون صحيحة .

• السؤال (11) لحل السؤال يتم تحديد 10 بطاقات بثلاثة اشكال (دائري ، مربع ، مثلث) وكتابة المسألة .

مثال (3) اذا انظرت احدى البطاقات المرصعة وتنبؤ مؤشر القرص الدوار كما مبين في الشكل المجاور. ما احتمال ان يكون النجم عدداً زوجياً واللون ازرقي؟

نحو من $P(E_1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

نحو من $P(E_2) = \frac{1}{4}$

احتمال الحادث المستقل

بالمسح والنسب

من احتمال (عدد زوجي ولون ازرقي) هو $\frac{1}{8} = 12.5\%$

$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} = 12.5\%$$

Dependent Events

(6-5-2) الاحداث المترابطة

الاحداث المترابطة (نتيجة لحدثها تؤثر في نتيجة الآخر) اذا كان E_1 و E_2 حدثين مترابطين فان احتمال وقوعهما معاً هو حاصل ضرب احتمال الحدث الاول E_1 في ضرب احتمال الحدث E_2 بعد حصول الحدث (E_1) اي:

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$$

مثال (4) في مثال (2)، لو لم نعيد الكرة الحمراء الى الكيس، ما احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء؟

سحب الكرة الحمراء

$$P(R) = \frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

عدم اعادة الكرة الحمراء للكيس يعني ان عدد الكرات الحمراء اصبح 2 كرة، والعدد الكلي لكرات في هذه الحالة هو 11 كرة بئال 12.

سحب الكرة الخضراء

$$P(G \text{ after } R) = \frac{\text{عدد الكرات الخضراء}}{\text{العدد الكلي المتبقي للكرات}} = \frac{4}{11}$$

الحدثان مترابطان

احتمال الحادث المترابطة

$$P(R \text{ and } G) = P(R) \times P(G \text{ after } R)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{4}{11} = \frac{1}{11}$$

من احتمال سحب كرة حمراء ثم خضراء دون اعادة الكرة الحمراء يساوي $\frac{1}{11}$

التمرينات

Multiple Choice

الدرس [6-5] الاحداث المركبة

Compound Events

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1. E_1, E_2 حدثان مستقلان، حيث $P(E_1) = 0.3$ و $P(E_2) = 0.9$ فان احتمال حدوث E_1, E_2 معاً هو:

a) 1.2 b) 0.6 c) 0.27 d) 0.3

2. رمي مسطحة حجر نرد وعلامة النرد، احتمال ظهور رقم اكبر من 5 على حجر النرد والكتابة على علامة النرد هو:

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{12}$ d) 3

3. مستوف في 5 كرات حمراء، 4 كرات خضراء، E_1 سحب كرة حمراء، E_2 سحب كرة خضراء دون اعادة الحمراء، فان احتمال حدوثها معاً هو:

a) $\frac{10}{9}$ b) $\frac{5}{18}$ c) $\frac{19}{18}$ d) $\frac{1}{18}$

4. E_1, E_2 حدثان مترابطين فان احتمال وقوعهما معاً هو:

a) $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) + P(E_2 \text{ after } E_1)$ b) $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) + P(E_2 \text{ before } E_1)$

c) $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$ d) $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$

5. العلاقة $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$ بين الحدثان E_1, E_2 حيث صا:

غير تلك d) مترابطان c) مستقلان b) لا توجد علاقة بينهما a)

6. E_1, E_2 حدثان مستقلان حيث: $P(E_1) = 0.15$ ، $P(E_2) = 0.45$ ، فان احتمال حدوث E_1 او E_2 هو:

a) 0.0675 b) 3 c) 0.6 d) 0.3

اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .
على رف الكتب 20 كتابا ، 5 منها علمية ، 4 ادبية ، 11 روايات ،
سحبت ليينا كتابا ، واعادته ثم سحبت كتابا آخر ، ما احتمال ان
يكون الكتابان علميين ؟

$$P(E_1) = \frac{5}{20}, P(E_2) = \frac{5}{20}$$

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{5}{20} \times \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريبات اثنائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء
المراقبة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.
• في صحن حلوى ملونة 6 حمر ، 5 خضر ، 15 صفر ، 4 بني
ما احتمال ان يتم اختيار 3 قطع مع الرجاء على ان تكون الاولى
حمر والثانية حمر والثالثة خضر

$$\frac{6}{30} \times \frac{6}{30} \times \frac{5}{30} = \frac{1}{150}$$

مثال (5) صندوق فيه 5 كرات حمراء ، 3 زرق ، 8 صفر ، سحبت كرة من الصندوق دون اعادتها لم سحبت
ثانية، جد (صفره ثم حمراء) $P(Y \text{ and } R) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

الفرض $P(Y)$ سحب صفراء ، $P(Y) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$
عدم اعادة الكرة الصفراء ، اصبح في الصندوق 5 كرات حمراء ، 3 زرقاء ، 7 صفراء ، اي مجموعها 15 كرة
سحبت كرة حمراء من الصندوق.

الحداث مترابطن
احتمال الحداث المترابطة
بالتعمير والتبسيط

اذن احتمال سحب كرة صفراء ثم كرة حمراء دون اعادة الكرة الصفراء هو $\frac{1}{6}$

الخلاصة:
1. لجد $P(E_1), P(E_2)$
2. اذا كان E_1, E_2 مستقلين فان: $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$
3. اذا E_1, E_2 مترابطين فان: $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$

تأخذ من فهمك

- 1 صندوق فيه 3 كرات حمراء ، 3 كرات خضر ، ما احتمال سحب كرتين خضر من دون اعادة الكرة الاولى
- 2 اطلق مؤشر في القرصين المقابلين مرة واحدة ، ما احتمال ان ياتي مؤشر الاول على اللون الاحمر ومؤشر الثاني على العدد 5 ؟
- 3 رمي قطعتي نقود مرة واحدة ، ما احتمال ظهور صورة على القطعة الاولى ، وكتابة على القطعة الثانية
- 4 صندوق فيه 5 بطاقات حمراء ، 4 بطاقات سود ، 6 بطاقات خضر . سحبت بطاقة دون اعادتها للصندوق وسحبت بطاقة ثانية ، ما احتمال ان تكون البطاقة الاولى حمراء والثانية سوداء ؟

الإثراء

حدد ان كانت الحوادث فيما يلي مستقلة ام غير مستقلة ، واحسب
احتمال كل منها :

- 1 عند رمي حجر النرد مرتين ، ما احتمال ظهور عددين مختلفين ؟
احتمال ظهور عددين متشابهين $P(E_1) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
احتمال ظهور عددين مختلفين $P(E_2) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
- 2 عند رمي قطعة نقود 4 مرات ، ما احتمال ظهور الكتابة في
المرات الاربع ؟
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$
حذرتان مستقلتان

3 اكتشف الخطا

يريد كل من ياسر وشهد تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء او
حمراء عشوائيا من كيس يحتوي على 8 كرات زرق و6 حمراء و
صفر و4 بيض ، ايهما كانت اجابته صحيحة
(ياسر)
(شهد)
احتمال (حمر او زرقاء) p
احتمال (حمر او زرقاء) p
 $p = p(\text{حمر}) + p(\text{زرقاء})$
 $= \frac{8}{26} + \frac{6}{26} = \frac{14}{26}$

اجابة ياسر صحيحة

5 اطلق مؤشر في القرصين المجاورين مرة واحدة ، ما احتمال ان ياتي
مؤشر الاول على اللون الاخضر ومؤشر الثاني على العدد 3 ؟

6 رمي حجر النرد مرة واحدة ، ما احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على 3 على الحجر الاول ، وعدد يقبل القسمة
على 5 على الحجر الثاني ؟

تدرب وحل مسائل حياتية

- 7 حلوى طيبة على 10 قطع حلوى بطعم الفراولة ، 15 قطعة بطعم الشكولاته ، 5 قطع بطعم الليمون . ما
احتمال اختيار قطعتين عشوائيا الواحدة تلو الاخرى دون ارجاع على ان تكون الاولى بطعم الشكولاته والثانية
بطعم الليمون ؟
- 8 كتب : اختارت سها كتابا من رف في هرفها واعادته ثم اختارت كتابا اخر ، ما احتمال ان يكون اختيار الكتاب
من كتب الرياضيات ؟ علما ان الرف يحتوي على 5 كتب رياضيات ، 2 كتاب لغة انكليزية ، 3 كتب علوم .

لفظ:

9 **انتكش الخطا** : يريد كل من جمانة واختها سالي تحديد احتمال اختيار كرة حمراء واخرى صفراء عشوائيا من
كيس يحتوي 4 كرات حمراء ، 5 كرات صفراء دون ارجاع الكرة بعد السحب.
جمانة
سالي
(حمراء و صفراء) P
(حمراء و صفراء) P
 $P(\text{حمر}) \times P(\text{حمر})$
 $\frac{4}{9} \times \frac{4}{9}$
 $P(\text{حمر}) \times P(\text{حمر})$
 $\frac{4}{9} \times \frac{5}{9}$
ايهما كان حلها صحيحا ؟

10 **تحذر** : عند رمي حجر النرد و قطعة نقود ، ما احتمال ظهور رقم اكبر من 2 واصغر من 6 على حجر النرد
والكتابة على قطعة النقود ؟

11 **مسألة متوحدة** : 10 بطاقات بثلاثة اشكال مختلفة ، اكتب مسألة تتعلق بسحب بطاقتين عشوائيا دون ارجاعهما
على ان يكون الاحتمال $\frac{1}{15}$.

اكتب

مثالا على حذرتين مستقلتين ومثالا اخر على حذرتين مترابطين.

خطة حل المسألة (انشئ نموذجاً)

خطة حل المسألة (انشئ نموذجاً)

Problem Solving Plan (Make a Model)

فكرة الدرس

حاول محمد ترتيب 5 قطع ملونة مربعة الشكل (أسود، أحمر، أزرق، أصفر، أخضر) بطرائق مختلفة، كم طريقة يمكن ان يرتبها بشرط ان اول مربع اسود اللون واخر مربع اصفر اللون؟





افهم

ما المعطيات في المسألة؟ 5 مربعات ملونة.
ما المطلوب من المسألة؟ إيجاد عدد بطرائق المعقنة لترتيبها.

خطط

كيف تحل المسألة؟ انشئ نموذجاً لتوضيح تلك الطرائق المختلفة.

حل

1		2	
3		4	
5		6	

لئن هناك ستة طرائق لترتيبها.

تحقق

الرسم في اعلاه يتضمن جميع طرق الترتيب بحمل التعادج (بطريقة التبادل) ويمكن ان نجد عدد الطرائق باستعمال مضروب العدد.

$$3! = (3) \times (2) \times (1)$$

= 6 طرق

90

نتائج التعلم: استعمل انشاء نموذج لحل المسألة.

المواد والوسائل: مجموعة من المكعبات الملونة بالوان مختلفة.

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتائج التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال النشاط الآتي:

نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعط كل مجموعة ثلاثة مكعبات بالوان مختلفة اطلب اليهم ترتيبها باكثر من طريقة

اسأل الطلاب:

• بكم طريقة يمكن ترتيب المكعبات ؟ 6 .

2 شرح وتفسير

سلسلة الناجح في الرياضيات



• أرشد الطلاب الى المعطيات والمطلوب في المسألة .

• اطلب الى الطلاب تحوير المعطيات ، ووضع خط تحت المطلوب.



• ناقش الطلاب في الطريقة المناسبة لحل هذه المسألة واستمع الى مقترحاتهم .

• بين للطلاب ان حل المسألة على وفق خطة انشاء نموذج وقدم الاسئلة للطلاب في اثناء الشرح لتوجيه انتباههم .



• قم بحل المسألة على وفق خطة تحديد معقولة الاجابة .

• وقدم الاسئلة التالية للتلاميذ في اثناء الشرح لتوجيه انتباههم .

• ما عدد المكعبات جميعاً ؟ 5

• كم مكعباً ثابت مكانه ؟ 2

• ما عدد المكعبات المتغيرة اماكنها ؟ 3

• بكم طريقة يتم ترتيب المكعبات الثلاثة ؟ 6

• وجه الطلاب الى القيام بعملية الترتيب لايجاد عدد طرائق ترتيبها

Problems

مسائل

1234

1 لديك الأرقام 1، 2، 3، 4، كم عدد يمكن تكوينه من 4 أرقام شرط عدم تكرار الرقم في العدد والعدد أكبر من 4000؟



2 في بستان فلاح 28 شتلة برتقال وبقاح، فإذا كان مقابل كل 4 شتلات برتقال 3 شتلات بقاح، ما عدد شتلات البرتقال؟



3 مزارع يسقى بستانه مرة في كل اسبوعين، كم مرة يسقى البستان في 6 اشهر؟

4 قسمت 24 قطعة على شكل مثلثات ومربعات ودوائر الى اربع مجموعات، فإذا كان عدد المربعات يزيد بمقدار 1 على عدد الدوائر ويقل بمقدار 1 عن عدد المثلثات، فما عدد القطع لكل نوع؟



• كيف أتحقق من صحة الحل؟ استمع الى تيريرات الطلاب .

• وجه الطلاب الى ايجاد مضروب العدد 3

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

• للتحقق من الحل .

• اطلب الى الطلاب حل المسائل (1، 3، 4) من صفحة مسائل كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد بخطئ الطلاب في تحديد عدد طرائق الترتيب بعدم تثبيت المكعبين الاول والاخير ويستعمل 5! للتحقق من المسألة ، وجه الطلاب الى قراءة السؤال بعناية لايجاد الناتج الصحيح .

3 تدريب

• ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل المسائل .

• اقرأ المسائل أمام الطلاب واطلب إليهم حلها وتابع اجاباتهم .

سلسلة الناجح في الرياضيات

4 تقويم

• استعمل المسألة التالية كتنقيح ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

• ارادت مريم ترتيب 4 سنادين للورود باربعة اوان مختلفة ، بكم

طريقة يمكن تنسيقها على أن تكون الاولى باللون الأبيض .

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

عدد الطرق

استعمل مراجعة الفصل للتأكد من امتلاك الطلاب المهارات اللازمة لحل التمرينات .
قدم المثال لكل درس وأطلب إلى الطلاب حل التدريب وتابع إجابته .

مراجعة الفصل

Chapter Review

المصردات	عربي	English	عربي	English
المصردات	عربي	English	عربي	English
الإحصاء التجريبي	دراسة مسحية	Experimental Probability	المجتمع	Society
الإحداث المتنافية	العينة	Theoretical Probability	التبديل	Disjoint Events
الإحداث المستقلة	التوافق	Independent Events	فضاء العينة	Dependent Events
الإحداث المترابطة	فضاء العينة	Compound Events	المضروب	Misleading Statistics
الإحداث المركبة	المضروب	Misleading Statistics	البيانات المضللة	Sample Space
الإحصاءات المتعددة	البيانات المضللة	Sample Space		
فضاء العينة				

تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها

التمرين [6-1]

مثال: طلب من كل عشر زائر من بين 3000 زائر الحقيقة الزوراء في أحد الأيام ان يجيب عن سؤال معين.
(i) حدد العينة.
(ii) حدد المجتمع الذي اختبر منه.
(iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام لا.
(i) العينة الزوار الذين وجه لهم السؤال وعندهم 300 زائر.
(ii) المجتمع: جميع زوار الحقيقة وعندهم 3000.
(iii) العينة غير متحيزة، لانهم اختبروا عشوائياً.

الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

الدرس [4-4]

مثال: كيس يحتوي على 5 كرات زرق، 8 كرات خضراء، 7 كرات صفراء.
جد:
(i) ما نوع الاحتمال نظري ام تجريبي?
(ii) جد احتمال سحب كرة زرقاء واحدة.
(i) الاحتمال نظري
(ii) عدد الكرات
 $5 + 8 + 7 = 20$
عدد الكرات الزرقاء
عدد الكرات الكلي
 $P(E) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

الاحداث المركبة

الدرس [5-5]

مثال: صندوق فيه 4 كرات حمراء، 9 كرات صفراء، 3 كرات سود.
سحبت كرتان عشوائياً الواحدة بعد الأخرى دون اعادة الكرة للمسحوبة أولاً.
(i) ما نوع الحالتين?
(ii) جد احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة سوداء.
(iii) اكتب نسبة الاحتمال بالصورة المئوية.
(i) الحالتان مترابطتان.
(ii)
 $P(R \text{ and } B) = P(R) \times P(B \text{ after } R)$
 $P(R) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
 $P(B) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$
 $\therefore P(R \text{ and } B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$
(iii)
 $\frac{1 \times 3}{20 \times 5} = \frac{3}{100} = 3\%$

البيانات والإحصاءات المتعددة

الدرس [2-2]

مثال: سأل 200 زائر حول اسعار بطاقات النحول لمرح. وسئلت الاجابات بالاعادة، هل التمثيل يعطي الصورة الصحيحة للاجابات.

يبدو للوهلة الأولى ان معظم الزوار غير راضين عن اسعار البطاقات، ومع ذلك فان اطوال المدة الزمنية للترويج غير كافية.
فجد ان 150 زائراً غير راضين عن الاسعار، في حين ان عدد الراضين على الاسعار 160 زائراً، وعليه فان التمثيل البياني بعد ممتثل.
تدريب 1: يكون الرسم البياني ممتثلًا اذا تحققت على الأقل إحدى الحالات الآتية:
• عندما لا يبدأ الرسم البياني بالاعادة من
• عندما تكون اطوال الفترات
• عدم الاشارة الى بعض الاعداد التي تم
تدريب 2: كيف تميز بين الرسم البياني الممتثل وغير الممتثل?
تدريب 3: لأي هدف تستعمل الإحصاءات المتعددة؟

التباديل والتوافيق

الدرس [3-3]

مثال: تريد جماعة اختيار 3 افداح من 5 افداح تحتوي على عصير الولاية: تفاح، ليمون، عنب، موزة، فلفل، بكم طريقة يمكنها الاختيار?
تدريب 1: تريد سالي ترتيب 4 كتب في خزنتها التي تحتوي على 6 رفوف، شرط الاتضع اكثر من كتاب واحد على كل رف. كم خياراً لديها?
تدريب 2: بكم طريقة يمكن تكوين لجنة من 4 طالبات من مجموع 8 طالبات?
تدريب 3: أعلنت شركة عن 5 وظائف شاعرة فيها، فقدم للاعلان 10 اشخاص. بكم طريقة يمكن شغل الوظائف الخمس?
 $C^r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$
 $C^3 = \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{5!}{2!(1)3!} = 10$
يمكنها اختيار 10 طرق.
مثال 2: براد تكوين عدد من رابع مراتب من مجموعة الارقام 1,2,3,4,5 دون تكرار الرقم في العدد?
 $P^r = \frac{n!}{(n-r)!}$
 $P^4 = \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{1!} = (5)(4)(3)(2)(1) = 120$

Chapter Test

اختبار الفصل

1 وزع استبيان على 30 طالب من بين 100 طالب، اجب عما يأتي:

- (i) حدد العينة والمجتمع الذي اختبر منه.
(ii) صف اسلوب توزيع الاستبيان.
(iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام لا.

2 كيف تميز بين الرسوم البيانية المضللة والرسوم البيانية غير المضللة؟

3 جد نتج ما يأتي:

i) C_4^1
ii) P_4^1

iii) C_4^2
iv) P_4^2

v) C_4^3
vi) P_4^3

4 بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من 3 طلاب من بين 8 طلاب؟

5 رمي حجر الترد 25 مرة وكنت النتائج كما موضح في الجدول التالي:

النتيجة	1	2	3	4	5	6
عدد المرات	2	6	3	5	2	7

(i) ما نوع الاحتمال؟

(ii) جد احتمال ظهور العدد 4.

6 في تجربة رمي حجر الترد مرة واحدة، جد:

(i) نوع الاحتمال نظري ام تجريبي.

(ii) احتمال الحصول على عدد يقلل القسمة على 4.

7 وقف مهند في احدى تقاطعات مدينة بغداد، واحصى انواع السيارات عند التقاطع، من بين 20 سيارة شاهدا، احصى 10 سيارات صالون، 7 سيارات نقل صغيرة لنقل الركاب، 3 سيارات حمل. قدر احتمال ان تكون السيارة التالية التي تجتاز التقاطع سيارة صالون.

سلسلة الناجح في الرياضيات

السؤال	الخطأ	المعالجة
1	قد يخطئ بعض الطلاب في تحديد العينة ونوعها .	تدريبات إعادة التعليم للدرس 1
2	قد لا يميز بعض الطلاب الرسوم البيانية المضللة .	تدريبات إعادة التعليم للدرس 2
3	قد يخطئ بعض الطلاب في ايجاد نواتج كل من التباديل والتوافيق .	تدريبات إعادة التعليم للدرس 3
4	قد يخطئ بعض الطلاب في تحديد الاختيار الاصح (تباديل أو توافيق).	تدريبات إعادة التعليم للدرس 3
5-7	قد يخطئ بعض الطلاب في ايجاد الاحتمال .	تدريبات إعادة التعليم للدرس 4

حلول تمارينات الفصل الأول

العلاقات والمتباينات في الأعداد الحقيقية

ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية	الدرس [1-1]
التطبيقات	الدرس [1-2]
المتباينات	الدرس [1-3]
المتباينات المركبة	الدرس [1-4]
متباينات القيمة المطلقة	الدرس [1-5]
خطة حل المسألة	الدرس [1-6]



1	$\sqrt{25} = 5$	عدد نسبي	2	$\sqrt{7}$	عدد غير نسبي
3	$\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$	عدد نسبي	4	$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$	عدد نسبي
5	$\sqrt{\frac{49}{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}}$	عدد غير نسبي	6	$\frac{30}{4} = \frac{15}{2}$	عدد نسبي
7	$-6\frac{3}{2} = -\frac{15}{2}$	عدد نسبي	8	$-\sqrt{8}$	عدد غير نسبي
9	$\sqrt{2} \approx 1.4$				
10	$-\sqrt{3} \approx -1.7$				
11	$\sqrt{\frac{6}{25}} = \frac{\sqrt{6}}{5} \approx 0.5$				
12	$-\sqrt{\frac{81}{49}} = \frac{9}{7} \approx 1.3$				
13	<	14	<		
15	=	16	>		
17	$\sqrt{5} \approx 2.24$, $\sqrt{7} \approx 2.65$ $\sqrt{5}$, 2.25 , $\sqrt{7}$	جد القيمة التقريبية للجذور وقارن، فيكون الترتيب التصاعدي هو :			
18	$-\frac{7}{3} \approx -2.33$, $-\frac{16}{5} \approx -3.2$ $-\frac{7}{3}$, $-3\frac{1}{5}$, -3.33	جد القيمة التقريبية للجذور وقارن، فيكون الترتيب التنازلي هو :			
19	$3x + \frac{2}{5} \geq 4x - \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \geq 4x - 3x \Rightarrow x \leq 1$				
20	$\frac{3}{7} > z - \frac{9}{14} \Rightarrow z < \frac{3}{7} + \frac{9}{14} \Rightarrow z < \frac{15}{14}$				
21	$\frac{3y}{8} \geq \frac{2}{7} \Rightarrow 21y \geq 16 \Rightarrow y \geq \frac{16}{21}$				
22	$\frac{4m}{11} < \frac{9}{22} \Rightarrow -88m < 99 \Rightarrow m > \frac{-9}{8}$				
23	$6(z-3) > 5(z+1) \Rightarrow 6z-18 > 5z+5 \Rightarrow z > 23$				

24	$4\left(\frac{1}{2}v + \frac{3}{8}\right) > 0 \Rightarrow 2v + \frac{3}{2} > 0 \Rightarrow 4v + 3 > 0 \Rightarrow v > \frac{-3}{4}$
25	$\sqrt{2}(1 - \sqrt{18}) = \sqrt{2}(1 - 3\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 6$
26	$3\sqrt{12} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$
27	$\frac{\sqrt{7} - 8\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \frac{-7\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \frac{-7}{2}$
28	$\frac{6\sqrt{44}}{\sqrt{5}} \div \frac{18\sqrt{11}}{\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{11}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{18\sqrt{11}} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

سلسلة الناجح في الرياضيات



1 $5 + \sqrt{15} - \sqrt{15} - 3 = 5 - 3 = 2$

2 $(\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = 7 - \sqrt{14} - \sqrt{14} + 2 = 9 - 2\sqrt{14}$

3 $(5\sqrt{5} - 2\sqrt{5})\left(\frac{2}{3}\right) = 3\sqrt{5} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{5}$

4 $\frac{8\sqrt{3}}{-15} \times \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\sqrt{3}} = \frac{-4}{15}$

5 $\sqrt{7}(2\sqrt{7} - \sqrt{2}) - 5 = 2 \times 7 - \sqrt{14} - 5 = 9 - \sqrt{14} \approx 9 - 3.7 = 5.3$

6 $\sqrt[3]{-125}\left(\frac{\sqrt{3}}{10} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -5 \times \frac{\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{10} = -1 \times \frac{-4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \approx 3.4$

7 $\frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} - 3}{4 \times 3} = \frac{\sqrt{3} - 3}{12}$

8 $\frac{1 - \sqrt{20}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} - 2 \times 5}{5} = \frac{\sqrt{5} - 10}{5}$

9 $\frac{5\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} - \frac{10 - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{10\sqrt{6} - 6}{12} - \frac{10\sqrt{6} - 6}{12} = 0$

10 $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3^{-3} - 3^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - 3\sqrt{3} = \frac{4}{27} - 3\sqrt{3} \approx 0.15 - 5.19 = 5.04$

11 $27^{\frac{1}{3}} - (-9)^0 + 3^2 \times 5^{\frac{1}{2}} = 3 - 1 + 9\sqrt{5} \approx 2 + 9 \times 2.24 = 2 + 20.16 = 22.16$

12 $0.0643 \times 10^{-3} - 0.25 \times 10^{-3} = (0.0643 - 0.25) \times 10^{-3} \approx -1.86 \times 10^{-4}$

13 $(9.23 \times 10^{-3})(9.23 \times 10^{-3}) = 85.1929 \times 10^{-6} \approx 8.52 \times 10^{-5}$

14 $(3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}) \times \frac{-3}{4} = -2\sqrt{2} \times \frac{-3}{4} = \frac{3}{\sqrt{2}}$

15 $\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{125}} \div \frac{5\sqrt[3]{8}}{\sqrt{25}} = \frac{2\sqrt{3}}{3 \times 5} \times \frac{5}{5 \times 2} = \frac{\sqrt{3}}{3 \times 5} = \frac{1}{5\sqrt{3}}$

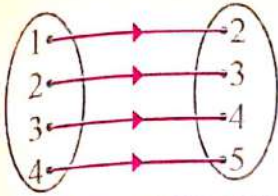
16 $7 \times \frac{\sqrt{2}}{7} - 3 \times \frac{2\sqrt{2}}{9} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{6 - 4 + 3}{3\sqrt{2}} = \frac{5}{3\sqrt{2}} \approx 1.2$

تأكد من فهمك

تدرب وحل تمرينات

تدريب وحل التمرينات	17	$\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}-3\sqrt{5}} = \frac{7-6\sqrt{35}+45}{7-45} = \frac{52-6\sqrt{35}}{-38} = \frac{3\sqrt{35}-26}{19}$
	18	$\frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{\sqrt{99}} - \frac{\sqrt{60}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{11}(\sqrt{3}-1)}{3\sqrt{11}} - \frac{\sqrt{5}(\sqrt{12}-1)}{5\sqrt{3}\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}-1}{3} - \frac{\sqrt{12}-1}{5\sqrt{3}}$ $= \frac{\sqrt{3}-1}{3} - \frac{\sqrt{12}-1}{5\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-1}{3} - \frac{6-\sqrt{3}}{15} = \frac{6\sqrt{3}-11}{15}$
تدريب وحل مسائل حياتية	19	$r = 300\text{km} = 300000\text{m} = 3 \times 10^5$ نصف قطر المدار $v = \sqrt{\frac{4 \times 10^{14}}{r}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^{14}}{3 \times 10^5}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^9}{3}} = \sqrt{\frac{40}{3}} \times 10^4 \approx 3.65 \times 10^4 \text{ m/sec}$ سرعة القمر المدارية
	20	$v = \sqrt{2hg}$, $v = ?$, $g = 32 \text{ foot/sec}^2$, $h = 80 \text{ foot/sec}$ $v = \sqrt{2(80)(32)} \Rightarrow v = \sqrt{(64)(16)(5)} \Rightarrow v = (8 \times 4)\sqrt{5} \Rightarrow v \approx 71.36$ المضخة تقذف الماء بسرعة أكبر من المطلوب لذا فهي تفي بالغرض
	21	$A = \frac{1}{2}bh$, $b = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $h = \sqrt{18} - \sqrt{3} = 3\sqrt{2} - \sqrt{3}$ مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$ $A = \frac{1}{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \frac{1}{2}(18 - 3) = 7.5 \text{ m}^2$
فكر	22	$LS = 7 - 5 = 2 = RS$
	23	$8.4 \times 10^{-3} + 0.52 \times 10^{-2} = 0.84 \times 10^{-2} + 0.52 \times 10^{-2} = 1.36 \times 10^{-2}$
	24	$\sqrt{125} = 5\sqrt{5} \approx 5 \times 2.24 = 11.2$ $10.28 < 11.2 < 11.28$ اذن يقع لأن
اكتب		$6^{\frac{3}{2}} + 5^{\frac{3}{2}} = \sqrt{6^3} + \sqrt{5^3} = 6\sqrt{6} + 5\sqrt{5} \approx 6 \times 2.4 + 5 \times 2.2 = 25.4$

1



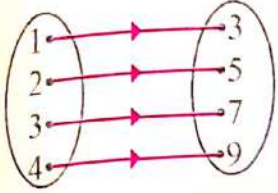
$$f(x) = x + 1$$

قاعدة الاقتران

مجال التطبيق هو $\{1, 2, 3, 4\}$

مدى التطبيق هو $\{2, 3, 4, 5\}$

2



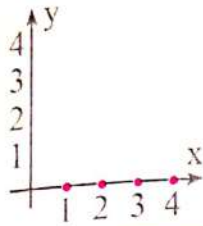
$$g(x) = 2x + 1$$

قاعدة الاقتران

مجال التطبيق هو $\{1, 2, 3, 4\}$

مدى التطبيق هو $\{3, 5, 7, 9\}$

3



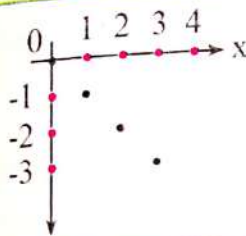
$$f(x) = 0$$

قاعدة الاقتران

مجال التطبيق هو $\{1, 2, 3, 4\}$

مدى التطبيق هو $\{0\}$

4



$$f(x) = -x$$

قاعدة الاقتران

مجال التطبيق هو $\{0, 1, 2, 3\}$

مدى التطبيق هو $\{0, -1, -2, -3\}$

5

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

قاعدة الاقتران

$$f(x) = 3x + 2$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow f(1) = 5$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow f(2) = 8$$

$$x_3 = 3 \Rightarrow f(3) = 11$$

$$x_4 = 4 \Rightarrow f(4) = 14$$

وعليه فإن مجموعة المدى هي $\{5, 8, 11, 14, \dots\}$ ومجموعة المجال المقابل هي \mathbb{N} (الأعداد الطبيعية) وإن مجموعة المدى \neq مجموعة المجال المقابل ، لذا فإنه غير شامل.

6

$$f(x) = 3x + 1 \quad , \quad g(x) = 2x + 5$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x+5) = 3(2x+5) + 1 = 6x+16$$

$$(f \circ g)(x) = 28$$

$$6x + 16 = 28 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x = 2$$

تأكد من فهمك

7

$$f(x) = 5x + 2, \quad g(x) = x + 3$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+3) = 5(x+3) + 2 = 5x + 17$$

$$n = 1 \implies (f \circ g)(1) = 5 + 17 = 22$$

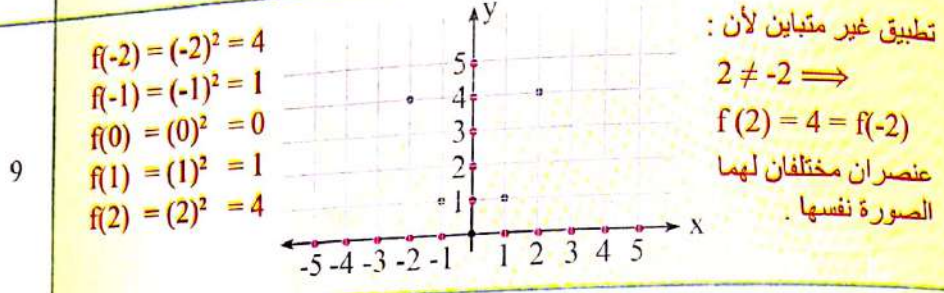
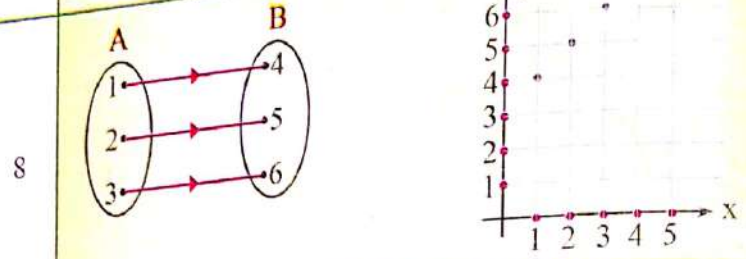
$$n = 2 \implies (f \circ g)(2) = 10 + 17 = 27$$

$$n = 3 \implies (f \circ g)(3) = 15 + 17 = 32$$

$$n = 4 \implies (f \circ g)(4) = 20 + 17 = 37$$

$$(f \circ g) = \{(1,22), (2,27), (3,32), (4,37), \dots\}$$

تدرب وحل التمرينات



10

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = x + 1$$

i) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+1) = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

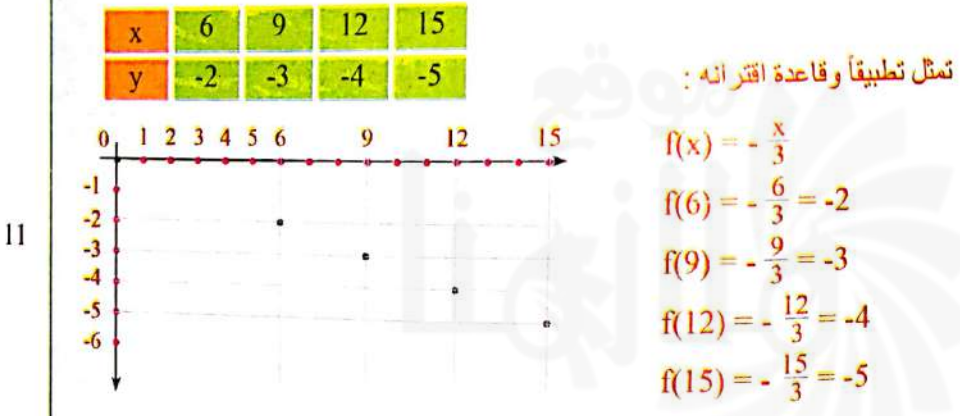
$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2) = x^2 + 1$$

ii) $(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(3) = 9$

$$(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(4) = 5$$

ويمكن للطالب ان يعوض فيما حصل عليه في الفرع (i)

تدرب وحل مسائل حياتية



تمرینات و مسائل جبر

12 $R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$
 $f(x) = x$
 $f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3, f(4) = 4$
 $1 \neq 2 \implies f(1) \neq f(2)$
 $2 \neq 3 \implies f(2) \neq f(3)$
 قاعدة الاقتران هي :
 التطبيق متباين لان :
 وهكذا جميع العناصر .

13

w_b	150	144	132	120
w_r	100	96	88	80

$w_{r_0} = \frac{2}{3} \times 150 = 100$
 $w_{r_1} = \frac{2}{3} \times 144 = 96$

 تمثل تطبيقاً وقاعدة الاقتران هي : $f(x) = \frac{2}{3}x$

14 $f = \{(1,3), (3,3), (2,3)\}$, $g = \{(3,1), (1,2), (2,3)\}$

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$	$(g \circ f)(x) = g(f(x))$
$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(2) = 3$	$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3) = 1$
$(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(3) = 3$	$(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(3) = 1$
$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(1) = 3$	$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 1$

$f \circ g = \{(1,3), (2,3), (3,3)\}$ $g \circ f = \{(1,1), (2,1), (3,1)\}$

اذن $f \circ g \neq g \circ f$

15 $f(x) = x^3$: $f: z \rightarrow z$
 f يمثل تطبيقاً متبايناً لعدم وجود عددين مختلفين مكعبهما متساوي ، أي :
 $x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$
 نأخذ بعض الأعداد كمثال على ذلك

$f(-2) = (-2)^3 = -8$	$f(-1) = (-1)^3 = -1$
$f(2) = (2)^3 = 8$	$f(1) = (1)^3 = 1$

16 $R_1 = \{(1,3), (2,5), (3,7), (4,9), (5,11)\}$
 تمثل تطبيقاً لأنها تحقق تعريف التطبيق :

$f(x) = 2x + 1$
 $f(2) = 4 + 1 = 5$, $f(4) = 8 + 1 = 9$

اكتب

$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(4x-3)$
 $= 4(4x-3) - 3 = 16x - 15$
 $(f \circ f)(x) = 33 \implies 16x - 15 = 33$
 $\implies 16x = 48$
 $\implies x = 3$

1	$u_n = 3n, \{(1,3), (2,6), (3,9), (4,12), \dots\}$
2	$u_n = n-4, \{(1,-3), (2,-2), (3,-1), (4,0), \dots\}$
3	$u_n = n^2, \{(1,1), (2,4), (3,9), (4,16), \dots\}$
4	$u_n = \frac{1}{2n}, \{(1, \frac{1}{2}), (2, \frac{1}{4}), (3, \frac{1}{6}), (4, \frac{1}{8}), \dots\}$
5	$u_n = 3n-1, \{(1,2), (2,5), (3,8), (4,11), \dots\}$
6	$u_1 = 1, d = 5, \{1, 6, 11, 16, 21, \dots\}$
7	$u_1 = -5, d = 2, \{-5, -3, -1, 1, 3, \dots\}$
8	$u_1 = -3, d = -4, \{-3, -7, -11, -15, -19, \dots\}$
9	$u_n = (n-1)d \Rightarrow u_3 = a + 2d \Rightarrow 9 = a + 2(-2) \Rightarrow 9 = a - 4 \Rightarrow a = 13$ $u_9 = 13 + 8(-2) = 13 - 16 = -3$ $\{\dots, u_9, u_{10}, u_{11}, \dots\} = \{\dots, -3, -5, -7, \dots\}$
10	$u_2 = a + d \Rightarrow -11 = a - 3 \Rightarrow a = -8$ $u_7 = a + 6d = -8 + 6(-3) = -8 - 18 = -26$ $\{\dots, u_7, u_8, u_9, \dots\} = \{\dots, -26, -29, -32, \dots\}$
11	$d = u_2 - u_1 = -1 - 3 = -4$ $u_{23} = a + 22(d) \Rightarrow u_{23} = 3 + 22(-4) \Rightarrow u_{23} = -85$
12	$\{4n\} = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$
13	$\{2n-5\} = \{-3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$
14	$\{\frac{1}{n+1}\} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots\}$
15	$\{9\} = \{9, 9, 9, 9, 9, \dots\}$

تأكد من فهمك

16 $\{u_n\} = 10 - 4n, \{(1,6), (2,2), (3,-2), (4,-6), \dots\}$

17 $\{u_n\} = n^2 - 1, \{(1,0), (2,3), (3,8), (4,15), \dots\}$

18 $\{u_n\} = \frac{1}{3n+1}, \{(1, \frac{1}{4}), (2, \frac{1}{7}), (3, \frac{1}{10}), (4, \frac{1}{13}), \dots\}$

$$u_7 = \frac{1}{24}, d = \frac{1}{3}$$

19 $u_7 = a + 6d \Rightarrow \frac{1}{24} = a + \frac{6}{3} \Rightarrow \frac{1}{24} = a + 2 \Rightarrow a = \frac{1}{24} - 2 \Rightarrow a = \frac{-47}{24}$

$$\{\frac{-47}{24}, \frac{-39}{24}, \frac{-31}{24}, \frac{-23}{24}, \frac{-15}{24}, \dots\}$$

20 $u_7 = \frac{13}{2}, d = 1, u_7 = a + 6d \Rightarrow \frac{13}{2} = a + 6$

$$\Rightarrow a = \frac{13}{2} - 6 = \frac{13-12}{2} = \frac{1}{2}$$

20 $u_{11} = a + 10d \Rightarrow u_{11} = \frac{1}{2} + 10(1) \Rightarrow u_{11} = \frac{21}{2}$

$$\{\dots, u_{11}, u_{12}, \dots\} = \{\dots, \frac{21}{2}, \frac{23}{2}, \dots\}$$

21 $u_2 = 0, d = -1, u_2 = a + d \Rightarrow a = u_2 - d = 1$
 $u_{21} = a + 20d \Rightarrow u_{21} = 1 + 20(-1) = 1 - 20 = -19$
 $\{\dots, u_{21}, u_{22}, \dots\} = \{\dots, -19, -20, \dots\}$

22 $\{u_n\} = \{3 - 2n\}, d = u_{n+1} - u_n$
 $u_1 = 1$
 $u_2 = -1$
 $d = u_2 - u_1 = -1 - 1 = -2$

لذا المتتابعة متناقصة

23 $\{u_n\} = \{n^3 - 1\}, u_1 = 0, u_2 = 7$
 $d = u_2 - u_1 = 7 - 0 = 7$

لذا المتتابعة متزايدة

تدريب وحل التمرينات	24	$\{u_n\} = \left\{ \frac{1}{n+2} \right\}, u_1 = \frac{1}{3}, u_2 = \frac{1}{4}$ $d = u_2 - u_1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3-4}{12} = \frac{-1}{12}$	لذا المتتابعة متناقصة													
	25	$\left\{ \frac{3n}{2} \right\} = \left\{ \frac{3}{2}, 3, \frac{9}{2}, 6, \frac{15}{2}, \dots \right\}$														
	26	$\{\sqrt{3}\} = \{\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \dots\}$														
	27	$\left\{ \frac{n}{n+1} \right\} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots \right\}$														
تدريب وحل مسائل حياتي	28	$\{(1, 3.12), (2, 6.32), (3, 9.52), (4, 12.72), (5, 15.92)\}$ $d = 3.20$ أساسها	نعم يمثل نمطاً ويمثل متتابعة حدها الأول هو $a = 3.12$													
	29	$\{(1, 5.90), (2, 5.95), (3, 6.00), (4, 6.05), (5, 6.10)\}$ $d = 0.05$ و $a = 5.90$	نعم يمثل نمطاً ويمثل متتابعة أساسها													
	30	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>عدد السنوات</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>عدد الأبقار</td> <td>20</td> <td>24</td> <td>28</td> <td>32</td> <td>36</td> <td>40</td> </tr> </tbody> </table>	عدد السنوات	1	2	3	4	5	6	عدد الأبقار	20	24	28	32	36	40
عدد السنوات	1	2	3	4	5	6										
عدد الأبقار	20	24	28	32	36	40										
فكر	31	$d = u_2 - u_1 = x + 1 - 2x = 1 - x$ $d = u_3 - u_2 = 3x + 11 - x - 1 = 10 + 2x$ $\therefore 1 - x = 10 + 2x \Rightarrow 3x = -9 \Rightarrow x = -3$														
	32	$d = u_3 - u_2 = 2 - 4 = -2 \Rightarrow d < 0$	أي إن المتتابعة متناقصة													
	33	$u_3 = a + 2d \Rightarrow 4 = a + 2\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow a = 5$ $u_{11} = a + 10d \Rightarrow u_{11} = 5 + 10\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow u_{11} = 0$														
أكثر		$u_5 = a + 4d \Rightarrow -4 = a + 8 \Rightarrow a = -12 \Rightarrow u_{101} = a + 100d = -12 + 100(2)$ $= -12 + 200 = 188$														

تأكد من فهمك

تقرب وحل تمرينات

1 $-4 < y - 1 < 3 \Rightarrow -4 + 1 < y < 3 + 1 \Rightarrow -3 < y < 4$ بيانياً يراجع المثال (1) للأسئلة 1 ، 2

2 $-4 \leq Z + 2 \leq 8 \Rightarrow -4 - 2 \leq Z \leq 8 - 2 \Rightarrow -6 \leq Z \leq 6$

3 $x + 6 \geq 12$ و $x + 6 < 15 \Rightarrow 12 \leq x + 6 < 15 \Rightarrow 6 \leq x < 9$

4 $-9 < 2x - 1 \leq 3 \Rightarrow -8 < 2x \leq 4 \Rightarrow -4 < x \leq 2$ التمثيل يراجع المثال (2) للأسئلة 3 ، 4

5 $8y \geq 64$ or $8y \leq 32 \Rightarrow y \geq 8$ or $y \leq 4 \Rightarrow \{y : y \geq 8\} \cup \{y : y \leq 4\}$

بيانياً يراجع المثال (3) للأسئلة 5 ، 6

6 $\frac{2Z}{3} < \frac{2}{3}$ or $\frac{2Z}{3} \geq \frac{8}{3} \Rightarrow Z < 1$ or $Z \geq \frac{4}{3} \Rightarrow \{Z : Z < 1\} \cup \{Z : Z \geq \frac{4}{3}\}$

7 $3n - 7 > -5$ or $3n - 7 \leq -9 \Rightarrow 3n > 2$ or $3n \leq -2 \Rightarrow n > \frac{2}{3}$ or $n \leq \frac{-2}{3}$

$\Rightarrow \{n : n > \frac{2}{3}\} \cup \{n : n \leq \frac{-2}{3}\}$ التمثيل يراجع المثال (4) للأسئلة 7 ، 8

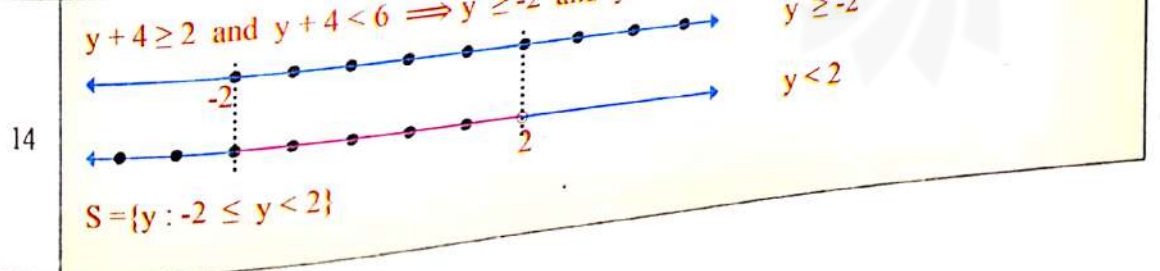
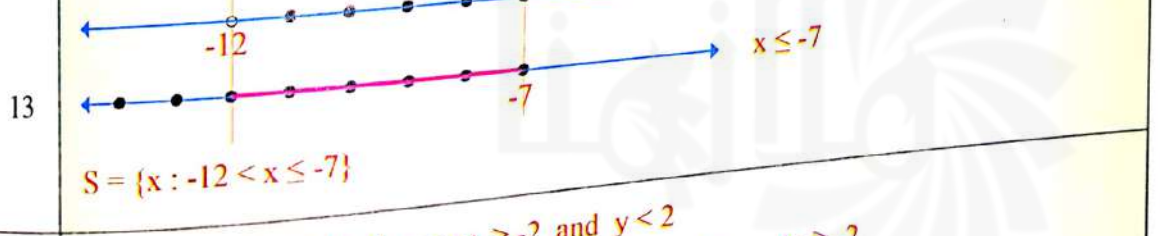
8 $x + 15 \geq 30$ or $x + 15 < 22 \Rightarrow x \geq 15$ or $x < 7 \Rightarrow \{x : x > 15\} \cup \{x : x < 7\}$

9 $1 + 2 > \sqrt{3}$, $1 + \sqrt{3} > 2$, $2 + \sqrt{3} > 1$ يمكن لأن

10 $4 + 5 > 9$ لا يمكن لأن

11 $\sqrt{2} + \sqrt{2} > 1$, $\sqrt{2} + 1 > \sqrt{2}$ يمكن لأن

12 $3 + 4 > 2\sqrt{3}$, $2\sqrt{3} + 3 > 4$, $2\sqrt{3} + 4 > 3$ يمكن لأن



$$\begin{aligned}
 15 \quad & 3x + 7 \geq 14 \text{ and } 3x + 7 < 26 \\
 & 3x \geq 7 \quad \text{and } 3x < 19 \\
 & x \geq \frac{7}{3} \quad \text{and } x < \frac{19}{3} \\
 & S = \{x : x \geq \frac{7}{3}\} \cap \{x : x < \frac{19}{3}\} = \{x : \frac{7}{3} \leq x < \frac{19}{3}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16 \quad & \frac{1}{25} \leq \frac{Z+3}{5} \leq \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{1}{5} \leq Z+3 \leq \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{5} - 3 \leq Z \leq \frac{1}{3} - 3 \\
 & \Rightarrow \frac{-14}{5} \leq Z \leq \frac{-8}{3} \Rightarrow S = \left\{ Z : \frac{-14}{5} \leq Z \leq \frac{-8}{3} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 17 \quad & Z - 2 < -7 \text{ or } Z - 2 > 4 \Rightarrow Z < -5 \text{ or } Z > 6 \\
 & \Rightarrow S = \{Z : Z < -5\} \cup \{Z : Z > 6\}
 \end{aligned}$$

بيانياً يراجع المثال (3) للأسئلة 17 ، 18

$$\begin{aligned}
 18 \quad & x - 6 \leq -1 \text{ or } x - 6 > 4 \Rightarrow x \leq 5 \quad \text{or } x > 10 \\
 & \Rightarrow S = \{x : x \leq 5\} \cup \{x : x > 10\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 19 \quad & x + 8 < 22 \text{ or } x + 10 \geq 30 \Rightarrow x < 14 \text{ or } x \geq 20 \\
 & \Rightarrow S = \{x : x < 14\} \cup \{x : x \geq 20\}
 \end{aligned}$$

التمثيل يراجع المثال (4) للأسئلة 19 ، 20

$$\begin{aligned}
 20 \quad & y < -1 \text{ or } y + 3 > 2 \Rightarrow y < -1 \text{ or } y > -1 \\
 & \Rightarrow S = \{y : y < -1\} \cup \{y : y > -1\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 21 \quad & \frac{y}{2} < \frac{7}{2} \text{ or } \frac{y}{2} > \frac{15}{2} \Rightarrow y < 7 \text{ or } y > 15 \\
 & \Rightarrow S = \{y : y < 7\} \cup \{y : y > 15\}
 \end{aligned}$$

التمثيل يراجع المثال (4) للأسئلة 21 ، 22

$$\begin{aligned}
 22 \quad & 5x \leq -1 \text{ or } 5x \geq 4 \\
 & \Rightarrow x \leq -\frac{1}{5} \text{ or } x \geq \frac{4}{5} \\
 & \Rightarrow S = \{x : x \leq -\frac{1}{5}\} \cup \{x : x \geq \frac{4}{5}\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 23 \quad & 3 + 10 > x \Rightarrow 13 > x \\
 & 3 + x > 10 \Rightarrow x > 7 \\
 & 10 + x > 3 \Rightarrow x > -7 \\
 & 7 < x < 13
 \end{aligned}$$

نفرض أن طول الضلع الثالث x لذا

لا تعطي أية معلومة مفيدة

لذا فإن طول الضلع الثالث هو

$$\begin{aligned}
 24 \quad & 6 + 4 > x \Rightarrow 10 > x \\
 & 4 + x > 6 \Rightarrow x > 2 \\
 & 6 + x > 4 \Rightarrow x > -2 \\
 & 2 < x < 10
 \end{aligned}$$

نفرض طول الضلع الثالث x لذا

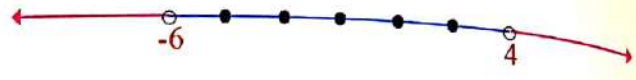

لا تعطي أية معلومة مفيدة

لذا فإن طول الضلع الثالث هو

25	$1 + 3 > x \Rightarrow 4 > x$ $1 + x > 3 \Rightarrow x > 2$ $3 + x > 1 \Rightarrow x > -2$ $2 < x < 4$	<p>نفرض أن طول الضلع الثالث x لذا</p> <p>لا تعطي أية معلومة مفيدة</p> <p>لذا طول الضلع الثالث هو</p>
26	$x > 20000$ أو $x < 20$ $S = \{x : x < 20\} \cup \{x : x > 20000\}$	<p>الترددات التي لا تسمعها الأذن</p>
27	$x \geq 28$ و $x \leq 36$ $S = \{x : 28 \leq x \leq 36\}$	<p>أي أن :</p>
28	$x \geq 300$ and $x \leq 550$ $S = \{x : 300 \leq x \leq 550\}$	
29	$7 + 12 > x \Rightarrow 19 > x$ $7 + x > 3 \Rightarrow x > 5$ $12 + x > 1 \Rightarrow x > -5$ $5 < x < 19$	<p>لا تعطي أية معلومة مفيدة</p> <p>لذا طول الضلع الثالث هو</p>
30	$-4 < x + 3 \leq 5 \Rightarrow -7 < x \leq 2$ $x + 3 < -4$ أو $x + 3 \geq 5$ $\Rightarrow x < -7$ أو $x \geq 2$	<p>المتباينة لا تمثل مجموعة الحل وإنما</p> <p>مجموعة الحل تمثل المتباينة التالية</p>
31	<p>i) تمثل لأنها تحقق المتباينة المثلثية</p> <p>ii) تمثل لأنها تحقق المتباينة المثلثية</p>	
32	$x \geq 18$ and $x \leq 27$ $x \geq 18$ و $x \leq 27$ $S = \{x : 18 \leq x \leq 27\}$	

ملاحظة :

الحل بيانياً وتمثيل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد لبعض التمرينات تُرك للمدرس لتوضيحه للطلاب ، والطالب مطالب به في الامتحان وبحسب صيغة السؤال (الحل بيانياً أم جبرياً مع تمثيل مجموعة الحل أو من دونها على مستقيم الأعداد).

تأكد من فهمك	1	$x \geq 22 - 2$ و $x \leq 22 + 2 \Rightarrow 22 - 2 \leq x \leq 22 + 2$ $-2 \leq x - 22 \leq +2 \Rightarrow x - 22 \leq 2$	
	2	$\theta \leq 90 - 1$ أو $\theta \geq 90 + 1$ $\theta - 90 \leq -1$ أو $\theta - 90 \geq 1 \Rightarrow \theta - 90 \geq 1$	
	3	$ x+1 < 5 \Rightarrow -5 < x+1 < 5$ $\Rightarrow -6 < x < 4$ 	
	4	$ 3Z - 7 \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 3Z - 7 \leq 2$ $\Rightarrow 5 \leq 3Z \leq 9 \Rightarrow \frac{5}{3} \leq Z \leq 3$	التمثيل يراجع جواب السؤال (3)
	5	$ x + 8 < 9 \Rightarrow x < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$	التمثيل يراجع جواب السؤال (3)
	6	$ 5y - 2 \leq 8 \Rightarrow 5y \leq 10 \Rightarrow -10 \leq 5y \leq 10$ $\Rightarrow -2 \leq y \leq 2$	التمثيل يراجع جواب السؤال (3)
	7	$ x+4 > 6 \Rightarrow x+4 < -6$ or $x+4 > 6$ $\Rightarrow x < -10$ or $x > 2 \Rightarrow S = \{x : x < -10\} \cup \{x : x > 2\}$ 	
	8	$ 5Z - 9 > 1 \Rightarrow 5Z - 9 < -1$ or $5Z - 9 > 1$ $5Z < 8$ or $5Z > 10 \Rightarrow Z < \frac{8}{5}$ or $Z > \frac{10}{5} = 2$ $\Rightarrow S = \{Z : Z < \frac{8}{5}\} \cup \{Z : Z > 2\}$	التمثيل يراجع جواب السؤال (9)
	9	$ 2x + 7 \geq 8 \Rightarrow 2x \geq 1 \Rightarrow 2x \leq -1$ or $2x \geq 1$ $\Rightarrow x \leq -\frac{1}{2}$ or $x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow S = \{x : x \leq -\frac{1}{2}\} \cup \{x : x \geq \frac{1}{2}\}$	التمثيل يراجع جواب السؤال (9)

$$10 \quad |4y| - 2 > 3 \Rightarrow |4y| > 5 \Rightarrow 4y < -5 \text{ or } 4y > 5 \quad \text{التمثيل يراجع جواب السؤال (9)}$$

$$\Rightarrow y < \frac{-5}{4} \text{ or } y > \frac{5}{4} \Rightarrow S = \{y : y < \frac{-5}{4}\} \cup \{y : y > \frac{5}{4}\}$$

$$11 \quad |5-x| < 10 \Rightarrow -10 < 5-x < 10 \Rightarrow -15 < -x < 5 \quad \text{التمثيل يراجع جواب السؤال (3)}$$

$$\Rightarrow 15 > x > -5 \Rightarrow S = \{x : -5 < x < 15\}$$

$$12 \quad |4Z-14| > 2 \Rightarrow 4Z-14 < -2 \text{ or } 4Z-14 > 2 \quad \text{التمثيل يراجع جواب السؤال (9)}$$

$$\Rightarrow 4Z < 12 \text{ or } 4Z > 16 \Rightarrow Z < 3 \text{ or } Z > 4$$

$$\Rightarrow S = \{Z : Z < 3\} \cup \{Z : Z > 4\}$$

$$13 \quad \left| \frac{x-12}{4} \right| \leq 9 \Rightarrow -36 \leq x-12 \leq 36 \quad \text{التمثيل يراجع جواب السؤال (3)}$$

$$\Rightarrow -24 \leq x \leq 48 \Rightarrow S = \{x : -24 \leq x \leq 48\}$$

$$14 \quad \left| \frac{6-2y}{4} \right| \geq 9 \Rightarrow 6-2y \leq -36 \text{ or } 6-2y \geq 36 \quad \text{التمثيل يراجع جواب السؤال (9)}$$

$$\Rightarrow -2y \leq -42 \text{ or } -2y \geq 30$$

$$\Rightarrow y \geq 21 \text{ or } y \leq -15$$

$$\Rightarrow S = \{y : y \geq 21\} \cup \{y : y \leq -15\}$$

$$15 \quad 8 - 0.5 \leq x \leq 8 + 0.5 \Rightarrow -0.5 \leq x - 8 \leq 0.5$$

$$\Rightarrow |x-8| \leq 0.5$$

$$16 \quad 100 - 20 \leq x \leq 100 + 20$$

$$\Rightarrow -20 \leq x - 100 \leq 20 \Rightarrow |x-100| \leq 20$$

$$17 \quad |x+3| < 6 \Rightarrow -6 < x+3 < 6 \Rightarrow -9 < x < 3$$

$$18 \quad |x| - 6 < 5 \Rightarrow |x| < 11 \Rightarrow -11 < x < 11$$

$$19 \quad |2Z| - 5 < 2 \Rightarrow |2Z| < 7 \Rightarrow \frac{-7}{2} < Z < \frac{7}{2}$$

$$20 \quad |y-3| \geq \frac{1}{3} \Rightarrow y-3 \leq -\frac{1}{3} \text{ or } y-3 \geq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow y \leq -\frac{1}{3} + 3 \text{ or } y \geq \frac{1}{3} + 3$$

$$\Rightarrow S = \{y : y \leq \frac{8}{3}\} \cup \{y : y \geq \frac{10}{3}\}$$

تدريب وحل التمرينات	21	$2 x - 7 \geq 1 \Rightarrow 2 x \geq 8 \Rightarrow x \geq 4$ $\Rightarrow x \leq -4 \text{ or } x \geq 4 \Rightarrow S = \{x : x \leq -4\} \cup \{x : x \geq 4\}$
	22	$ 9y - 6 > 3 \Rightarrow 9y > 9 \Rightarrow y > 1$ $\Rightarrow y < -1 \text{ or } y > 1$ $\Rightarrow S = \{y : y < -1\} \cup \{y : y > 1\}$
	23	$ 11z - 2 \geq 9 \Rightarrow 11z \geq 11 \Rightarrow z \geq 1$ $\Rightarrow z \leq -1 \text{ or } z \geq 1$ $\Rightarrow S = \{z : z \leq -1\} \cup \{z : z \geq 1\}$
	24	$ 1-x < 1 \Rightarrow -1 < 1-x < 1$ $\Rightarrow -2 < -x < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$ $\Rightarrow S = \{x : 0 < x < 2\}$
	25	$\left \frac{4}{5}Z - 1 \right > \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{4}{5}Z - 1 < -\frac{4}{5} \text{ or } \frac{4}{5}Z - 1 > \frac{4}{5}$ $\Rightarrow \frac{4}{5}Z < -\frac{4}{5} + 1 \text{ or } \frac{4}{5}Z > \frac{4}{5} + 1$ $\Rightarrow \frac{4}{5}Z < \frac{1}{5} \text{ or } \frac{4}{5}Z > \frac{9}{5}$ $\Rightarrow Z < \frac{1}{4} \text{ or } Z > \frac{9}{4}$ $\Rightarrow S = \left\{ Z : Z < \frac{1}{4} \right\} \cup \left\{ Z : Z > \frac{9}{4} \right\}$
	26	$\left \frac{Z-1}{7} \right \leq 2 \Rightarrow Z-1 \leq 14$ $\Rightarrow -14 \leq Z-1 \leq 14$ $\Rightarrow -13 \leq Z \leq 15 \Rightarrow S = \{Z : -13 \leq Z \leq 15\}$
	27	<p>مجموعة الحل متصلة لذا فهي تمثل مجموعة تقاطع مجموعتين أي متباينة مركبة بعلاقة "و". الآن نبحث عن نقطة منتصف مجموعة الحل وهي (-2) ثم نحسب نصف قطر مجموعة الحل وهو $\frac{2 - (-6)}{2} = 4$ وعليه نحاول إيجاد متباينة طرفاهما هما العددين 4 ، -4 كالاتي :</p> $-6 + 2 < x + 2 < 2 + 2 \Rightarrow$ $-6 < x < 2 \Rightarrow -4 < x + 2 < 4$ $\Rightarrow x+2 < 4$

28

مجموعة الحل متصلة لذا فهي تمثل مجموعة تقاطع مجموعتين أي متباينة مركبة بعلاقة "و".
الآن نبحث عن نقطة منتصف مجموعة الحل وهي (-1) ثم نحسب نصف قطر مجموعة الحل وهو $\frac{2 - (-4)}{2} = 3$
وعليه نحاول إيجاد متباينة طرفاهما هما العددين 3 ، -3 كالآتي :

$$-4 < x < 2 \Rightarrow -4 + 1 < x + 1 < 2 + 1 \Rightarrow -3 < x + 1 < 3$$

$$\Rightarrow |x + 1| \leq 3$$

29

مجموعة الحل اتحاد مجموعتين لذا فهي تمثل متباينة مركبة بعلاقة "أو".
 $\{x < -2\} \cup \{x > 4\} \Rightarrow x < -2$ أو $x > 4$
الآن نجد نصف قطر المسافة بين العددين -2 ، 4 وهو العدد $\frac{4 - (-2)}{2} = 3$
ولذا نحاول إيجاد متباينة طرفاهما العددين 3 ، -3
المتباينة المركبة هي :

$$\Rightarrow x - 1 < -3 \text{ أو } x - 1 > 3 \Rightarrow |x - 1| > 3$$

30

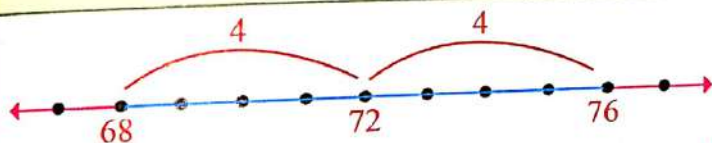
مجموعة الحل اتحاد مجموعتين لذا فهي تمثل متباينة مركبة بعلاقة "أو".
 $\{x \leq -4\} \cup \{x \geq -2\}$
الآن نجد نصف قطر المسافة بين العددين -2 ، -4 وهو العدد $\frac{-2 - (-4)}{2} = 1$
ولذا نحاول إيجاد متباينة طرفاهما العددين 1 ، -1
المتباينة المركبة هي :

$$\Rightarrow x \leq -4 \text{ أو } x \geq -2$$

$$\Rightarrow x + 3 \leq -1 \text{ أو } x + 3 \geq 1$$

$$\Rightarrow |x + 3| \geq 1$$

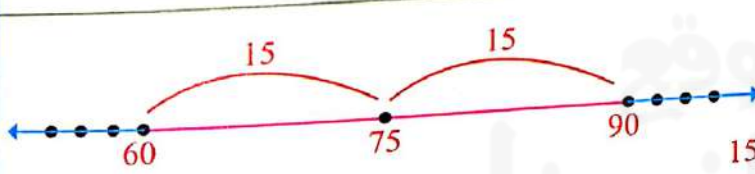
31


 $\frac{76 - 68}{2} = \frac{8}{2} = 4$
منتصف المسافة هو 72 ونصف القطر هو 4
المتباينة هي

$$68 \leq x \leq 76$$

$$\Rightarrow -4 \leq x - 72 \leq 4 \Rightarrow |x - 72| \leq 4$$

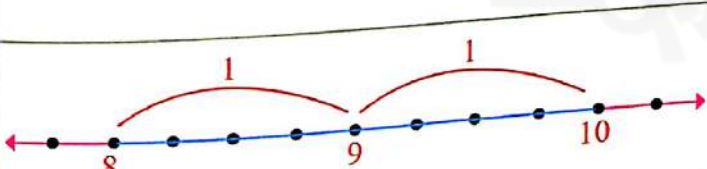
32


 $\frac{90 - 60}{2} = 15$
منتصف المسافة هو 75 ونصف القطر هو 15
مدى دقات القلب غير الطبيعية هو

$$x < 60 \text{ or } x > 90$$


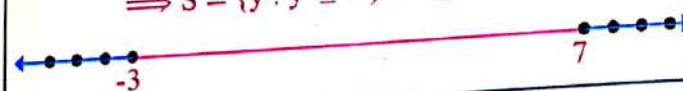
$$\Rightarrow x - 75 < -15 \text{ or } x - 75 > 15 \Rightarrow |x - 75| > 15$$

33


 $\frac{10 - 8}{2} = 1$
منتصف المسافة هو 9 ونصف القطر هو 1
مدى منطقة الطيران هو

$$8 \leq x \leq 10 \Rightarrow -1 \leq x - 9 \leq 1$$

$$\Rightarrow |x - 9| \leq 1$$

	34	<p>i) $\left \frac{\sqrt{3}(x+1)}{\sqrt{2}} \right \leq \sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{3}(x+1) \leq 2\sqrt{3}$</p> <p>$\Rightarrow -2\sqrt{3} \leq \sqrt{3}(x+1) \leq 2\sqrt{3}$</p> <p>$\Rightarrow -2 \leq x+1 \leq 2 \Rightarrow -3 \leq x \leq 1 \Rightarrow S = \{x : -3 \leq x \leq 1\}$</p>  <p>ii) $\left \frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}y}{\sqrt{5}} \right \geq \sqrt{15}$</p> <p>$\Rightarrow 2\sqrt{3} - \sqrt{3}y \geq 5\sqrt{3} \Rightarrow 2-y \geq 5$</p> <p>$\Rightarrow 2-y \leq -5 \quad \text{أو} \quad 2-y \geq 5$</p> <p>$\Rightarrow -y \leq -7 \quad \text{أو} \quad -y \leq 3 \Rightarrow y \geq 7 \quad \text{أو} \quad y \leq -3$</p> <p>$\Rightarrow S = \{y : y \geq 7\} \cup \{y : y \leq -3\}$</p> 
35		<p>ان المتباينة المركبة هي بعلاقة أو مجموعة الحل لها هو من اتحاد مجموعتين ، وكما يأتي :</p> <p>$6-3y \leq -7 \quad \text{أو} \quad 6-3y \geq 7$</p> <p>$\Rightarrow -3y \leq -13 \quad \text{أو} \quad -3y \geq 1$</p> <p>$\Rightarrow y \geq \frac{13}{3} \quad \text{أو} \quad y \leq -\frac{1}{3}$</p> <p>$\Rightarrow S = \{y : y \geq \frac{13}{3}\} \cup \{y : y \leq -\frac{1}{3}\}$</p>
36		<p>i) $Z - 1 < 0 \Rightarrow Z < 1 \Rightarrow -1 < Z < 1$</p> <p>ii) $x-1 > 0 \Rightarrow x-1 < 0 \quad \text{or} \quad x-1 > 0$</p> <p>$\Rightarrow x < 1 \quad \text{or} \quad x > 1$</p> <p>$\Rightarrow S = \{x : x < 1\} \cup \{x : x > 1\}$</p>
أكتب		تقبل جميع الاجابات الصحيحة

ملاحظة :
 الحل بيانياً وتمثيل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد لبعض التمرينات ترك للمدرس لتوضيحه للطلاب ، والطالب مطالب به في الامتحان
 بحسب صيغة السؤال (الحل بيانياً أم جبرياً مع تمثيل مجموعة الحل أو من دونها على مستقيم الأعداد).

1 - أفهم : ما المعطيات في المسألة : أقل درجة حرارة يعيش فيها السلمون هي 20 درجة سيليزية وأكبر درجة حرارة يعيش فيها السلمون هي 23 درجة سيليزية .
 ما المطلوب من المسألة : كتابة متباينة تمثل درجة حرارة المياه التي لا يعيش فيها السلمون .

خطط : كيف تحل المسألة : بما أن أقل درجة حرارة هي 20 درجة سيليزية وأكبر درجة حرارة هي 23 درجة سيليزية ، فلذا درجة الحرارة التي لا يعيش فيها السلمون هي أصغر من 20 أو أكبر من 23 أي :

$$x < 20 \text{ أو } x > 23$$

$$x \geq 20 \text{ و } x \leq 23$$

$$x < 20 \text{ or } x > 23$$

$$\Rightarrow \{x < 20\} \cup \{x > 23\}$$

$$\Rightarrow S = \{x : x < 20\} \cup \{x : x > 23\}$$

حل : جد مجموعة الحل للمتباينة :

تحقق : استعمل مستقيم الأعداد للتحقق من صحة الحل :



2 - أفهم : ما المعطيات في المسألة : أقل وزن لصغير الباندا عندما يكون عمره سنة واحدة هو 40kg أكبر وزن لصغير الباندا عندما يكون عمره سنة واحدة هو 60kg .
 ما المطلوب في المسألة : كتابة متباينة تمثل وزن صغير الباندا عندما يكون عمره سنة واحدة .

خطط : كيف تحل المسألة : بما أن أقل وزن لصغير الباندا في عمر سنة واحدة هو 40kg وأكبر وزن له في العمر نفسه هو 60kg لذا فإن وزنه يتراوح بين 40kg و 60kg أي :

$$x \geq 40 \text{ و } x \leq 60$$

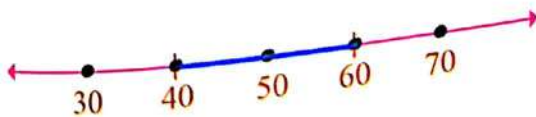
حل : نجد حل للمتباينة :

$$x \geq 40 \text{ و } x \leq 60 \Rightarrow x \geq 40 \text{ and } x \leq 60$$

$$\Rightarrow \{x : x \geq 40\} \cap \{x : x \leq 60\}$$

$$\Rightarrow S = \{x : 40 \leq x \leq 60\}$$

تحقق : استعمل مستقيم الأعداد للتحقق من صحة الحل :



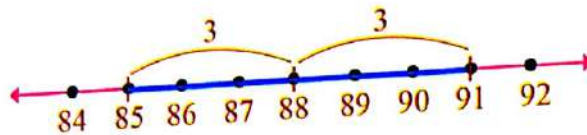
سلسلة الناجح في الرياضيات

3- فهم : ما المعطيات في المسألة : 88% من ذكور النحل يطردون من الخلية في نهاية الصيف، هامش الخطأ هو 3 نقاط مئوية .
 ما المطلوب من المسألة : كتابة متباينة القيمة المطلقة التي تبين النسبة المئوية لذكور النحل الذي يُطردون من الخلية ثم حلها .
 نخط : كيف تحل المسألة : بما أن النسبة المئوية لذكور النحل الذي يطردون من الخلية في نهاية الصيف 88% والنسبة الواردة في الدراسة أقل من أو يساوي 3% ، لذا $|x - 88| \leq 3$ تمثل النسبة الفعلية لذكور الذين يطردون من الخلية نهاية الصيف .

حل : نجد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة

$$\begin{aligned} |x - 88| \leq 3 &\implies -3 \leq x - 88 \leq 3 \\ &\implies -3 + 88 \leq x \leq 3 + 88 \\ &\implies 85 \leq x \leq 91 \\ &\implies S = \{x : 85 \leq x \leq 91\} \end{aligned}$$

نتحقق : استعمل مستقيم الأعداد للتحقق من صحة الحل :



4- فهم : ما المعطيات في المسألة : أقل سرعة لعربات التيليفريك هي 20km/h وأكبر سرعة لها هي 40km/h .
 ما المطلوب في المسألة : كتابة متباينة القيمة المطلقة التي تبين مدى سرعة عربات التيليفريك ثم حلها .

نخط : كيف تحل المسألة : أقل سرعة لعربات التيليفريك هي 20km/h وأكبر سرعة لها هي 40km/h لذا مدى سرعة عربات التيليفريك

هو :

$$x \leq 40 \quad \text{و} \quad x \geq 20$$

حل : نجد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة



$$\begin{aligned} x \geq 20 \quad \text{و} \quad x \leq 40 &\implies x \geq 20 \quad \text{and} \quad x \leq 40 \\ &\implies \{x : x \geq 20\} \cup \{x : x \leq 40\} \\ &\implies S = \{x : 20 \leq x \leq 40\} \end{aligned}$$



نتحقق : استعمل مستقيم الأعداد للتحقق من صحة الحل :



الإجابة

1

<p>[1-1] تدريب 1:</p>	$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})}$ $\frac{5 + 2\sqrt{10} + 2}{5 - 2} = \frac{7 + 2\sqrt{10}}{3} \approx 4.4$
<p>تدريب 2:</p>	$6.25 \times 10^3 \div 0.015 \times 10^6 \approx 41.67 \times 10^{-2}$
<p>[1-2] تدريب</p>	$f = \{(1,2), (2,3), (3,1)\}$ $(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(2) = 2$ $(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(3) = 3$ $(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(1) = 1$ $g \circ f = \{(1,2), (2,3), (3,1)\}$ $(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(1) = 2$ $(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(2) = 3$ $(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 1$ $f \circ g = \{(1,2), (2,3), (3,1)\}$
<p>[1-3] تدريب 1:</p>	<p>i) $\{3n - 2\} = \{1, 4, 7, 10, 13, \dots\}$ ii) $\{(-2)^n\} = \{-2, 4, -8, 16, -32, \dots\}$</p>
<p>تدريب 2:</p>	$d = u_2 - u_1 = 6 - 12 = -6$ $u_{20} = a + 19d = 12 + 19(-6)$ $= 12 - 114 = -102$
<p>[1-4] تدريب 1:</p>	$-9 < 2x - 1 \leq 3 \Rightarrow -8 < 2x \leq 4$ $\Rightarrow -4 < x \leq 2 \Rightarrow \{x : -4 < x \leq 2\}$ 
<p>تدريب 2:</p>	$2y - 6 > -3 \text{ أو } 2y - 6 \leq -7$ $\Rightarrow 2y > 3 \text{ or } 2y \leq -1 \Rightarrow y > \frac{3}{2} \text{ or } y \leq -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow \{y : y > \frac{3}{2}\} \cup \{y : y \leq -\frac{1}{2}\}$ 

الإجابة	
تدريب: 1 [1- 5]	$ 3y - 1 \leq 8 \Rightarrow 3y \leq 9$ $\Rightarrow -9 \leq 3y \leq 9$ $\Rightarrow -3 \leq y \leq 3$ 
تدريب: 2	$ \frac{6-2x}{8} \geq 3 \Rightarrow 6-2x \geq 24$ $\Rightarrow 6-2x \leq -24$ or $6-2x \geq 24$ $\Rightarrow -2x \leq -30$ or $-2x \geq 18$ $\Rightarrow x \geq 15$ or $x \leq -9 \Rightarrow \{x: x \geq 15\} \cup \{x: x \leq -9\}$ 

سلسلة الناجح في الرياضيات



الإجابة

1 $(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5}) = 3 + 2\sqrt{15} + 5 = 8 + 2\sqrt{15}$

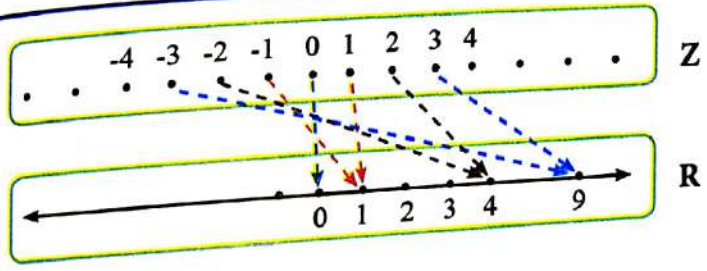
2
$$\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{8} - 5}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(1 - \sqrt{2})}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{2} - 5}{3\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1 - \sqrt{2}}{1} - \frac{2\sqrt{2} - 5}{3\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}(1 - \sqrt{2}) - 2\sqrt{2} + 5}{3\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} - 6 - 2\sqrt{2} + 5}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{3\sqrt{2}}$$

3 $(\frac{1}{125})^{\frac{1}{3}} - (-\frac{1}{2})^0 + (121)^{\frac{1}{2}} \times (\frac{1}{9})^{\frac{1}{2}} = (\frac{1}{5^3})^{\frac{1}{3}} - 1 + (11^2)^{\frac{1}{2}} \times (\frac{1}{3^2})^{\frac{1}{2}}$

$$= \frac{1}{5} - 1 + 11 \times \frac{1}{3} = \frac{-4}{5} + \frac{11}{3} = \frac{-12 + 55}{15} = \frac{43}{15} \approx 2.9$$



- 4
- 1 - تطبيق غير متباين لأن:
 - $2 \neq -2 \Rightarrow f(2) = f(-2) = 4$
 - 2 - تطبيق غير شامل لأن المدى لا يساوي R
 - 3 - تطبيق غير متقابل لأنه ليس متبايناً ولا شاملاً

5

$$(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(2^2) = f(4) = 3 \times 4 + 1 = 13$$

$$(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(2 \times 3 + 1) = g(7) = 7^2 = 49$$

$$(f \circ g)(5) = f(g(5)) = f(5^2) = f(25) = 3 \times 25 + 1 = 76$$

$$(g \circ f)(5) = g(f(5)) = g(3 \times 5 + 1) = g(16) = 16^2 = 256$$

الإجابة	
6	$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x + 5) = 3(2x + 5) + 1$ $= 6x + 15 + 1 = 6x + 16$ $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x + 1) = 2(3x + 1) + 5$ $= 6x + 2 + 5 = 6x + 7$ <p style="text-align: right;">إذن $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$</p> $(f \circ g)(x) = 28 \Rightarrow 6x + 16 = 28$ $\Rightarrow 6x = 28 - 16$ $\Rightarrow 6x = 12$ $\Rightarrow x = 2$
7	$u_2 = a + d \Rightarrow \frac{-3}{2} = a + 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} - 2 = -\frac{7}{2}$ $u_4 = a + 3d \Rightarrow u_4 = -\frac{7}{2} + 3 \times 2 \Rightarrow u_4 = -\frac{7}{2} + 6 = \frac{5}{2}$ $u_5 = u_4 + d \Rightarrow u_5 = \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2}$ $u_6 = u_5 + d \Rightarrow u_6 = \frac{9}{2} + 2 = \frac{13}{2}$ $u_7 = u_6 + d \Rightarrow u_7 = \frac{13}{2} + 2 = \frac{17}{2}$ $\{\dots, u_4, u_5, u_6, u_7, \dots\} = \{\dots, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{13}{2}, \frac{17}{2}, \dots\}$
8	$u_3 = a + 2d \Rightarrow 6 = a + 2(-\frac{5}{2}) \Rightarrow a = 11$ $u_5 = u_5 + 4d \Rightarrow u_5 = 11 + 4 \times \frac{-5}{2} = 1$ $u_6 = u_6 + d \Rightarrow 1 - \frac{5}{2} = \frac{-3}{2}$ $u_7 = u_6 + d \Rightarrow \frac{-3}{2} - \frac{5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$ $u_8 = u_7 + d \Rightarrow -4 - \frac{5}{2} = \frac{-13}{2}$ $\{\dots, u_5, u_6, u_7, u_8, \dots\} = \{\dots, 1, \frac{-3}{2}, -4, \frac{-13}{2}, \dots\}$
9	$u_1 = 9 - 3 \times 1 = 6 \quad , \quad u_2 = 9 - 3 \times 2 = 3$ $d = u_2 - u_1 = 3 - 6 = -3 < 0$ <p style="text-align: right;">متتابة متناقصة</p>
10	$u_1 = 1 - 2 = -1 \quad , \quad u_2 = 4 - 2 = 2$ $d = u_2 - u_1 = 2 - (-1) = 3 > 0$ <p style="text-align: right;">متتابة متزايدة</p>

الإجابة

11 $u_1 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$, $u_2 = \frac{1}{6+1} = \frac{1}{7}$
 $d = u_2 - u_1 = \frac{1}{7} - \frac{1}{4} = \frac{4-7}{28} = \frac{-3}{28} < 0$ متتابعة متناقصة

12 $\{\frac{n}{n+2}\} = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots\}$

13 $\{4\sqrt{2}\} = \{4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, \dots\}$

14 $\{\frac{-n}{n+5}\} = \{\frac{-1}{6}, \frac{-2}{7}, \frac{-3}{8}, \frac{-4}{9}, \frac{-1}{2}, \dots\}$

15 $12 \leq x + 6 < 20 \Rightarrow 6 \leq x < 14$

$\Rightarrow \{x: 6 \leq x < 14\}$



16 $\frac{1}{16} < \frac{z+2}{2} \leq \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{8} < z+2 \leq \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \frac{1}{8} - 2 < z \leq \frac{1}{4} - 2 \Rightarrow \frac{-15}{8} < z \leq \frac{-7}{4} \Rightarrow \{z: \frac{-15}{8} < z \leq \frac{-7}{4}\}$



17 $x - 3 \leq -5$ or $x - 3 > 5 \Rightarrow x \leq -2$ or $x > 8$

$\Rightarrow \{x \leq -2\} \cup \{x > 8\}$





18 $7t - 5 > -1$ or $7t - 5 \leq -14 \Rightarrow 7t > 4$ or $7t \leq -9$

$\Rightarrow t > \frac{4}{7}$ or $t \leq \frac{-9}{7} = \{t \leq \frac{-9}{7}\} \cup \{t > \frac{4}{7}\}$



الإجابة

19	$y \leq 0 \text{ or } y + 7 \geq 16 \Rightarrow y \leq 0 \text{ or } y \geq 9$ $\Rightarrow \{y \leq 0\} \cup \{y \geq 9\}$ 
20	$\frac{y}{3} < 1\frac{1}{3} \text{ or } \frac{y}{3} > 9\frac{1}{3}$ $\Rightarrow \frac{y}{3} < \frac{4}{3} \text{ or } \frac{y}{3} > \frac{28}{3} \Rightarrow y < 4 \text{ or } y > 28$ $\Rightarrow \{y: y < 4\} \cup \{y: y > 28\}$ 
21	<p>نفرض أن طول الضلع الثالث هو x</p> $4 + 9 > x \Rightarrow 13 > x$ $4 + x > 9 \Rightarrow x > 5$ $9 + x > 4 \Rightarrow x > -5$ $5 < x < 13$ <p>لاتعطي أية فائدة لذا مدى طول الضلع الثالث هو</p>
22	$5 + 12 > x \Rightarrow 17 > x$ $5 + x > 12 \Rightarrow x > 7$ $12 + x > 5 \Rightarrow x > -7$ $7 < x < 17$ <p>لاتعطي أية نتيجة ، لذا مدى طول الضلع الثالث هو</p>
23	$7 + 15 > x \Rightarrow 22 > x$ $7 + x > 15 \Rightarrow x > 8$ $15 + x > 7 \Rightarrow x > -8$ $8 < x < 22$ <p>لاتعطي أية نتيجة ، لذا مدى طول الضلع الثالث هو</p>
24	$ x - 6 \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x - 6 \leq 3 \Rightarrow 3 \leq x \leq 9$ $\Rightarrow \{x: 3 \leq x \leq 9\}$

الإجابة

25

$$\begin{aligned} |3z| - 5 < 4 &\Rightarrow |3z| < 9 \\ &\Rightarrow -9 < 3z < 9 \Rightarrow -3 < z < 3 \\ &\Rightarrow \{z: -3 < z < 3\} \end{aligned}$$

26

$$\begin{aligned} |x+1| > \frac{1}{2} &\Rightarrow x+1 < -\frac{1}{2} \text{ or } x+1 > \frac{1}{2} \\ &\Rightarrow x < -\frac{1}{2} - 1 \text{ or } x > \frac{1}{2} - 1 \\ &\Rightarrow x < -\frac{3}{2} \text{ or } x > -\frac{1}{2} \\ &\Rightarrow \{x: x < -\frac{3}{2}\} \cup \{x: x > -\frac{1}{2}\} \end{aligned}$$

27

$$\begin{aligned} 6|x| - 8 \geq 3 &\Rightarrow 6|x| \geq 11 \Rightarrow |x| \geq \frac{11}{6} \\ &\Rightarrow x \leq -\frac{11}{6} \text{ or } x \geq \frac{11}{6} \\ &\Rightarrow \{x: x \leq -\frac{11}{6}\} \cup \{x: x \geq \frac{11}{6}\} \end{aligned}$$

28

$$\begin{aligned} |3y| - 2 > 9 &\Rightarrow |3y| > 11 \Rightarrow 3y < -11 \text{ or } 3y > 11 \\ &\Rightarrow y < -\frac{11}{3} \text{ or } y > \frac{11}{3} \\ &\Rightarrow \{y: y < -\frac{11}{3}\} \cup \{y: y > \frac{11}{3}\} \end{aligned}$$

29

$$\begin{aligned} |8z| - 1 > 7 &\Rightarrow |8z| > 8 \Rightarrow 8z < -8 \text{ or } 8z > 8 \\ &\Rightarrow z < -1 \text{ or } z > 1 \\ &\Rightarrow \{z: z < -1\} \cup \{z: z > 1\} \end{aligned}$$

30

$$\begin{aligned} |4 - 3y| \geq 14 &\Rightarrow 4 - 3y \leq -14 \text{ or } 4 - 3y \geq 14 \\ &\Rightarrow -3y \leq -18 \text{ or } -3y \geq 10 \\ &\Rightarrow y \geq 6 \text{ or } y \leq -\frac{10}{3} \\ &\Rightarrow \{y: y \leq -\frac{10}{3}\} \cup \{y: y \geq 6\} \end{aligned}$$

31

$$\begin{aligned} \left| \frac{6-3y}{9} \right| \geq 5 &\Rightarrow \left| \frac{2-y}{3} \right| \geq 5 \\ &\Rightarrow |2-y| \geq 15 \Rightarrow 2-y \leq -15 \text{ or } 2-y \geq 15 \\ &\Rightarrow -y \leq -17 \text{ or } -y \geq 13 \\ &\Rightarrow y \geq 17 \text{ or } y \leq -13 \\ &\Rightarrow \{y: y \leq -13\} \cup \{y: y \geq 17\} \end{aligned}$$

الإجابة	
الدرس [1-1]	<p>1 c 2 b 3 a 4 c 5 b 6 d</p> <p>7 c 8 c d 9 b a 10 $d = 5.57 \times 10^{-3}$</p>
الدرس [1-2]	<p>1 c 2 b 3 b 4 d 5 a 6 d</p> <p>7 b</p>
الدرس [1-3]	<p>1 b 2 c 3 b 4 a 5 b 6 c</p> <p>7 d</p>
الدرس [1-4]	<p>1 b 2 c 3 d 4 b 5 d 6 a</p> <p>7 c 8 b 9 d</p>
الدرس [1-5]	<p>1 c 2 d 3 b 4 c 5 c 6 d</p> <p>7 a 8 c</p>

سلسلة الناجح في الرياضيات



حلول تمارينات الفصل الثاني

المقادير الجبرية

ضرب المقادير الجبرية	الدرس [2-1]
تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر	الدرس [2-2]
تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات	الدرس [2-3]
تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة	الدرس [2-4]
تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين	الدرس [2-5]
تبسيط المقادير الجبرية النسبية	الدرس [2-6]
خطه حل المسألة (الخطوات الاربع)	الدرس [2-7]

الإجابة

1	$(3x^2 + 2x^2) + (4x - 6x) + (10 - 12)$ $= 5x^2 - 2x - 2$
2	$(\frac{1}{2}zy - \frac{1}{4}zy) + (5z + 3z) - (7y + 2y) = \frac{1}{4}zy + 8z - 9y$
3	$7x^2 \times \frac{1}{14x} = \frac{x}{2}$
4	$\sqrt{2}yz \times \sqrt{2}yz^2 = 2y^2z^3$
5	$\frac{3}{4}v^2t \times \sqrt{12}t^{-1} = \frac{3}{4}(2\sqrt{3})v^2t^0 = \frac{3\sqrt{3}}{2}v^2$
6	$3h(\frac{1}{6}v) - 3h(\frac{1}{3}h^{-2}) = \frac{1}{2}hv - h^{-1}$
7	$(x+2)(x-2) = x^2 - 4$
8	$(5-2z)(3+3z) = 15 + 9z - 6z^2$
9	$(\frac{1}{2}x^2 + 6)(\frac{4}{3}x^2 + 12) = \frac{2}{3}x^4 + 14x^2 + 72$
10	$(2\sqrt{3}t - 4)^2 = 12t^2 - 16\sqrt{3}t + 16$
11	$(x+3)(x^2 - 3x + 9) = x^3 + 27$
12	$(xy+1)(x^{-1}y - xy^{-1} - 1) = xx^{-1}y^2 - yy^{-1}x^2 - xy + x^{-1}y - xy^{-1} - 1$ $= y^2 - x^2 - xy + x^{-1}y - xy^{-1} - 1$
13	$\begin{array}{r} y-1 \\ \times y+1 \\ \hline y^2-y \\ \quad y-1 \\ \hline y^2-1 \end{array}$

$$14 \quad \begin{array}{r} 4x^2 - x - 5 \\ \times 2x + 3 \\ \hline 8x^3 - 2x^2 - 10x \\ + 12x^2 - 3x - 15 \\ \hline 8x^3 + 10x^2 - 13x - 15 \end{array}$$

$$15 \quad \begin{array}{r} 3 + 5z - z^2 \\ \times 3 - z \\ \hline 9 + 15z - 3z^2 \\ - 3z - 5z^2 + z^3 \\ \hline 9 + 12z - 8z^2 + z^3 \end{array}$$

$$16 \quad \frac{3xy^2}{15x^2y} = \frac{y}{5x}$$

$$17 \quad \frac{-47z^{-2}}{7z^2} = \frac{-47}{7z^4}$$

$$18 \quad \frac{8x^3}{2x} + \frac{4x^2}{2x} - \frac{2x}{2x} = 4x^2 + 2x - 1$$

$$19 \quad \frac{21}{7a} - \frac{14a}{7a} + \frac{7a^2}{7a} = \frac{3}{a} - 2 + a$$

$$20 \quad 3y(y^2 + 2y - 3)$$

$$21 \quad \frac{1}{2}zx(x - 4z + 8)$$

سلسلة الناجح في الرياضيات

ضرب المقادير الجبرية

الإجابة

تأكد من فهمك	1	$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$
	2	$(\sqrt{7} - h)^2 = 7 - 2\sqrt{7}h + h^2$
	3	$(z + \sqrt{5})(z - \sqrt{5}) = z^2 - 5$
	4	$(v + 5)(v + 1) = v^2 + 6v + 5$
	5	$(x - 3)(x - 2) = x^2 - 5x + 6$
	6	$(3x - 4)(x + 5) = 3x^2 + 11x - 20$
	7	$(\frac{1}{3}y + 3)(\frac{1}{3}y + 2) = \frac{1}{9}y^2 + \frac{5}{3}y + 6$
	8	$(y + 2)(y^2 - 2y + 4) = y^3 + 8$
	9	$(2z + 4)(4z^2 - 8z + 16) = 8z^3 + 64$
	10	$(v - \sqrt[3]{3})(v^2 + \sqrt[3]{3}v + \sqrt[3]{9}) = v^3 - 3$
	11	$(\sqrt[3]{\frac{2}{7}} + m)(\sqrt[3]{\frac{4}{49}} - \frac{2}{7}m + m^2) = \frac{2}{7} + m^3$
	12	$(x + 5)^3 = (x + 5)(x + 5)^2 = x^3 + 15x^2 + 75x + 125$
	13	$(y - 4)^3 = y^3 - 12y + 48y - 64$
تدرب وحل تمرينات	14	$(n - 6)^2 = n^2 - 12n + 36$
	15	$(y + 5)(y - 5) = y^2 - 25$
	16	$(x + \sqrt{8})^2 = x^2 + 2\sqrt{8}x + 8 = x^2 + 4\sqrt{2}x + 8$
	17	$(y + \sqrt{6})(y - \sqrt{6}) = y^2 - 6$
	18	$(8 + h)(3 + h) = 24 + 11h + h^2$
	19	$(4 - y)(5 - y) = 20 - 9y + y^2$
	20	$(2x - 3)(x + 9) = 2x^2 + 15x - 27$
	21	$(z - 2\sqrt{7})(2z - \sqrt{7}) = 2z^2 - 5\sqrt{7}z + 14$

		الإجابة
تدريب وحل تدريبات	22	$(x + 6)(x^2 - 6x + 36) = x^3 + 216$
	23	$(y - 1)(y^2 + y + 1) = y^3 - 1$
	24	$(z - 3)^3 = z^3 - 9z^2 + 27z - 27$
	25	$(\frac{2}{3} - r)(\frac{4}{9} + \frac{2}{3}r + r^2) = \frac{8}{27} - r^3$
	26	$(x - \sqrt[3]{4})(x^2 + \sqrt[3]{4}x + \sqrt[3]{16}) = x^3 - 4$
	27	$(z - \sqrt{5})^3 = z^3 - 3\sqrt{5}z^2 + 15z - 5\sqrt{5}$
	28	$(\sqrt[3]{\frac{1}{5}} + n)(\sqrt[3]{\frac{1}{25}} - \sqrt[3]{\frac{1}{5}}n + n^2) = \frac{1}{5} + n^3$
	29	$(\sqrt[3]{\frac{1}{9}} + \frac{1}{h})(\sqrt[3]{\frac{1}{81}} - \sqrt[3]{\frac{1}{9}}\frac{1}{h} + \frac{1}{h^2}) = \frac{1}{9} + \frac{1}{h^3}$
	تدريب وحل مسائل حياتية	30
31		مساحة اللوحة هي $(y - 4)(y - 7) = y^2 - 11y + 28$
32		حجم حوض الزينة $(v + 3)^3 = v^3 + 9v^2 + 27v + 27$
فكر	33	$(x + 1)^2 - (x - 2)^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 4x - 4 = 6x - 3$
	34	$(\sqrt{5}h - 4)(h - 6) = \sqrt{5}h^2 - 6\sqrt{5}h - 4h + 24 = \sqrt{5}h^2 - h(6\sqrt{5} + 4) + 24$
	35	$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2 = 5 + 2\sqrt{6}$ $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$ لذا العدد $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$ أكبر من العدد $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$ حل آخر: بما أن $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ أكبر من العدد $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ فلذا العدد $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$ أكبر من العدد $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$
أكتب	$(2z + \frac{1}{2})(2z - \frac{1}{2}) = 4z^2 - \frac{1}{4}$	

تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر

الإجابة

www.derasatv.net

تأكد من فهمك	1	$9x^2 - 21x = 3x(3x - 7)$ $3x(3x - 7) = 9x^2 - 21x$	التحقق :
	2	$10 - 15y + 5y^2 = 5(2 - 3y + y^2)$ $5(2 - 3y + y^2) = 10 - 15y + 5y^2$	التحقق :
	3	$14z^4 - 21z^2 - 7z^3 = 7z^2(2z^2 - 3 - z)$ $= 7z^2(2z^2 - z - 3)$ $7z^2(2z^2 - z - 3) = 14z^4 - 7z^3 - 21z^2$	التحقق :
	4	$\sqrt{8} tr + \sqrt{2}(tr^2 - \sqrt{3} tr) = 2\sqrt{2} tr + \sqrt{2} tr^2 - \sqrt{6} tr$ $= \sqrt{2} tr(2t + r - \sqrt{3})$ $\sqrt{2} tr(2t + r - \sqrt{3}) = \sqrt{8} tr + \sqrt{2} tr^2 - \sqrt{6} tr$	التحقق :
	5	$3y(y - 4) - 5(y - 4) = (y - 4)(3y - 5)$	
	6	$\frac{1}{4}(t + 5) + \frac{1}{3}t^2(t + 5) = (t + 5)\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}t^2\right)$	
	7	$\sqrt{2}n(x + 1) - \sqrt{3}m(x + 1) = (x + 1)(\sqrt{2}n - \sqrt{3}m)$	
	8	$2x(x^2 - 3) + 7(x^2 - 3) = (x^2 - 3)(2x + 7)$	
	9	$3y^3 - 6y^2 + 7y - 14 = 3y^2(y - 2) + 7(y - 2)$ $= (y - 2)(3y^2 + 7)$ $(y - 2)(3y^2 + 7) = 3y^2 + 7y - 6y^2 - 14$	التحقق :
	10	$21 - 3x + 35x^2 - 5x^3 = 3(7 - x) + 5x^2(7 - x)$ $= (7 - x)(3 + 5x^2)$	التحقق : عكس العملية
	11	$2r^2k + 3k^2v - 4r^2v - 6v^2k = 2r^2k - 4r^2v + 3k^2v - 6v^2k$ $= 2r^2(k - 2v) + 3kv(k - 2v)$ $= (k - 2v)(2r^2 + 3kv)$	التحقق : عكس العملية
	12	$3z^3 - \sqrt{18}z^2 + z - \sqrt{2} = 3z^3 + z - 3\sqrt{2}z^2 - \sqrt{2}$ $= z(3z^2 + 1) - \sqrt{2}(3z^2 + 1)$ $= (3z^2 + 1)(z - \sqrt{2})$	التحقق : عكس العملية
	13	$21y^3 - 7y^2 + 3 - 9y = 7y^2(3y - 1) - 3(3y - 1)$ $= (3y - 1)(7y^2 - 3)$	
	14	$\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + 5 - 10x = \frac{1}{4}x^3(2x - 1) - 5(2x - 1)$ $= (2x - 1)\left(\frac{1}{4}x^3 - 5\right)$	

الإجابة

قرر وحل تمرينات

15	$6z^3 - 9z^2 + 12 - 8z = 3z^2(2z - 3) - 4(2z - 3)$ $= (2z - 3)(3z^2 - 4)$	
16	$5t^3 - 15t^2 - 2t + 6 = 5t^2(t - 3) - 2(t - 3)$ $= (t - 3)(5t^2 - 2)$	
17	$12y^3 - 21y^2 = 3y^2(4y - 7)$ $3y^2(4y - 7) = 12y^3 - 21y^2$	
18	$3t^3 + 10t^2 - 15t = 5t(t^2 + 2t - 3)$ $5t(t^2 + 2t - 3) = 3t^3 + 10t^2 - 15t$	التحقق :
19	$6v^2(3v - 6) + 18v = 18v^3 - 36v^2 + 18v$ $= 18v(v^2 - 2v + 1)$ $18v(v^2 - 2v + 1) = 18v^3 - 36v^2 + 18v$	التحقق :
20	$\sqrt{12}nr^3 + \sqrt{3}(nr^3 - \sqrt{2}nr) = 2\sqrt{3}nr^3 + \sqrt{3}nr^3 - \sqrt{3}\sqrt{2}nr$ $= \sqrt{3}nr(2n^2 + r^2 - \sqrt{2})$ $\sqrt{3}nr(2n^2 + r^2 - \sqrt{2}) = \sqrt{12}nr^3 + \sqrt{3}(nr^3 - \sqrt{2}nr)$	التحقق :
21	$\frac{1}{7}(y+1) + \frac{1}{3}y^2(y+1) = (y+1)\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{3}y^2\right)$	
22	$\sqrt{3}k(x^2+1) - \sqrt{5}v(x^2+1) = (x^2+1)(\sqrt{3}k - \sqrt{5}v)$	
23	$5x^3 - 10x^2 + 10x - 20 = 5x^2(x - 2) + 10(x - 2)$ $= (x - 2)(5x^2 + 10)$	
24	$49 - 7z + 35z^2 - 5z^3 = 7(7 - z) + 5z^2(7 - z)$ $= (7 - z)(7 + 5z^2)$	
25	$3t^3k + 9k^2s - 6t^3s - 18s^2k = 3t^3k - 6t^3s + 9k^2s - 18s^2k$ $= 3t^3(k - 2s) + 9ks(k - 2s)$ $= (k - 2s)(3t^3 + 9ks)$	
26	$2y^4 - \sqrt{12}y^2 + \sqrt{2}y - \sqrt{6} = 3y^3(y - \sqrt{3}) + \sqrt{2}(y - \sqrt{3})$ $= (y - \sqrt{3})(2y^3 + \sqrt{2})$	
27	$12x^3 - 4x^2 + 3 - 9x = 4x^2(3x - 1) - 3(3x - 1)$ $= (3x - 1)(4x^2 - 3)$	
28	$4r^3 - 16r^2 - 3r + 12 = 4r^2(r - 4) - 3(r - 4)$ $= (r - 4)(4r^2 - 3)$	

		الإجابة
تدريب وحل مسائل حياتية	29	$3x(x-4) - 22(x-4) = (x-4)(3x-22)$ <p>أبعاد اللوح $x-4$ $3x-22$</p>
	30	$4y^2 + 14y + 7(2y+7) = 2y(2y+7) + 7(2y+7)$ $= (2y+7)(2y+7) = (2y+7)^2$ <p>شكل المسطح مربع وطول ضلعه $2y+7$</p>
	31	$z^2\pi - 3z\pi - \pi(3z-9) = z\pi(z-3) - 3\pi(z-3)$ $= (z-3)(z\pi - 3\pi) = \pi(z-3)(z-3) = \pi(z-3)^2$ <p>ان نصف قطر الدائرة الداخلية للساعة هو $z-3$</p>
فكر	32	$5x^5y + 7y^3z - 10x^5z - 14z^2y^2 = 5x^5y - 10x^5z + 7y^3z - 14z^2y^2$ $= 5x^5(y-2z) + 7y^2z - (y-2z)$ $= (y-2z)(5x^5 + 7y^2z)$
	33	$\sqrt{2}t^4 - \sqrt{24}t^3 + t^2 - \sqrt{12}t = \sqrt{2}t^3(t - \sqrt{12}) + t(t - \sqrt{12})$ $= (t - \sqrt{12})(\sqrt{2}t^3 + t)$ $= (t - 2\sqrt{3})(\sqrt{2}t^3 + t)$
	34	$x^2 + 3x + 5x + 15 = x(x+3) + 5(x+3)$ $= (x+3)(x+5)$ <p>العدد المجهول هو 5</p>
اكتب		$(x+y)(x+y) - (x+y)(x-y) = x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - y^2)$ $= x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + y^2$ $= 2xy + 2y^2 = 2y(x+y)$

سلسلة الناجح في الرياضيات

الإجابة

تأكد من فهمك

1	$x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$	
2	$36 - 4x^2 = (6 - 2x)(6 + 2x)$	
3	$h^2 - v^2 = (h + v)(h - v)$	
4	$9m^2 - 4n^2 = (3m + 2n)(3m - 2n)$	
5	$3zx(9x^2 - z^2) = 3zx(3x + z)(3x - z)$	
6	$\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{4}\right)$	
7	$y^2 - 8y + 16 = (y - 4)^2$	
8	$9z^2 - 6z + 1 = (3z - 1)^2$	
9	$v^2 + 2\sqrt{3}v + 3 = (v + \sqrt{3})^2$	
10	$4h^2 - 20h + 25 = (2h - 5)^2$	
11	$x^2 + 18x + 81 = (x + 9)^2$ $2(x)(9) = 18x$	يمثل مربعاً كاملاً
12	$16 - 14v + v^2$ $2(4)(v) = 8v \neq 14v$	لا يمثل مربعاً كاملاً
13	$64h^2 - 48h - 9$ لا يمثل مربعاً كاملاً لأن الحد الأخير سالب (-9)	
14	$3 - 4\sqrt{3}t + 4t^2 = (\sqrt{3} - 2t)^2$ $2(\sqrt{3})(2t) = 4\sqrt{3}t$	يمثل مربعاً كاملاً
15	$\dots + 14y + 49 = y^2 + 2(y)(7) + 7^2$ $= (y + 7)^2$	الحد الأول $y^2 - \left(\frac{14y}{(2)(7)}\right)^2$
16	$z^2 + 4z + \dots = z^2 + 2(z)(2) + 2^2$ $= z^2 + 4z + 4 = (z + 2)^2$	الحد الأخير $4 = \left(\frac{4z}{2z}\right)^2$
17	$3 - \dots + 9x^2 = (\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3})(3x) + 3^2x^2$ $= (\sqrt{3})^2 - 6\sqrt{3}x + 3^2x^2$ $= (\sqrt{3} - 3x)^2$	الحد الوسط $6\sqrt{3}x = (2)(\sqrt{3})(3x)$
18	$4x^2 + 2\sqrt{5}x + \dots = 2^2x^2 + 2x\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$ $= 4x^2 + 2\sqrt{5}x + \frac{5}{4}$ $= \left(2x + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$	الحد الأخير $\frac{5}{4} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{5}x}{(2)(2x)}\right)^2$

الإجابة

19	$25 - 4x^2 = (5 + 2x)(5 - 2x)$
20	$y^2 - 121 = (y - 11)(y + 11)$
21	$x^2 - 16z^2 = (x + 4z)(x - 4z)$
22	$12 - 3t^2 = 3(4 - t^2) = 3(2 + t)(2 - t)$
23	$8y^3x - 2x^3y = 2xy(4y^2 - x^2)$ $= 2xy(2y + x)(2y - x)$
24	$\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}(2y^2 - 1)$ $= \frac{1}{8}(\sqrt{2}y + 1)(\sqrt{2}y - 1)$
25	$\frac{1}{3}z^5 - \frac{1}{12}z = \frac{1}{12}z(4z^4 - 1)$ $= \frac{1}{12}z(2z^2 + 1)(2z^2 - 1)$ $= \frac{1}{12}z(2z^2 + 1)(\sqrt{2}z + 1)(\sqrt{2}z - 1)$
26	$4x^2 + 20x + 25 = (2x + 5)^2$
27	$3z^2 - 6z + 3 = 3(z^2 - 2z + 1) = 3(z - 1)^2$
28	$16n^2 + 8\sqrt{3}n + 3 = (4n + \sqrt{3})^2$
29	$4t^3 - 12t^2 + 9t = t(4t^2 - 12t + 9)$ $= t(2t - 3)^2$
30	$1 - 4m + 4m^2 = (1 - 2m)^2$
31	$4x^2 - 18x + 16 =$ $2(2x)(4) = 16x \neq 18x$ لا يمثل مربعاً كاملاً
32	$y^2 - 10y + 25 = (y - 5)^2$ $2(y)(5) = 10y$ يمثل مربعاً كاملاً
33	$49 - 7v + v^2 =$ $2(7)(v) = 14v \neq 7v$ لا يمثل مربعاً كاملاً
34	$2h^2 - 12h - 18 =$ (-18) لا يمثل مربعاً كاملاً لأن الحد الأخير سالب

تدريب وحل تمرينات

تدريب وحل تمرينات	35	$4v^2 + 4v + 4$ $2(2v)(2) = 8v \neq 4v$	لا يمثل مربعاً كاملاً	
	36	$3 - 2\sqrt{3} + z^2 = (\sqrt{3} - z)^2$ $2(\sqrt{3})(z) = 2\sqrt{3}z$	يمثل مربعاً كاملاً	
	37	$y^2 + \dots + 36 = y^2 + 2(y)(6) + 6^2$ $= y^2 + 12y + 36$ $= (y + 6)^2$	الحد الوسط = $(2)(y)(6) = 12y$	
	38	$25 - 20x + \dots = 5^2 - 2(5)(2x) + 2^2x^2$ $= 25 - 20x + 4x^2$ $= (5 - 2x)^2$	الحد الاخير = $(\frac{20x}{(2)(5)})^2 = 4x^2$	
	39	$4v^2 + 8v + \dots = 2^2v^2 + 2(2v)(2) + 2^2$ $= 4v^2 + 8v + 4 = (2v + 2)^2$	الحد الاخير = $(\frac{8v}{(2)(2v)})^2 = 4$	
	40	$5 - \dots + 16x^2 = (\sqrt{5})^2 - 2(\sqrt{5})(4x) + 4^2x^2 = 5 - 8\sqrt{5}x + 16x^2$ $= (\sqrt{5} - 4x)^2$	الحد الوسط = $(2)(\sqrt{5})(4x) = 8\sqrt{5}x$	
	41	$81 + 18z + \dots = 9^2 + 2(9)(z) + z^2 = 81 + 18z + z^2 = (9 + z)^2$	الحد الأخير = $(\frac{18z}{(2)(9)})^2 = z^2$	
	42	$9h^2 + 6\sqrt{2}h + \dots = 3^2h^2 + 2(3h)(\sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2 = 9h^2 + 6\sqrt{2}h + 2$ $= (3h + \sqrt{2})^2$	الحد الأخير = $(\frac{6\sqrt{2}h}{(2)(3)h})^2 = 2$	
	تدريب وحل مسائل حياتية	43	$x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$	طول ضلع القاعدة هو $x - 4$ متر
		44	$x^2 - 81 = (x + 9)(x - 9)$	طول المزرعة هو $x + 9$ متر وعرض المزرعة هو $x - 9$ متر
45		$4x^2 - 8x + 9 =$ $2(2x)(3) = 12x \neq 8x$	لا تمثل مساحة اللوحة مربعاً كاملاً	

		الإجابة
أ	46	$\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right)^2$ $= 2\left(\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{6}x$ <p>يمثل مربعاً كاملاً</p>
	47	$4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$ $= (2x - 1)(2x - 1)$
	48	$9x^2 + 12x - 4$ <p>لا يمثل مربعاً كاملاً لأن الحد الأخير سالب</p>
ب		$4x^2 - 8x + 4 = (2x - 2)^2$

سلسلة الناجح في الرياضيات



تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة

إجابات تمارين الدرس [2-4]

الإجابة

www.derasatv.net

تأكد من فهمك

تدرب وحل تمارينك

1 $x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$

2 $1 - 2z + z^2 = (1 - z)(1 - z)$

3 $x^2 - 13x + 12 = (x - 12)(x - 1)$

4 $3 + 2z - z^2 = (3 - z)(1 + z)$

5 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$

6 $15 - 8z + z^2 = (3 - z)(5 - z)$

7 $2x^2 + 5x + 3 = (2x + 3)(x + 1)$

8 $3y^2 - 14y + 8 = (3y - 2)(y - 4)$

9 $3x^2 - 10x + 8 = (3x - 4)(x - 2)$

10 $8 - 25z + 3z^2 = (8 - z)(1 - 3z)$

11 $5y^2 - y - 6 = (5y - 6)(y + 1)$

12 $6 + 29z - 5z^2 = (6 - z)(1 + 5z)$

13 $x^2 - 9xy + 20y^2 = (x - 4y)(x - 5y)$

14 $3y^2 - 19yx - 14x^2 = (3y + 2x)(y - 7x)$

15 $x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x + 5)$

16 $y^2 - 12y + 20 = (y - 2)(y - 10)$

17 $6x^2 - 7x + 2 = (2x - 1)(3x - 2)$

18 $20 - 7y - 3y^2 = (5 - 3y)(4 + y)$

19 $x^2 + 9x + 14 = (x + 7)(x + 2)$

20 $y^2 - 5y + 6 = (y - 2)(y - 3)$

21 $24 - 2z - z^2 = (6 + z)(4 - z)$

22 $3 + 2z - z^2 = (3 - z)(1 + z)$

23 $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$

24 $36 - 15z + z^2 = (3 - z)(12 - z)$

25 $2x^2 + 12x - 14 = 2(x - 1)(x + 7)$

26 $4y^2 - 6y + 2 = 2(y - 1)(2y - 1)$

		الإجابة
تدريب وحل تمرينات	27	$10 + 9z - 9z^2 = (5 - 3z)(2 + 3z)$
	28	$2x^2 + 3x + 1 = (2x + 1)(x + 1)$
	29	$13y^2 - 11y - 2 = (13y + 2)(y - 1)$
	30	$50 - 20z + 2z^2 = 2(5 - z)(5 - z)$
	31	$30x^2 - xy - y^2 = (5x - y)(6x + y)$
	32	$16y^2 - 2yx - 3x^2 = (2y - x)(8y + 3x)$
	33	$6z^2 - 2zx - 4x^2 = 2(3z + 2x)(z - x)$
	34	$x^2 + x - 20 = (x - 4)(x + 5)$
	35	$x^2 - x - 56 = (x + 7)(x - 8)$
	36	$35 + 3y - 2y^2 = (5 - y)(7 + 2y)$
37	$3x^2 - 5x + 2 = (x - 1)(3x - 2)$	
تدريب وحل مسائل حياتية	38	$6x^2 - 39x + 60 = (3x - 12)(2x - 5)$ ابعاد القلعة هي 12 - 3x متر ، 5 - 2x متر
	39	$5t^2 + 5t - 30 = (5t - 10)(t + 3)$
	40	$14y^2 - 23y + 3 = (7y - 1)(2y - 3)$ طول العربة 7y - 1 متر وعرضها 2y - 3 متر
فكر	41	$4x^3 + 4x^2 - 9x - 9 = 4x^2(x + 1) - 9(x + 1)$ $= (x + 1)(4x^2 - 9)$ $= (x + 1)(2x - 3)(2x + 3)$
	42	$6z^2 - 16z - 6 = (3z + 1)(2z - 6)$
	43	اشارة القوسين هي سالبة لأن اشارة الحد الأخير موجب واشارة الحد الوسط سالبة
اكتب		$6z^2 + 5z - 56 = (3z - 8)(2z + 7)$

تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين

جاءات تمرينات الدرس [2-5]

www.derasaty.net

	الإجابة
1	$y^3 + 216 = y^3 + 6^3 = (y + 6)(y^2 - 6y + 36)$
2	$x^3 + z^3 = (x + z)(x^2 - xz + z^2)$
3	$125 + 8z^3 = (5 + 2z)(25 - 10z + 4z^2)$
4	$\frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{8} = (\frac{1}{3}x + \frac{1}{2})(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{4})$
5	$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{64} = (\frac{1}{a} + \frac{1}{4})(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a} + \frac{1}{16})$
6	$\frac{1}{3}t^3 + 9 = \frac{1}{3}(t^3 + 27) = \frac{1}{3}(t + 3)(t^2 - 3t + 9)$
7	$0.125 + v^3 = (0.5 + v)(0.25 - 0.5v + v^2)$
8	$1 + 0.008z^3 = (1 + 0.2z)(1 - 0.2z + 0.04z^2)$
9	$a^3 - 8^3 = (a - 8)(a^2 + 8a + 64)$
10	$8y^3 - 64 = 8(y - 2)(y^2 + 2y + 4)$
11	$\frac{1}{c^3} - \frac{1}{8} = (\frac{1}{c} - \frac{1}{2})(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{2c} + \frac{1}{4})$
12	$\frac{1}{2}v^3 - 4 = \frac{1}{2}(v^3 - 8)$ $= \frac{1}{2}(v - 2)(v^2 + 2v + 4)$
13	$0.125 - m^3 = (0.5 - m)(0.25 + 0.5m + m^2)$
14	$25 - \frac{1}{5}n^3 = \frac{1}{5}(125 - n^3)$ $= \frac{1}{5}(5 - n)(25 + 5n + n^2)$
15	$3b^3 - 81 = 3(b^3 - 27) = 3(b - 3)(b^2 + 3b + 9)$
16	$0.216v^3 - 0.008t^3$ $= (0.6v - 0.2t)(0.36v^2 + 0.12vt + 0.04t^2)$
17	$6^3 + x^3 = (6 + x)(36 - 6x + x^2)$
18	$27 + 64x^3 = (3 + 4x)(9 - 12x + 16x^2)$
19	$125y^3 + 1 = (5y + 1)(25y^2 - 5y + 1)$
20	$\frac{1}{64} + \frac{8}{125}y^3 = (\frac{1}{4} + \frac{2}{5}y)(\frac{1}{16} - \frac{1}{10}y + \frac{4}{25}y^2)$

تأكد من فهمك

تدرب وحل تمرينات

الإجابة

تدريب وحل تمرينات	21	$\frac{1}{b^3} + \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{2b} + \frac{1}{4}\right)$
	22	$\frac{1}{5}v^3 + 25 = \frac{1}{5}(v^3 + 125) = \frac{1}{5}(v + 5)(v^2 - 5v + 25)$
	23	$0.027 + 27n^3 = (0.3 + 3n)(0.09 - 0.9n + 9n^2)$
	24	$0.125x^3 + 0.008y^3 = (0.5x + 0.2y)(0.25x^2 - 0.1xy + 0.04y^2)$
	25	$y^3 - 64 = (y - 4)(y^2 + 4y + 16)$
	26	$27y^3 - 8 = (3y - 2)(9y^2 + 6y + 4)$
	27	$\frac{1}{x^3} - \frac{27}{8} = \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{2}\right) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{3}{2x} + \frac{9}{4}\right)$
	28	$9 - \frac{1}{3}n^3 = \frac{1}{3}(27 - n^3) = \frac{1}{3}(3 - n)(9 + 3n + n^2)$
	29	$0.001 - v^3 = (0.1 - v)(0.01v + 0.1v + v^2)$
	30	$4 - \frac{1}{2}t^3 = \frac{1}{2}(8 - t^3) = \frac{1}{2}(2 - t)(4 + 2t + t^2)$
	31	$0.001x^3 - 0.008y^3 = (0.1x - 0.2y)(0.01x^2 + 0.2xy + 0.04y^2)$
	32	$0.027n^3 - 0.064m^3 = (0.3n - 0.4m)(0.09n^2 + 0.12nm + 0.16m^2)$
تدريب وحل مسائل حياتية	33	$\frac{1}{2}y^3 - 13\frac{1}{2} = \frac{1}{2}y^3 - \frac{27}{2} = \frac{1}{2}(y^3 - 27)$ $= \frac{1}{2}(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$
	34	$25x^3 - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}(125x^3 - 1)$ $= \frac{1}{5}(5x - 1)(25x^2 + 5x + 1)$ حجم الماء الذي في الحوض
	35	$\frac{8}{a^3} + \frac{27}{b^3} = \left(\frac{2}{a} + \frac{3}{b}\right) \left(\frac{4}{a^2} - \frac{6}{ab} + \frac{9}{b^2}\right)$
فكر	36	$0.002z^3 - 0.016y^3 = 0.002(z^3 - 8y^3)$ $= 0.002(z - 2y)(z^2 + 2yz + 4y^2)$
	37	$8v^3 - 0.001 = (2v - 0.1)(4v^2 + 0.02v + 0.01)$
	38	$8 + 27 = 2^3 + 3^3 = (2 + 3)(4 - 6 + 9)$ $= (5)(7) = 35$
اكتب		$125 - x^3 = (5 - x)(25 + 5x + x^2)$

الإجابة

$$1 \quad \frac{2z-4z+2}{z^2-7z+6} = \frac{(2z-2)(z-1)}{(z-6)(z-1)} = \frac{2z-2}{z-6}$$

$$2 \quad \frac{y^3+27}{y^3-3y^2+9y} = \frac{(y+3)(y^2-3y+9)}{y(y^2-3y+9)} = \frac{y+3}{y}$$

$$3 \quad \frac{5x+3}{x+3} \times \frac{(x^2+5x+6)}{25x^2-9} = \frac{(5x+3)}{(x+3)} \times \frac{(x+2)(x+3)}{(5x-3)(5x+3)}$$

$$= \frac{x+2}{5x-3}$$

$$4 \quad \frac{z^2+7z-8}{z-1} \times \frac{z^2-4}{z^2+6z-16} = \frac{(z+8)(z-1)}{z-1} \times \frac{(z-2)(z+2)}{(z+8)(z-2)}$$

$$= z+2$$

$$5 \quad \frac{x^2-9}{x^2-4x+4} \times \frac{x^2-4}{x^2-x-6} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)^2} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+2)}$$

$$= \frac{x+3}{x-2}$$

$$6 \quad \frac{2y^2-2y}{y^2-9} \div \frac{y^2+y-2}{y^2+2y-3} = \frac{2y(y-1)}{(y-3)(y+3)} \times \frac{(y+3)(y-1)}{(y+2)(y-1)}$$

$$= \frac{2y(y-1)}{(y-3)(y+2)}$$

$$7 \quad \frac{2}{x^2-9} + \frac{3}{x^2-4x+3} = \frac{2}{(y-3)(x+3)} + \frac{3}{(x-3)(x-1)}$$

$$= \frac{2(x-1)+3(x+3)}{(x-3)(x+3)(x-1)} = \frac{2x-2+3x+9}{(x-3)(x+3)(x-1)} = \frac{5x+7}{(x-3)(x+3)(x-1)}$$

$$8 \quad \frac{2y^3-128}{y^3+4y^2+16y} - \frac{y-1}{y} = \frac{2(y-4)(y^2+4y+16)}{y(y^2+4y+16)} - \frac{y-1}{y}$$

$$= \frac{2y-8}{y} - \frac{y-1}{y} = \frac{2y-8-y+1}{y} = \frac{y-7}{y}$$

$$9 \quad \frac{z^2+z+1}{z^4-z} - \frac{z+3}{z^2+2z-3} = \frac{z^2+z+1}{z(z-1)(z^2+z+1)} - \frac{z+3}{(z+3)(z-1)}$$

$$= \frac{1}{z(z-1)} - \frac{1}{z-1} = \frac{1-z}{z(z-1)} = \frac{-(z-1)}{z(z-1)} = \frac{-1}{z}$$

$$10 \quad \frac{x^2-1}{x^2-2x+1} - 1 = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2} - 1 = \frac{x+1-x+1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$$

تأكد من فهمك

		الإجابة
11		$\frac{3}{z-1} + \frac{2}{z+3} + \frac{8}{z^2+2z-3} = \frac{3}{z-1} + \frac{2}{z+3} + \frac{8}{(z-1)(z+3)}$ $= \frac{3(z+3) + 2(z-1) + 8}{(z-1)(z+3)} = \frac{3z+9+2z-2+8}{(z-1)(z+3)} = \frac{5z+15}{(z-1)(z+3)}$ $= \frac{5(z+3)}{(z-1)(z+3)} = \frac{5}{z-1}$
12		$\frac{y-3}{y-1} + \frac{5y-15}{(y-3)^2} - \frac{3y+1}{(y^2-4y+3)} = \frac{y-3}{y-1} + \frac{5(y-3)}{(y-3)^2} - \frac{3y+1}{(y-3)(y-1)}$ $= \frac{(y-3)^2 + 5(y-1) - 3y-1}{(y-1)(y-3)}$ $= \frac{y^2-6y+9+5y-5-3y-1}{(y-1)(y-3)} = \frac{y^2-4y+3}{(y-1)(y-3)} = 1$
13		$\frac{x+5}{12x} \times \frac{6x-30}{x^2-25} = \frac{x+5}{12x} \times \frac{6(x-5)}{(x-5)(x+5)} = \frac{1}{2x}$
14		$\frac{y+3}{(2y^2+6y+18)} \times \frac{y^3-27}{y^2-9} = \frac{y+3}{2(y^2+3y+9)} \times \frac{(y-3)(y^2+3y+9)}{(y-3)(y+3)} = \frac{1}{2}$
15		$\frac{3-x}{4-2x} \times \frac{x^2+x-6}{9-x^2} = \frac{3-x}{-2(x-2)} \times \frac{(x+3)(x-2)}{(3-x)(3+x)} = \frac{-1}{2}$
16		$\frac{y+2}{2y-4} \div \frac{y^3+8}{y-2} = \frac{(y+2)}{2(y-2)} \times \frac{y-2}{(y+2)(y^2-2y+4)}$ $= \frac{1}{2(y^2-2y+4)}$
17		$\frac{y^2-7y}{y^3-27} \div \frac{y^2-49}{y^2+3y+9} = \frac{y(y-7)}{(y-3)(y^2+3y+9)} \times \frac{y^2+3y+9}{(y-7)(y+7)}$ $= \frac{y}{(y-3)(y+7)}$
18		$\frac{64-z^3}{32+8z+2z^2} \div \frac{(4-z)^2}{16-z^2} = \frac{(4-z)(16+4z+z^2)}{2(16+4z+z^2)} \times \frac{(4-z)(4+z)}{(4-z)^2} = \frac{4+z}{2}$
19		$\frac{5}{x^2-36} - \frac{2}{x^2-12x+36} = \frac{5}{(x-6)(x+6)} - \frac{2}{(x-6)^2}$ $= \frac{5(x-6) - 2(x+6)}{(x-6)^2(x+6)} = \frac{5x-30-2x-12}{(x-6)^2(x+6)} = \frac{3x-42}{(x-6)^2(x+6)}$
20		$\frac{y^2-y}{y^3-1} - \frac{1}{y^2+y+1} = \frac{y(y-1)}{(y-1)(y^2+y+1)} - \frac{1}{(y^2+y+1)} = \frac{y-1}{(y^2+y+1)}$

تدريب وحل تمرينات

الإجابة

تدريب وحل مسألتين

$$21 \quad \frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-2} + \frac{4+2x+x^2}{x^3-8} = \frac{1}{x-2} + \frac{4+2x+x^2}{(x-2)(x^2+2x+4)}$$

$$= \frac{1+1}{x-2} = \frac{2}{x-2}$$

$$22 \quad \frac{y-5}{y+1} + \frac{y-1}{y+5} - \frac{25}{y^2+6y+5} = \frac{y-5}{y+1} + \frac{y-1}{y+5} - \frac{25}{(y+1)(y+5)}$$

$$= \frac{(y-5)(y+5) + (y-1)(y+1) - 25}{(y+1)(y+5)} = \frac{y^2-25+y^2-1-25}{(y+1)(y+5)} = \frac{2y^2-51}{(y+1)(y+5)}$$

$$23 \quad \frac{x^2-4}{x^2+x-6} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+3)} = \frac{(x+2)}{(x+3)}$$

تدريب وحل مسائل حياتية

عرض المستطيل بعد التوسع

عرض المستطيل بعد التوسع

$$24 \quad \frac{3}{3+2x} + \frac{5}{5+2x} = \frac{3(5+2x) + 5(3+2x)}{(3+2x)(5+2x)}$$

$$= \frac{15+6x+15+10x}{(3+2x)(5+2x)} = \frac{16x+30}{(3+2x)(5+2x)}$$

$$25 \quad \frac{20+15t-5t^2}{4+19t-5t^2} = \frac{(5+5t)(4-t)}{(1+5t)(4-t)} = \frac{5+5t}{1+5t}$$

نسبة ارتفاع القنيفة الأولى الى الثانية

الإجابة

26	$\frac{y^2 - 5}{2y^3 - 16} \div \frac{y - \sqrt{5}}{2y^2 + 4y + 8} =$ $= \frac{(y - \sqrt{5})(y + \sqrt{5})}{2(y - 2)(y^2 + 2y + 4)} \times \frac{2(y^2 + 2y + 4)}{(y - \sqrt{5})}$ $= \frac{y + \sqrt{5}}{y - 2}$
27	$\frac{z^2 - z - 30}{5 + z} \times \frac{2z + 12}{z^2 - 36} = \frac{(z - 6)(z + 5)}{(z + 5)} \times \frac{2(z + 6)}{(z + 6)(z - 6)} = 2$
28	$\frac{5}{x^2 - 49} + \frac{-4}{(x - 7)(x + 7)}$ <p>بما أن المقامات متساوية $x^2 - 49 = (x + 7)(x - 7)$</p> <p>لذا $5 - 4 = 1$ فالنتيجة يكون $\frac{1}{(x - 7)(x + 7)}$</p>
29	$\frac{z^2 + z - 6}{2z^2 + 2z - 12} \div \frac{z^2 - 16}{2z + 8} = \frac{z^2 + z - 6}{2(z^2 + z - 6)} \times \frac{2(z + 4)}{(z + 4)(z - 4)} = \frac{1}{z - 4}$



خطة حل المسألة (الخطوات الأربع)

[2-7]

www.derasaty.net

1

• نصف قطر دائرة الأرجوحة وهي في الدوران $\frac{x}{2}$ ، ومساحتها عند الدوران $\frac{x^2}{4} \pi$ ،
 • نصف قطر دائرة الأرجوحة وهي متوقفة $\frac{x-8}{2}$ ، ومساحتها عند التوقف $\frac{(x-8)^2}{4} \pi$ ،

• الفرق بين المساحتين = مساحة الدائرة عند الدوران للأرجوحة - مساحة الدائرة عند توقف الأرجوحة

$$\Delta = \pi \frac{x^2}{4} - \pi \frac{(x-8)^2}{4} = \frac{\pi}{4} x^2 - \frac{\pi}{4} (x-8)^2$$

$$= \frac{\pi}{4} (x^2 - x^2 + 16x - 64) = \frac{\pi}{4} (16)(x-4)$$

$$= 4\pi(x-4)$$

الفرق هو $4\pi(x-4)$ متر مربع

2

$$(x+8) - 6 = x + 2$$

$$(x+4) - 6 = x - 2$$

$$A = (x+2)(x-2)$$

$$= x^2 - 4$$

طول المنطقة قبل التوسع

عرض المنطقة قبل التوسع

متر مربع مساحة المنطقة قبل التوسع هي $x^2 - 4$

3

نصف قطر كرة الثلج هو r

$$r = y - 3$$

$$v = \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi (y-3)^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi (y^3 - 9y^2 + 27y - 27)$$

حجم كرة الثلج هو v

4

المقدار الجبري الذي يمثل الفرق بين حجم المكعبين هو

$$x^3 - 3^3 = (x-3)(x^2 + 3x + 9)$$

ملاحظة: استراتيجية الحل (بالخطوات الأربع) تترك للمدرس لتوضيحها للطلاب عند حل المسائل .

الإجابة	
[2- 1] تدريب	i) $(z + 6)^2 = z^2 + 12z + 36$ ii) $(4x - 3)(4x + 3) = 16x^2 - 9$ iii) $(5 + z)(25 - 5z + z^2) = 125 + z^3$
[2- 2] تدريب	$\sqrt{8} x^2z + \sqrt{3} (\sqrt{6} xz^2 - \sqrt{12} xz) =$ $= 2\sqrt{2} x^2z + 3\sqrt{2} xz^2 - 6xz$ $= xz(2\sqrt{2} x + 3\sqrt{2} z - 6)$ $xz(2\sqrt{2} x + 3\sqrt{2} z - 6)$ $= 2\sqrt{2} x^2z + 3\sqrt{2} xz^2 - 6xz$ <p style="text-align: right;">التحقق:</p>
[2- 3] 1: تدريب	i) $4x^2 - 49 = (2x - 7)(2x + 7)$ ii) $3x^2 - y^2 = (\sqrt{3} x - y)(\sqrt{3} x + y)$
2: تدريب	$81z^2 - 18z + 1 = (9z - 1)^2$
[2- 4] 1: تدريب	i) $y^2 - y - 20 = (y - 5)(y + 4)$ $4y - 5y = -y$ الحد الأوسط ii) $x^2 - 17x + 30 = (x - 15)(x - 2)$ $-2x - 15x = -17x$ الحد الأوسط
2: تدريب	$7 - 23z + 6z^2 = (7 - 2z)(1 - 3z)$ $-21z - 2z = -23z$ الحد الأوسط
[2- 5] تدريب	i) $x^3 + 27 = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$ ii) $8z^3 + 125 = (2z + 5)(4z^2 - 10z + 125)$ iii) $x^3 - 64 = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$ iv) $\frac{1}{z^3} - \frac{1}{27} = (\frac{1}{z} - \frac{1}{3})(\frac{1}{z^2} + \frac{1}{3z} + \frac{1}{9})$
[2- 6] تدريب	i) $\frac{z^2 - 4}{z + 2} \times \frac{z^2 + 9z + 20}{z^2 + 2z - 8} =$ $\frac{(z - 2)(z + 2)}{(z + 2)} \times \frac{(z + 4)(z + 5)}{(z + 4)(z - 2)} = z + 5$ ii) $\frac{27 - x^3}{2x^2 + 6x + 18} \div \frac{(3 - x)^2}{x^2 - x - 6} =$ $\frac{(3 - x)(9 + 3x + x^2)}{2(x^2 + 3x + 9)} \times \frac{(x - 3)(x + 2)}{(3 - x)^2}$ $\frac{(x - 3)(x + 2)}{-2(x - 3)} = -\frac{x + 2}{2}$ iii) $\frac{4z}{2z - 5} - \frac{z}{z + 3} = \frac{4z(z + 3) - z(2z - 5)}{(2z - 5)(z + 3)}$ $\frac{4z^2 + 12z - 2z^2 + 5z}{(2z - 5)(z + 3)} = \frac{2z^2 + 17z}{(2z - 5)(z + 3)}$

الإجابة

1	$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$
2	$(v - \sqrt{2})(v + \sqrt{2}) = v^2 - 2$
3	$(2 - x)(5 - x) = 10 - 7x + x^2$
4	$(2y - 3)(y + 9) = 2y^2 + 15y - 27$
5	$(x + 11)(x^2 - 11x + 121) = x^3 + 11^3 = x^3 + 1331$
6	$(\frac{1}{3} - y)(\frac{1}{9} + \frac{1}{3}y + y^2) = \frac{1}{27} - y^3$
7	$(y - 1)^3 = y^3 - 3y^2 + 3y - 1$
8	$(z + \frac{1}{4})^3 = z^3 + \frac{3}{4}z^2 + \frac{3}{16}z + \frac{1}{64}$
9	$8x^2 - 12x = 4x(2x - 3)$ $4x(2x - 3) = 8x^2 - 12x$ التحقق:
10	$7y^3 + 14y^2 - 21y = 7y(y^2 + 2y - 3) = 7y(y + 3)(y - 1)$ $7y(y + 3)(y - 1) = 7y(y^2 + 2y - 3) = 7y^3 + 14y^2 - 21y$ التحقق:
11	$\sqrt{18}z^3r + \sqrt{2}(zr^2 - zr)$ $= 3\sqrt{2}z^3r + \sqrt{2}zr^2 - \sqrt{2}zr$ $= \sqrt{2}zr(3z^2 + r - 1)$ $\sqrt{2}zr(3z^2 + r - 1) = 3\sqrt{2}z^3r + \sqrt{2}zr^2 - \sqrt{2}zr$ التحقق:
12	$\frac{2}{3}(y + 5) + \frac{1}{3}y(y + 5)$ $= (y + 5)(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}y)$
13	$\sqrt{5}z(z^2 - 1) - \sqrt{2}z^2(z^2 - 1)$ $= z(z^2 - 1)(\sqrt{5} - \sqrt{2}z) = (z - 1)(z + 1)(\sqrt{5} - \sqrt{2}z)$
14	$6x^4 - 18x^3 + 10x - 30 = 6x^3(x - 3) + 10(x - 3)$ $= (x - 3)(6x^3 + 10)$
15	$56 - 8y + 14y^2 - 2y^3 = 8(7 - y) + 2y^2(7 - y)$ $= (7 - y)(8 + 2y^2)$
16	$9x^3 - 6x^2 + 8 - 12x = 3x^2(3x - 2) - 4(3x - 2)$ $= (3x - 2)(3x^2 - 4)$

	الإجابة
17	$\sqrt{11} z^3 - \sqrt{44} z^2 + 5(2 - z) = \sqrt{11} z^2 (z - 2) - 5(z - 2)$ $= (z - 2)(\sqrt{11} z^2 - 5)$
18	$16 - x^2 = (4 + x)(4 - x)$
19	$\frac{1}{3} z^2 - \frac{1}{27} = \frac{1}{27} (9z^2 - 1) = \frac{1}{27} (3z + 1)(3z - 1)$
20	$\frac{1}{16} v - \frac{1}{2} v^4 = \frac{1}{16} v (1 - 8v^3)$ $= \frac{1}{16} v (1 - 2v)(1 + 2v + 4v^2)$
21	$8x^3 - \frac{1}{125} = (2x + \frac{1}{5})(4x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{25})$
22	$81 - 18y + y^2 = (9 - y)^2$
23	$7z^2 - 36z + 5 = (7z - 1)(z - 5)$
24	$25x^2 + 30x + 9 = (5x + 3)^2$ $2(5x)(3) = 30x$ يمثل مربعاً كاملاً
25	$49 - 14y + y^2 = (7 - y)^2$ $2(7)(y) = 14y$ يمثل مربعاً كاملاً
26	$4v^2 + 4\sqrt{5}v + 5 = (2v + \sqrt{5})^2$ $2(2v)(\sqrt{5}) = 4\sqrt{5}v$ يمثل مربعاً كاملاً
27	$x^2 + \dots + 81 \Rightarrow x^2 + 18x + 81 = (x + 9)^2$ الحد الوسط $18x = 2\sqrt{81}x^2$ $2(x)(9) = 18x$
28	$36 - 12y + \dots \Rightarrow 36 - 12y + y^2 = (6 - y)^2$ الحد الأخير $y^2 = (\frac{12y}{2(6)})^2$ $2(6)(y) = 12y$
29	$7 - \dots + 4z^2 \Rightarrow 7 - 4\sqrt{7}z + 4z^2 = (\sqrt{7} - 2z)^2$ الحد الوسط $4\sqrt{7}z = 2\sqrt{7(4z^2)}$ $2(\sqrt{7})(2z) = 4\sqrt{7}z$
30	$x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2)$
31	$x^2 - 5\sqrt{3}x + 18 = x^2 - 5\sqrt{3}x + (2\sqrt{3})(3\sqrt{3})$ $= (x - 2\sqrt{3})(x - 3\sqrt{3})$

الإجابة

32	$2v^2 + 9v + 7 = (2v + 7)(v + 1)$
33	$32 - 16x + 2x^2 = 2(16 - 8x + x^2)$ $= 2(4 - x)^2$
34	$\frac{1}{4}y^2 - 2y + 3 = \frac{1}{4}(y^2 - 8y + 12)$ $= \frac{1}{4}(y - 6)(y - 2)$
35	$12 - 7\sqrt{2}v + 2v^2$ $= (4 - \sqrt{2}v)(3 - \sqrt{2}v)$
36	$8 + 27x^3 = (2 + 3x)(4 - 6x + 9x^2)$
37	$125y^3 - 1 = (5y - 1)(25y^2 + 5y + 1)$
38	$\frac{1}{v^3} - \frac{8}{27} = (\frac{1}{v} - \frac{2}{3})(\frac{1}{v^2} + \frac{2}{3v} + \frac{4}{9})$
39	$1 + 0.125y^3 = (1 + 0.5y)(1 - 0.5y + 0.25y^2)$
40	$z^3 - 0.027 = (z - 0.3)(z^2 + 0.3z + 0.09)$
41	$3 - \frac{1}{9}v^3 = \frac{1}{9}(27 - v^3) = \frac{1}{9}(3 - v)(9 + 3v + v^2)$
42	$\frac{27 - 8z^3}{-(9 - 4z^2)} \div \frac{9 + 6z + 4z^2}{9 + 6z}$ $= \frac{(3 - 2z)(9 + 6z + 4z^2)}{-(3 - 2z)(3 + 2z)} \times \frac{3(3 + 2z)}{9 + 6z + 4z^2} = -3$
43	$\frac{7}{x^2 - 25} - \frac{6}{x^2 + 10x + 25}$ $= \frac{7}{(x - 5)(x + 5)} - \frac{6}{(x + 5)^2} = \frac{7(x + 5) - 6(x - 5)}{(x + 5)^2(x - 5)}$ $= \frac{7x + 35 - 6x + 30}{(x + 5)^2(x - 5)} = \frac{x + 65}{(x + 5)^2(x - 5)}$

	الإجابة
44	$\frac{-(1-y^2)}{1-y^3} + \frac{1+y}{1+2y+y^2}$ $= \frac{-(1-y)(1+y)}{(1-y)(1+y+y^2)} + \frac{1+y}{(1+y)^2} = \frac{-(1+y)}{1+y+y^2} + \frac{1}{1+y}$ $= \frac{-(1+y)^2 + 1+y+y^2}{(1+y+y^2)(1+y)}$ $= \frac{-1-2y-y^2+1+y+y^2}{(1+y+y^2)(1+y)}$ $= \frac{-y}{(1+y+y^2)(1+y)}$
45	$\frac{z+3}{z+5} - \frac{z-5}{z-3} + \frac{1}{z^2+2z-15}$ $= \frac{z+3}{z+5} - \frac{z-5}{z-3} + \frac{1}{(z+5)(z-3)}$ $= \frac{(z+3)(z-3) - (z-5)(z+5) + 1}{(z+5)(z-3)}$ $= \frac{z^2-9-z^2+25+1}{(z+5)(z-3)}$ $= \frac{17}{(z+5)(z-3)}$

سلسلة الناجح في الرياضيات

		الإجابة								
الدرس [2-1]	1	b	2	d	3	a	4	b		
	5	b	6	a	7	b	8	a		
	9	b	10	c						
الدرس [2-2]	1	b	2	d	3	c	4	a		
	5	b	6	c	7	c	8	a		
الدرس [2-3]	1	b	2	c	3	a	4	d	5	c
	6	b	7	c	8	a	9	c	10	b
الدرس [2-4]	1	b	2	c	3	b	4	d	5	a
	6	d	7	c	8	c	9	d	10	a
الدرس [2-5]	1	b	2	c	3	d	4	c		
	5	d	6	c	7	b	8	d		
الدرس [2-6]	1	d	2	b	3	c	4	d	5	b
	6	c	7	d	8	c	9	a		

حلول تمرينات الفصل الثالث

المعادلات

حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين	الدرس [3-1]
حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد	الدرس [3-2]
حل المعادلات التربيعية بالتجربة	الدرس [3-3]
حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل	الدرس [3-4]
حل المعادلات بالقانون العام	الدرس [3-5]
حل المعادلات الكسرية	الدرس [3-6]
خطة حل المسألة (كتابة معادلة)	الدرس [3-7]

الإجابة

1	$(y - 5)^2 = y^2 - 10y + 25$	
2	$(z + 2)(z - 2) = z^2 - 4$	
3	$(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = x^2 - 5$	
4	$(4 - y)(6 - y) = 24 - 10y + y^2$	
5	$(3z - 2)(z + 8) = 3z^2 + 22z - 16$	
6	$(x + 3)(x^2 - 3x + 9) = x^3 + 27$	
7	$(\frac{1}{2} - y)(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}y + y^2) = \frac{1}{8} - y^3$	
8	$5x^2 - 10x = 5x(x - 2)$ $5x(x - 2) = 5x^2 - 10x$	التحقق
9	$9y^3 + 6y^2 - 3y = 3y(3y^2 + 2y - 1)$ $3y(3y^2 + 2y - 1) = 9y^3 + 6y^2 - 3y$	التحقق
10	$\sqrt{12}z^2 + \sqrt{3}z = \sqrt{3}z(2z + 1)$ $\sqrt{3}z(2z + 1) = 2\sqrt{3}z^2 + \sqrt{3}z = \sqrt{12}z^2 + \sqrt{3}z$	التحقق
11	$x(5 - x) - 3(5 - x) = (5 - x)(x - 3)$	
12	$\frac{1}{2}(y + 1) + \frac{1}{2}y(y + 1) = \frac{1}{2}(y + 1)(1 + y) = \frac{1}{2}(y + 1)^2$	
13	$\sqrt{3}z(z - 1) - \sqrt{2}(z - 1) = (z - 1)(\sqrt{3}z - \sqrt{2})$	
14	$6x^3 - 12x^2 + 5x - 10 = 6x^2(x - 2) + 5(x - 2)$ $= (x - 2)(6x^2 + 5)$	
15	$9 - 18y + 7y^2 - 14y^3 = 9(1 - 2y) + 7y^2(1 - 2y)$ $= (1 - 2y)(9 + 7y^2)$	
16	$\sqrt{2}z^4 - \sqrt{6}z^3 + z - \sqrt{3} = \sqrt{2}z^3(z - \sqrt{3}) + (z - \sqrt{3})$ $= (z - \sqrt{3})(\sqrt{2}z^3 + 1)$	
17	$4x^3 - 2x^2 + 3 - 6x = 2x^2(2x - 1) - 3(2x - 1)$ $= (2x - 1)(2x^2 - 3)$	
18	$\frac{3}{4}y^3 - \frac{1}{4}y^2 + 4 - 12y = \frac{1}{4}y^2(3y - 1) - 4(3y - 1)$ $= (3y - 1)(\frac{1}{4}y^2 - 4)$	
19	$\sqrt{4}z^3 - \sqrt{25}z^2 + 3(5 - 2z) = z^2(2z - 5) - 3(2z - 5) = (2z - 5)(z^2 - 3)$	
20	$y^2 - 25 = (y - 5)(y + 5)$	

الإجابة	
21	$\frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}(4z^2 - 1) = \frac{1}{8}(2z - 1)(2z + 1)$
22	$36 - 12x + x^2 = (6 - x)^2$
23	$y^2 - 2y - 15 = (y - 5)(y + 3)$
24	$16x^2 + 40x + 25 = (4x + 5)^2$
25	$64 - 16y + y^2 = (8 - y)^2$
26	$z^2 - 6z - 9$ لا تمثل مربعاً كاملاً لأن إشارة الحد الأخير سالبة
27	$x^2 + 16x + 64 = (x + 8)^2$
28	$9 - 24y + 16y^2 = (3 - 4y)^2$
29	$5 - 4\sqrt{5}z + 4z^2 = (\sqrt{5} - 2z)^2$
30	$18 - 3y - y^2 = (6 + y)(3 - y)$
31	$z^2 - 2\sqrt{3}z + 3 = (z - \sqrt{3})^2$
32	$4 - 21x + 5x^2 = (4 - x)(1 - 5x)$
33	$1 + 27z^3 = (1 + 3z)(1 - 3z + 9z^2)$
34	$y^3 - 125 = (y - 5)(y^2 + 5y + 25)$
35	$y^3 - \frac{1}{8} = (y - \frac{1}{2})(y^2 + \frac{1}{2}y + \frac{1}{4})$
36	$(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{64}) = (\frac{1}{x} - \frac{1}{4})(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{4x} + \frac{1}{16})$
37	$1 - 0.125z^3 = (1 - 0.5z)(1 + 0.5z + 0.25z^2)$



الإجابة

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y = 6 \\ x - y = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = 3x - 6 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ y = x - 3 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{array}$$

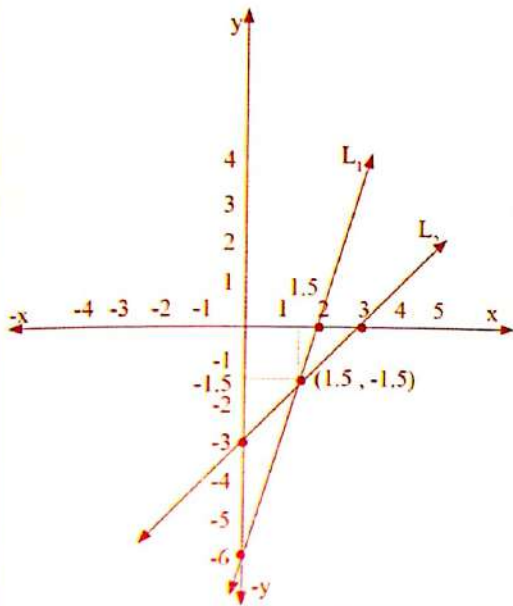
تمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي

x	y = 3x - 6
0	-6
2	0

x	y = x - 3
0	-3
3	0

تمثل المعادلة الخطية في المستوى :

هو رسم المستقيم الذي يمثل المعادلة وذلك بتعيين نقطتين أو أكثر ثم نصل بينهما .



نقطة تقاطع المستقيمين L_2, L_1 هي $(1.5, -1.5)$ لذا مجموعة الحل للنظام هي :

$$S = \{ (1.5, -1.5) \}$$

1

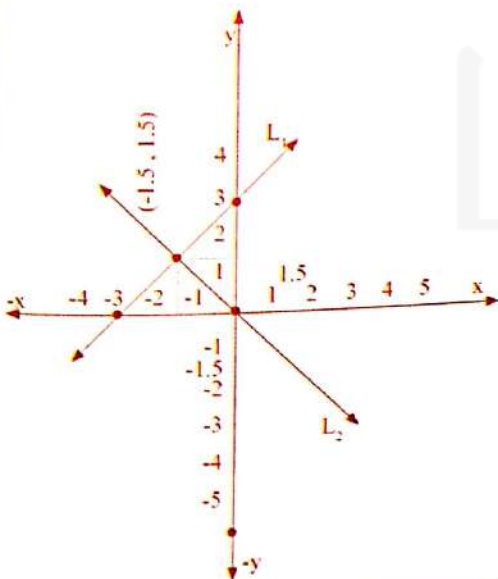
تأكد من فهمك

$$\left. \begin{array}{l} y - x = 3 \\ y + x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = x + 3 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ y = -x \quad \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{array}$$

تمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي

x	y = x + 3
0	3
-3	0

x	y = -x
0	0
2	-2



نقطة تقاطع المستقيمين L_2, L_1 هي $(-1.5, 1.5)$ لذا مجموعة الحل للنظام هي :

$$s = \{ (-1.5, 1.5) \}$$

2

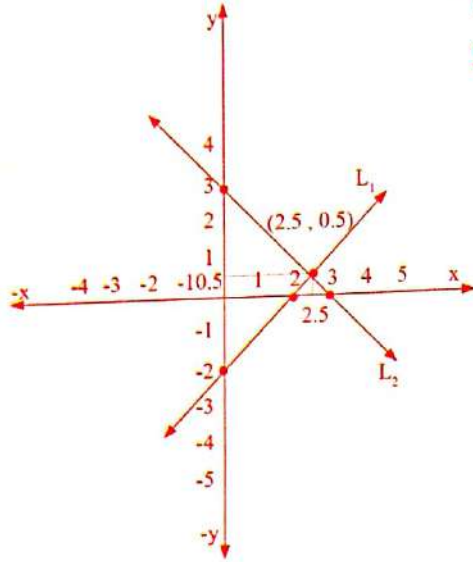
الإجابة

$y = x - 2$ ①
 $y = 3 - x$ ②

تمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي

x	y = x - 2
0	-2
2	0

x	y = 3 - x
0	3
3	0



نقطة تقاطع المستقيمين L_1, L_2 هي $(2.5, 0.5)$

لذا مجموعة الحل للنظام هي :

$S = \{ (2.5, 0.5) \}$

3

تأكد من فهمك

$2x + 3y = 1$ ①

$3x - 2y = 0$ ②

$3x - 2y = 0 \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow x = \frac{2}{3}y$ ③

نجد قيمة x من المعادلة

نعوض عن قيمة x في المعادلة (1).....

$2\left(\frac{2}{3}y\right) + 3y = 1 \Rightarrow \frac{4}{3}y + 3y = 1$

تبسيط المعادلة لإيجاد قيمة y

$\Rightarrow 4y + 9y = 3 \Rightarrow 13y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{13}$

نعوض بالمعادلة (3) لإيجاد قيمة

$x = \frac{2}{3} \times \frac{3}{13} = \frac{2}{13}$

$S = \left\{ \left(\frac{2}{13}, \frac{3}{13} \right) \right\}$

انن مجموعة الحل للنظام

4

الإجابة

$x - 2y = 11$ ①
 $2x - 3y = 18$ ②
 $x = 2y + 11$ ③

5

$2(2y + 11) - 3y = 18 \Rightarrow 4y + 22 - 3y = 18$
 $\Rightarrow y = 18 - 22 \Rightarrow y = -4$

$x = 2(-4) + 11 = -8 + 11 = 3$

$s = \{ (3, -4) \}$ إذن مجموعة الحل للنظام

نجد قيمة x من المعادلة (1).....

نعوض عن قيمة x في المعادلة (2).....

نعوض قيمة y بالمعادلة (3) لإيجاد قيمة x

$y - 5x = 10$ ①
 $y - 3x = 8$ ②
 $y = 5x + 10$ ③

6

$5x + 10 - 3x = 8 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$

$y = 5(-1) + 10 = -5 + 10 = 5$

$s = \{ (-1, 5) \}$ لذا مجموعة الحل للنظام

نجد قيمة y في المعادلة (1).....

نعوض عن قيمة y في المعادلة (2).....

نعوض قيمة x بالمعادلة 3 لإيجاد قيمة y

$3x - 4y = 12$ ①
 $5x + 2y = -6$ ②
 $3x - 4y = 12$ ①
 $10x + 4y = -12$ ②

7

$13x = 0 \Rightarrow x = 0$

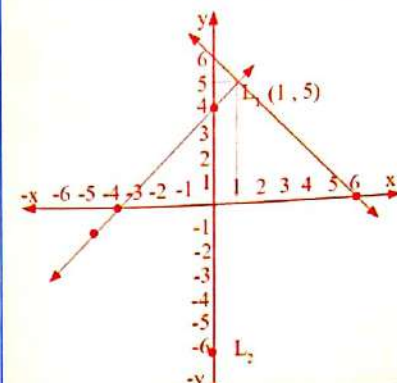
$5(0) + 2y = -6 \Rightarrow 2y = -6 \Rightarrow y = -3$

$s = \{ (0, -3) \}$ لذا مجموعة الحل للنظام

نضرب المعادلة (2) في 2

نعوض بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة y

		الإجابة	
8	$x - 3y = 6$	1	نضرب المعادلة (1) في 2
	$2x - 4y = 24$	2	
	$2x - 6y = 12$	1	بالطرح
$\mp 2x \pm 4y = \mp 24$	2		
	$-2y = -12 \Rightarrow y = 6$		نعوض عن قيمة y بالمعادلة (1) لإيجاد قيمة x
	$x - 3(6) = 6 \Rightarrow x - 18 = 6 \Rightarrow x = 24$		لذا مجموعة الحل للنظام
		$S = \{ (24, 6) \}$	
9	$3y - 2x - 7 = 0$	1	نقرب المعادلة (2) في 3
	$y + 3x + 5 = 0$	2	
	$3y - 2x - 7 = 0$	1	بالطرح
$\mp 3y \mp 9x \mp 15 = 0$	2		
	$-11x - 22 = 0 \Rightarrow -11x = 22 \Rightarrow x = -2$		نعوض عن قيمة x بالمعادلة 2 لإيجاد قيمة y
	$y + 3(-2) + 5 = 0 \Rightarrow y - 6 + 5 = 0 \Rightarrow y = 1$		لذا مجموعة الحل للنظام
		$S = \{ (-2, 1) \}$	
10	$\frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow \frac{4x - 3y}{6} = 1 \Rightarrow 4x - 3y = 6$	1	نعوض بالمعادلة 2 لإيجاد قيمة y
	$y - \frac{x}{3} = 4 \Rightarrow 3y - x = 12$	2	
	$4x - 3y = 6$	1	بالجمع
$-x + 3y = 12$	2		
	$3x = 18 \Rightarrow x = 6$		نعوض بالمعادلة 2 لإيجاد قيمة y
	$y - \frac{6}{3} = 4 \Rightarrow y - 2 = 4 \Rightarrow y = 6$		لذا مجموعة الحل للنظام
		$S = \{ (6, 6) \}$	التحقيق: نعوض عن قيمة x, y باحدى المعادلتين ولتكن المعادلة (2)
	$3y - x = 12$		ان الحل صحيح
	$L.S = 3(6) - 6 = 18 - 6 = 12 = R.S$		

	الإجابة												
11	$0.2x - 6y = 4$ ① $0.1x - 7y = -2$ ② $0.2x - 6y = 4$ ② $\mp 0.2x \pm 14y = \pm 4$ ① <hr/> <p>بالطرح</p> $8y = 8 \Rightarrow y = 1$ <p>نعوض بالمعادلة (1) لإيجاد قيمة x</p> $0.2x - 6(1) = 4 \Rightarrow 0.2x = 10$ $\Rightarrow x = \frac{10}{0.2} = 50$ $S = \{ (50, 1) \}$ <p>لذا مجموعة الحل هي</p> <p>التحقيق: نعوض عن قيمة x , y باحدى المعادلتين ولتكن المعادلة (1)</p> $L.S = 0.2(50) - 6(1) = 10 - 6 = 4 = R.S$ <p>اذن الحل صحيح</p>												
	<p>تأكد من فهمك</p>												
12	$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{11}{4} \Rightarrow 6x + 8y = 33$ ① $\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = \frac{25}{4} \Rightarrow 3x - 8y = 75$ ② <hr/> <p>بالجمع</p> $9x = 108 \Rightarrow x = 12$ ① <p>نعوض عن قيمة x بالمعادلة (1) لإيجاد قيمة y</p> $6(12) + 8y = 33 \Rightarrow 72 + 8y = 33 \Rightarrow 8y = -39 \Rightarrow y = \frac{-39}{8}$ $S = \{ (12, \frac{-39}{8}) \}$ <p>لذا مجموعة الحل للنظام</p> <p>التحقيق: نعوض عن قيمة x , y باحدى المعادلتين ولتكن المعادلة (1)</p> $L.S = 6(12) + 8(\frac{-39}{8}) = 72 - 39 = 33 = R.S$ <p>اذن الحل صحيح</p>												
	<p>تدريب وحل مسائل</p>												
13	$x - y = -4 \Rightarrow y = x + 4$ ① $y + x = 6 \Rightarrow y = 6 - x$ ② <p>نمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي</p>  <table border="1" data-bbox="782 1680 957 1836"> <tr> <th>x</th> <th>y = x + 4</th> </tr> <tr> <td>0</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>-4</td> <td>0</td> </tr> </table> <table border="1" data-bbox="1133 1680 1308 1814"> <tr> <th>x</th> <th>y = 6 - x</th> </tr> <tr> <td>0</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>نقطة تقاطع المستقيمين L_1, L_2 هي $(1, 5)$ لذا مجموعة الحل للنظام هي: $s = \{ (1, 5) \}$</p>	x	y = x + 4	0	4	-4	0	x	y = 6 - x	0	6	6	0
x	y = x + 4												
0	4												
-4	0												
x	y = 6 - x												
0	6												
6	0												

الإجابة

تدريب وحل تمرينات

14

$y = x - 4$ ①
 $x = 2 - y \Rightarrow y = 2 - x$ ②

نمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي

x	y = x - 4
0	-4
4	0

x	y = 2 - x
0	2
2	0

نقطة تقاطع المستقيمين L_1, L_2 هي $(3, -1)$
 لذا مجموعة الحل للنظام هي : $S = \{(3, -1)\}$

15

$3x + 2y = 2$ ①
 $x - y = 8$ ②
 $x = y + 8$

من المعادلة (2)
 نعوض عن قيمة x بالمعادلة (1)
 $3(y + 8) + 2y = 2 \Rightarrow 3y + 24 + 2y = 2 \Rightarrow 5y = -22 \Rightarrow y = \frac{-22}{5}$
 نعوض عن قيمة y بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة x
 $x + \frac{22}{5} = 8 \Rightarrow x = 8 - \frac{22}{5} = \frac{18}{5}$
 لذا مجموعة الحل للنظام
 $S = \left\{ \left(\frac{18}{5}, \frac{-22}{5} \right) \right\}$

16

$2x - y = -4$ ①
 $3x - y = 3$ ②
 $y = 2x + 4$

من المعادلة (1)
 نعوض بالمعادلة (2)
 نعوض عن قيمة x بالمعادلة (1) لإيجاد قيمة y
 $3x - 2x - 4 = 3 \Rightarrow x = 7$
 $y = 2x + 4 = 2(7) + 4 = 18$
 لذا مجموعة الحل للنظام
 $S = \{(7, 18)\}$

تدريب وحل تمرينات

	الإجابة	
17	$3x = 22 - 4y \Rightarrow 3x + 4y - 22 = 0$ $4y = 3x - 14 \Rightarrow 3x - 4y - 14 = 0$ $\hline 6x - 36 = 0 \Rightarrow x = 6$	<p>..... ①</p> <p>..... ②</p> <p>بالجمع</p> <p>نعوض بالمعادلة (2)</p> $4y = 3(6) - 14 \Rightarrow 4y = 4 \Rightarrow y = 1$ $S = \{ (6, 1) \}$ <p>لذا مجموعة الحل للنظام</p>
18	$5x - 3y = 6$ $2x + 5y = -10$ $25x - 15y = 30$ $6x + 15y = -30$ $\hline 31x = 0 \Rightarrow x = 0$	<p>..... ①</p> <p>..... ②</p> <p>نضرب المعادلة (1) في (5)</p> <p>..... ①</p> <p>..... ②</p> <p>نضرب المعادلة (2) في (3)</p> <p>بالجمع</p> <p>نعوض عن قيمة x بالمعادلة (2)</p> $2(0) + 5y = -10 \Rightarrow 5y = -10 \Rightarrow y = -2$ $S = \{ (0, -2) \}$ <p>لذا مجموعة الحل للنظام</p>
19	$\frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 2 \Rightarrow x - y - 6 = 0$ $2x + 3y = 6 \Rightarrow 2x + 3y - 6 = 0$ $3x - 3y - 18 = 0$ $2x + 3y - 6 = 0$ $\hline 5x - 24 = 0 \Rightarrow 5x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{5}$	<p>..... ①</p> <p>..... ②</p> <p>نضرب المعادلة (1) في (3)</p> <p>..... ①</p> <p>..... ②</p> <p>بالجمع</p> <p>نعوض عن قيمة x بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة y</p> $2\left(\frac{24}{5}\right) + 3y = 6 \Rightarrow \frac{48}{5} + 3y = 6 \Rightarrow 48 + 15y = 30 \Rightarrow 15y = -18 \Rightarrow y = \frac{18}{15} \Rightarrow y = \frac{-6}{5}$ $S = \left\{ \left(\frac{24}{5}, \frac{-6}{5} \right) \right\}$ <p>لذا مجموعة الحل للنظام</p> <p>التحقيق : نعوض عن قيمة x , y باحدى المعادلتين ولتكن المعادلة (2)</p> $L.S = 2\left(\frac{24}{5}\right) + 3\left(\frac{-6}{5}\right) = \frac{48}{5} - \frac{18}{5} = \frac{30}{5} = 6 = R.S$ <p>اذن الحل صحيح</p>

		الإجابة
تدريب وحل تمرينات	20	<p> $0.2x - 3y = 3$ ① $0.1x - 6y = -3$ ② $0.2x - 12y = -6$ ② $\mp 0.2x \pm 3y = \mp 3$ ① بالطرح $-9y = -9 \Rightarrow y = 1$ $0.1x - 6(1) = -3 \Rightarrow 0.1x = 3 \Rightarrow x = 30$ $S = \{ (30, 1) \}$ التحقق : نعوض عن قيمة x, y باحدى المعادلتين ولتكن المعادلة (1) $L.S = 0.2(30) - 3(1) = 6 - 3 = R.S$ انن الحل صحيح </p>
	21	<p> عدد ايام شهر كانون الثاني هو 31 يوماً $y + x = 31$ ① $y - x = 9$ ② بالجمع $2y = 40 \Rightarrow y = 20$ $20 + x = 31 \Rightarrow x = 11$ تمثل عدد الايام التي فيها درجة الحرارة أكبر من 10 درجات سليزية نعوض عن قيمة y في المعادلة (1) لايجاد قيمة x تمثل عدد الايام التي فيها درجة الحرارة أقل من 10 درجات سليزية </p>

الإجابة

22

$$x + y = 25$$

$$1000000x + 500000y = 20000000$$

$$10x + 5y = 200$$

$$y = 25 - x$$

$$10x + 5(25 - x) = 200 \Rightarrow 10x + 125 - 5x = 200 \Rightarrow 5x = 75 \Rightarrow x = 15$$

$$y = 25 - x \Rightarrow y = 25 - 15 = 10$$

1 تمثّل عدد التلّجات
2 تمثّل عدد الغسالات
بقسمة حدود المعادلة (2) على 100000
2 نجد قيمة y بدلالة x من المعادلة (1)
نعوض عن قيمة y بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة x
نعوض عن قيمة x لإيجاد قيمة y
عدد التلّجات هو 15 و عدد الغسالات هو 10

23

$$x + y = 23$$

$$x - y = 3$$

بالجمع

$$2x = 26 \Rightarrow x = 13$$

$$13 + y = 23 \Rightarrow y = 10$$

نفرض أن عدد المدعوين لدى سجاد هو x
وأن عدد المدعوين لدى أنور هو y
2
1
تمثّل عدد المدعوين لدى سجاد
نعوض من قيمة x في المعادلة (1) لإيجاد قيمة y
عدد المدعوين لدى أنور هو 10

تدرب وحل مسائل حياتية

		الإجابة	
24		$\frac{2}{6}x - \frac{1}{3}y = 1 \Rightarrow 2x - 2y = 6$	①
		$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 3 \Rightarrow x + y = 6$	②
		$2x + 2y = 12$	②
		$2x - 2y = 6$	①
	بالجمع	$4x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$	
		$\frac{1}{2} \left(\frac{9}{2} \right) + \frac{1}{2}y = 3 \Rightarrow 9 + 2y = 12 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$	
		$S = \left\{ \left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2} \right) \right\}$	
			نضرب المعادلة (2) في (2)
			نعوض عن قيمة x بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة y
			لنا مجموعة الحل للنظام
25		$2x + 3y = 6$	①
		$3x + 2y = 1$	②
		$6x + 9y = 18$	①
		$\mp 6x \mp 4y = \mp 2$	②
	بالطرح	$5y = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{5}$	
		$2x + 3 \left(\frac{16}{5} \right) = 6 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow -\frac{48}{5} + 6 \Rightarrow 2x = -\frac{18}{5} \Rightarrow x = -\frac{18}{10} = -\frac{9}{5}$	
		$S = \left\{ \left(-\frac{9}{5}, \frac{16}{5} \right) \right\}$	
			نضرب المعادلة (2) في (3)
			نضرب المعادلة (2) في (2)
			نعوض عن قيمة y بالمعادلة (1) لإيجاد قيمة x
			لنا مجموعة الحل للنظام
أكتب		$5x - 6y = 0$	①
		$x + 2y = 4$	②
		$3x + 6y = 12$	②
		$5x - 6y = 0$	①
	بالجمع	$8x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$	
		$\frac{3}{2} + 2y = 4 \Rightarrow 2y = 4 - \frac{3}{2} \Rightarrow 2y = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{4}$	
		$S = \left\{ \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4} \right) \right\}$	
			نضرب المعادلة (2) في (3)
			نعوض عن قيمة x بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة y
			لنا مجموعة الحل للنظام

الإجابة

- | | |
|---|---|
| 1 | $x^2 - 16 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 4) = 0 \Rightarrow x - 4 = 0 \text{ or } x + 4 = 0$ $\Rightarrow x = 4 \text{ or } x = -4 \Rightarrow S = \{4, -4\}$ <p>L.S = 16 - 16 = 0 = R.S
التحقق : عندما $x = 4$ فإن
عندما $x = -4$ فإن</p> <p>L.S = $(-4)^2 - 16 = 16 - 16 = 0 = R.S$</p> |
| 2 | $81 - y^2 = 0 \Rightarrow (9 - y)(9 + y) = 0 \Rightarrow 9 - y = 0 \text{ or } 9 + y = 0$ $\Rightarrow y = 9 \text{ or } y = -9 \Rightarrow S = \{9, -9\}$ <p>L.S = 81 - 81 = 0 = R.S
التحقق (i) : عندما $y = 9$ فإن
(ii) : عندما $y = -9$ فإن</p> <p>L.S = $81 - (-9)^2 = 81 - 81 = 0 = R.S$</p> |
| 3 | $2z^2 - 8 = 0 \Rightarrow 2(z^2 - 4) = 0 \Rightarrow z^2 - 4 = 0 \Rightarrow (z - 2)(z + 2) = 0$ $\Rightarrow z - 2 = 0 \text{ or } z + 2 = 0 \Rightarrow z = 2 \text{ or } z = -2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$ <p>L.S = $2(4) - 8 = 8 - 8 = 0 = R.S$
التحقق (i) : عندما $z = 2$ فإن
(ii) : عندما $z = -2$ فإن</p> <p>L.S = $2(-2)^2 - 8 = 8 - 8 = 0 = R.S$</p> |
| 4 | $4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow (2x - 3)(2x + 3) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \text{ or } 2x + 3 = 0$ $\Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ or } x = -\frac{3}{2}$ $S = \left\{ \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\}$ <p>مجموعة الحل</p> |
| 5 | $5y^2 - 20 = 0 \Rightarrow 5(y^2 - 4) = 0 \Rightarrow y^2 - 4 = 0 \Rightarrow (y - 2)(y + 2) = 0$ $\Rightarrow y - 2 = 0 \text{ or } y + 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \text{ or } y = -2$ $S = \{2, -2\}$ <p>مجموعة الحل</p> |
| 6 | $(y + 2)^2 - 49 = 0 \Rightarrow ((y + 2) - 7)((y + 2) + 7) = 0$ $\Rightarrow ((y + 2) - 7) = 0 \text{ or } ((y + 2) + 7) = 0 \Rightarrow y = 5 \text{ or } y = -9$ $S = \{5, -9\}$ <p>مجموعة الحل</p> |
| 7 | $(3 - z)^2 - 1 = 0 \Rightarrow ((3 - z) - 1)((3 - z) + 1) = 0$ $\Rightarrow ((3 - z) - 1) = 0 \text{ or } ((3 - z) + 1) = 0$ $\Rightarrow 2 - z = 0 \text{ or } 4 - z = 0 \Rightarrow z = 2 \text{ or } z = 4$ $S = \{2, 4\}$ <p>مجموعة الحل</p> |
| 8 | $x^2 - 3 = 0 \Rightarrow (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0 \Rightarrow x - \sqrt{3} = 0 \text{ or } x + \sqrt{3} = 0$ $\Rightarrow x = \sqrt{3} \text{ or } x = -\sqrt{3} \Rightarrow$ $S = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$ <p>مجموعة الحل</p> |

تأكد من فهمك

الإجابة

تأكد من فهمك	9	$y^2 - \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow (y - \frac{1}{3})(y + \frac{1}{3}) = 0$ $\Rightarrow y - \frac{1}{3} = 0 \text{ or } y + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3} \text{ or } y = -\frac{1}{3}$ $S = \{ \frac{1}{3}, -\frac{1}{3} \}$ <p style="text-align: right;">مجموعة الحل</p>
	10	$x^2 = 64 \Rightarrow x = \pm\sqrt{64} \Rightarrow x \pm 8 \Rightarrow S = \{ 8, -8 \}$
	11	$z^2 = 7 \Rightarrow z = \pm\sqrt{7} \Rightarrow S = \{ \sqrt{7}, -\sqrt{7} \}$
	12	$2y^2 = \frac{49}{8} \Rightarrow y^2 = \frac{49}{16} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{49}{16}} \Rightarrow y = \pm \frac{7}{4} \Rightarrow S = \{ \frac{7}{4}, -\frac{7}{4} \}$
	13	$6z^2 - 5 = 0 \Rightarrow z^2 = \frac{5}{6} \Rightarrow z = \pm\sqrt{\frac{5}{6}} \Rightarrow S = \{ \sqrt{\frac{5}{6}}, -\sqrt{\frac{5}{6}} \}$
	14	$4(x^2 - 12) = 33 \Rightarrow x^2 - 12 = \frac{33}{4} = x^2 = \frac{33}{4} + 12$ $\Rightarrow x^2 = \frac{81}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{9}{2} \Rightarrow S = \{ \frac{9}{2}, -\frac{9}{2} \}$
	15	$z^2 + \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \Rightarrow z^2 = \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \Rightarrow z^2 = \frac{1}{6} \Rightarrow z = \pm\sqrt{\frac{1}{6}} \Rightarrow S = \{ \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}} \}$
	16	$3\sqrt{x} = 15 \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 5^2 \Rightarrow x = 25 \Rightarrow S = \{ 25 \}$
	17	$\sqrt{y-5} = 2 \Rightarrow y-5 = 4 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow S = \{ 9 \}$
18	$\sqrt{2z} = 6 \Rightarrow 2z = 36 \Rightarrow z = 18 \Rightarrow S = \{ 18 \}$	
تدريب وحل تمرينات	19	$x^2 = 49 \Rightarrow x = \pm 7 \Rightarrow S = \{ 7, -7 \}$ <p style="text-align: right;">التحقيق: (i) عندما $x = 7$ فإن</p> $L.S = 7^2 = 49 = R.S$ <p style="text-align: right;">(ii) عندما $x = -7$ فإن</p> $L.S = (-7)^2 = 49 = R.S$
	20	$5y^2 - 10 = 0 \Rightarrow 5(y^2 - 2) = 0 \Rightarrow y^2 - 2 = 0 \Rightarrow (y - \sqrt{2})(y + \sqrt{2}) = 0$ $\Rightarrow y - \sqrt{2} = 0 \text{ or } y + \sqrt{2} = 0$ $\Rightarrow y = \sqrt{2} \text{ or } y = -\sqrt{2} \Rightarrow S = \{ \sqrt{2}, -\sqrt{2} \}$ <p style="text-align: right;">التحقيق: (i) عندما $y = \sqrt{2}$ فإن</p> $L.S = 5(\sqrt{2})^2 - 10 = 10 - 10 = 0 = R.S$ <p style="text-align: right;">(ii) عندما $y = -\sqrt{2}$ فإن</p> $L.S = 5(-\sqrt{2})^2 - 10 = 5(2) - 10 = 10 - 10 = 0 = R.S$

الإجابة

تدريب وحل تمرينات

21

$$3z^2 - 27 = 0 \Rightarrow 3(z^2 - 9) = 0 \Rightarrow z^2 - 9 = 0 \Rightarrow (z-3)(z+3) = 0$$

$$\Rightarrow z - 3 = 0 \quad \text{or} \Rightarrow z + 3 = 0$$

$$\Rightarrow z = 3 \quad \text{or} \quad z = -3 \Rightarrow S = \{3, -3\}$$

$$L.S = 3(9) - 27 = 0 = 27 - 27 = 0 = R.S$$

التحقيق : لتحقيق (i) عندما $z = 3$ فإن

$$L.S = 3(-3)^2 - 27 = 3(9) - 27 = 27 - 27 = 0 = R.S$$

(ii) عندما $z = -3$ فإن

22

$$9x^2 - 36 = 0 \Rightarrow 9(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow x - 2 = 0 \quad \text{or} \quad x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \quad \text{or} \quad x = -2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$$

23

$$7y^2 - 28 = 0 \Rightarrow 7(y^2 - 4) = 0 \Rightarrow y^2 - 4 = 0 \Rightarrow (y-2)(y+2) = 0$$

$$\Rightarrow y - 2 = 0 \quad \text{or} \quad y + 2 = 0$$

$$\Rightarrow y = 2 \quad \text{or} \quad y = -2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$$

24

$$9(x^2 - 1) - 7 = 0 \Rightarrow 9x^2 - 9 - 7 = 0 \Rightarrow 9x^2 - 16 = 0 \Rightarrow (3x-4)(3x+4) = 0$$

$$\Rightarrow 3x - 4 = 0 \quad \text{or} \Rightarrow 3x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{3} \quad \text{or} \quad x = -\frac{4}{3} \Rightarrow S = \{\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}\}$$

25

$$(y+5)^2 - 64 = 0 \Rightarrow ((y+5) - 8)((y+5) + 8) = 0$$

$$\Rightarrow y - 3 = 0 \quad \text{or} \Rightarrow y + 13 = 0$$

$$\Rightarrow y = 3 \quad \text{or} \quad y = -13 \Rightarrow S = \{3, -13\}$$

26

$$x^2 - 2 = 0 \Rightarrow (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\Rightarrow x - \sqrt{2} = 0 \quad \text{or} \quad x + \sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} \quad \text{or} \quad x = -\sqrt{2} \Rightarrow S = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$$

27

$$y^2 - \frac{1}{36} = 0 \Rightarrow (y - \frac{1}{6})(y + \frac{1}{6}) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y - \frac{1}{6} = 0 \quad \text{or} \quad y + \frac{1}{6} = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{6} \quad \text{or} \quad y = -\frac{1}{6} \Rightarrow S = \{\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\}$$

		الإجابة
تدريب وحل تمرينات	28	$x^2 = 121 \Rightarrow x = \pm 11 \Rightarrow S = \{ 11, -11 \}$
	29	$50 - 2y^2 = 0 \Rightarrow 2(25 - y^2) = 0 \Rightarrow 25 - y^2 = 0$ $\Rightarrow y^2 = 25 \Rightarrow y = \pm 5 \Rightarrow S = \{ 5, -5 \}$
	30	$x^2 = \frac{1}{64} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{8} \Rightarrow S = \{ \frac{1}{8}, -\frac{1}{8} \}$
	31	$3y^2 = \frac{25}{3} \Rightarrow y^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow y = \pm \frac{5}{3} \Rightarrow S = \{ \frac{5}{3}, -\frac{5}{3} \}$
	32	$7(x^2 - 2) = 50 \Rightarrow 7x^2 - 14 = 50 \Rightarrow 7x^2 = 64$ $\Rightarrow x^2 = \frac{64}{7} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{64}{7}} \Rightarrow S = \{ \sqrt{\frac{64}{7}}, -\sqrt{\frac{64}{7}} \}$
	33	$\frac{1}{5}y^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow y^2 = \frac{5}{3} \Rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow S = \{ \frac{\sqrt{15}}{3}, -\frac{\sqrt{15}}{3} \}$
	34	$6\sqrt{x} = 30 \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25 \Rightarrow S = \{ 25 \}$
	35	$\sqrt{y-9} = 4 \Rightarrow y-9 = 16 \Rightarrow y = 25 \Rightarrow S = \{ 25 \}$
36	$\sqrt{4z} = 8 \Rightarrow 4z = 64 \Rightarrow z = 16 \Rightarrow S = \{ 16 \}$	
تدريب وحل مسائل حياتية	37	نفرض أن طول ضلع الغرفة هو x مساحة السجادة = مساحة الغرفة $x^2 = 12 \times 3 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6 \Rightarrow x = 6 \text{ or } x = -6$ يهمل انن طول ضلع الغرفة هو 6m
	38	طول ضلع قطعة الكارتون هو x طول ضلع قاعدة الصندوق هي $x - 4 \text{ cm}$ ارتفاع الصندوق هو 2 cm حجم متوازي السطوح المستطيلة = الطول \times العرض \times الارتفاع $(x-4)(x-4)(2) = v$ $\Rightarrow (x-4)^2 = \frac{32}{2} \Rightarrow (x-4)^2 = 16$ $\Rightarrow x-4 = 4 \Rightarrow x = 8$ ياخذ الموجب فقط لأنه طول انن طول ضلع قطعة الكارتون
	39	نفرض أن طول ضلع الحديقة هو x متر المساحة المتبقية من الحديقة = مساحة الحديقة - مساحة الحوض $x^2 - 9 = 40 \Rightarrow x^2 = 49 \Rightarrow x = 7$ ياخذ الموجب فقط لأنه طول انن طول ضلع الحديقة هو 7m

		الإجابة
40		$i) 9(x^2 + 1) = 34 \Rightarrow 9x^2 + 9 = 34$ $\Rightarrow 9x^2 = 25 \Rightarrow x^2 = \frac{25}{9}$ $\Rightarrow x = \pm \frac{5}{3} \Rightarrow s = \left\{ \frac{5}{3}, -\frac{5}{3} \right\}$
		$ii) 4x^2 - 3 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = \frac{3}{4}$ $\Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow s = \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$
		$i) (2y + 1)^2 = 16 \Rightarrow 2y + 1 = \pm 4$ $\Rightarrow 2y + 1 = 4 \text{ or } 2y + 1 = -4$ $\Rightarrow y = \frac{3}{2} \text{ or } y = -\frac{5}{2}$ $\Rightarrow s = \left\{ \frac{3}{2}, -\frac{5}{2} \right\}$
		<p>لذا مجموعة الحل المعطاة في السؤال لاتمثل الحل .</p>
41	قبر	$ii) 3x^2 - 7 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 7 \Rightarrow x^2 = \frac{7}{3}$ $\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{7}{3}} \Rightarrow s = \left\{ \sqrt{\frac{7}{3}}, -\sqrt{\frac{7}{3}} \right\}$
		<p>لذا مجموعة الحل المعطاة في السؤال لاتمثل الحل .</p>
42		$5x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{4}{5}} = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\Rightarrow s = \left\{ \frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}} \right\}$ <p>مجموعة الحل الصحيحة</p>
43		<p>مربع العدد - 1 = مضاعفات العشرة لذا نبحث عن العدد (من رقم واحد) أحاده مربعه واحد ، وهو العدد ، 9 وللتحقق من أنه العدد المطلوب</p> $9^2 - 1 = 81 - 1 = 80 = 8 \times 10$
أكتب		$(8 - 3y)^2 - 1 \Rightarrow (8 - 3y)^2 = 1 \Rightarrow 8 - 3y = \pm 1$ $\Rightarrow 8 - 3y = 1 \text{ or } 8 - 3y = -1$ $\Rightarrow 3y = 7 \text{ or } 3y = 9 \Rightarrow y = \frac{7}{3} \text{ or } y = 3$ $\Rightarrow s = \left\{ \frac{7}{3}, 3 \right\}$

	1	$x^2 - 9x + 18 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 6) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0$ or $x - 6 = 0$ $\Rightarrow x = 3$ or $x = 6 \Rightarrow s = \{3, 6\}$
	2	$x^2 - 4x + 32 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x + 4) = 0 \Rightarrow x - 8 = 0$ or $x + 4 = 0$ $\Rightarrow x = 8$ or $x = -4 \Rightarrow s = \{8, -4\}$
	3	$y^2 + 48y - 49 = 0 \Rightarrow (y + 49)(y - 1) = 0 \Rightarrow y + 49 = 0$ or $y - 1 = 0$ $\Rightarrow y = -49$ or $y = 1 \Rightarrow s = \{-49, 1\}$
	4	$y^2 + 9y - 36 = 0 \Rightarrow (y - 3)(y + 12) = 0 \Rightarrow y - 3 = 0$ or $y + 12 = 0$ $\Rightarrow y = 3$ or $y = -12 \Rightarrow s = \{3, -12\}$
	5	$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow x - 2 = 0$ or $x - 1 = 0$ $\Rightarrow x = 2$ or $x = 1 \Rightarrow s = \{2, 1\}$
	6	$y^2 - 8y - 33 = 0 \Rightarrow (y - 11)(y + 3) = 0 \Rightarrow (y - 11)(y + 3) = 0$ $\Rightarrow y - 11 = 0$ or $y + 3 = 0 \Rightarrow y = 11$ or $y = -3 \Rightarrow s = \{11, -3\}$
	7	$x^2 - 2x = 35 \Rightarrow x^2 - 2x - 35 = 0 \Rightarrow (x - 7)(x + 5) = 0$, نفرض أن العدد هو x $\Rightarrow x - 7 = 0$ or $x + 5 = 0 \Rightarrow x = 7$ or $x = -5$ لذا العدد هو 7 أو -5
	8	$y^2 + 4y = 45 \Rightarrow y^2 + 4y - 45 = 0 \Rightarrow (y + 9)(y - 5) = 0 \Rightarrow y + 9 = 0$ or $y - 5 = 0$ $\Rightarrow y = -9$ or $y = 5$ نفرض أن العدد هو y لذا العدد هو -9 أو 5
تأكد من فهمك	9	$x(x + 2) = 48 \Rightarrow x^2 + 2x - 48 = 0 \Rightarrow (x + 8)(x - 6) = 0$ $\Rightarrow x + 8 = 0$ or $x - 6 = 0$ $\Rightarrow x = -8$ يهمل or $x = 6$ لذا عرض السجادة هو 6m وطول السجادة هو 8m
	10	$15x^2 - 11x - 14 = 0 \Rightarrow (3x + 2)(5x - 7) = 0 \Rightarrow 3x + 2 = 0$ or $5x - 7 = 0$ $\Rightarrow x = -\frac{2}{3}$ or $x = \frac{7}{5}$ $\Rightarrow s = \{-\frac{2}{3}, \frac{7}{5}\}$
	11	$6 + 7x - 5x^2 = 0 \Rightarrow (2 - x)(3 + 5x) = 0 \Rightarrow 2 - x = 0$ or $3 + 5x = 0$ $\Rightarrow x = 2$ or $x = -\frac{3}{5} \Rightarrow s = \{2, -\frac{3}{5}\}$
	12	$42 + 64y + 24y^2 = 0 \Rightarrow 21 + 32y + 12y^2 = 0$ بالقسمة على 2 $\Rightarrow (7 + 6y)(3 + 2y) = 0$ $\Rightarrow 7 + 6y = 0$ or $3 + 2y = 0$ $\Rightarrow y = -\frac{7}{6}$ or $y = -\frac{3}{2} \Rightarrow s = \{-\frac{7}{6}, -\frac{3}{2}\}$

الإجابة

13	$36 - 75x + 6x^2 = 0 \Rightarrow (1 - 2x)(36 - 3x) = 0 \Rightarrow 1 - 2x = 0 \text{ or } 36 - 3x = 0$ $\Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ or } x = 12$ $\Rightarrow s = \{\frac{1}{2}, 12\}$
14	$70 - 33y + 2y^2 = 0 \Rightarrow (5 - 2y)(14 - y) = 0 \Rightarrow 5 - 2y = 0 \text{ or } 14 - y = 0$ $\Rightarrow y = \frac{5}{2} \text{ or } y = 14 \Rightarrow s = \{\frac{5}{2}, 14\}$
15	<p>نفرض عرض الأرض هو x لذا طولها هو $x + 4$</p> $x(x + 4) = 60 \Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Rightarrow (x + 10)(x - 6) = 0$ $\Rightarrow x + 10 = 0 \text{ or } x - 6 = 0$ $\Rightarrow x = -10 \text{ يهمل or } x = 6$
16	<p>عرض الأرض هو $6m$ وطولها $10m$</p> $x^2 - 15x + 56 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x - 7) = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow x - 8 = 0 \text{ or } x - 7 = 0$ $\Rightarrow x = 8 \text{ or } x = 7 \Rightarrow s = \{8, 7\}$
17	$y^2 + 16y + 63 = 0 \Rightarrow (y + 9)(y + 7) = 0$ $\Rightarrow y + 9 = 0 \text{ or } y + 7 = 0$ $\Rightarrow y = -9 \text{ or } y = -7 \Rightarrow s = \{-9, -7\}$
18	$x^2 + 15x - 16 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 16) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \text{ or } x + 16 = 0$ $\Rightarrow x = 1 \text{ or } x = -16 \Rightarrow s = \{1, -16\}$
19	$y^2 - y - 42 = 0 \Rightarrow (y - 7)(y + 6) = 0 \Rightarrow y - 7 = 0 \text{ or } y + 6 = 0$ $\Rightarrow y = 7 \text{ or } y = -6 \Rightarrow s = \{7, -6\}$
20	$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \text{ or } x - 1 = 0$ $\Rightarrow x = 3 \text{ or } x = 1 \Rightarrow s = \{3, 1\}$
21	$y^2 - 6y - 55 = 0 \Rightarrow (y - 11)(y + 5) = 0 \Rightarrow y - 11 = 0 \text{ or } y + 5 = 0$ $\Rightarrow y = 11 \text{ or } y = -5 \Rightarrow s = \{11, -5\}$
22	<p>نفرض طول القطعة x لذا عرض القطعة $x - 2$</p> $x(x - 2) = 24 \Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 4) = 0 \Rightarrow x - 6 = 0 \text{ or } x + 4 = 0$ $\Rightarrow x = 6 \text{ or } x = -4 \text{ يهمل}$ <p>إذن طول القطعة $6m$ وعرضها $4m$</p>
23	$12x^2 - 20x + 7 = 0 \Rightarrow (2x - 1)(6x - 7) = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \text{ or } 6x - 7 = 0$ $\Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ or } x = \frac{7}{6} \Rightarrow s = \{\frac{1}{2}, \frac{7}{6}\}$
24	$28 + 2z - 8z^2 = 0 \Rightarrow 14 + z - 4z^2 = 0$ $\Rightarrow (2 - z)(7 + 4z) = 0 \Rightarrow 2 - z = 0 \text{ or } 7 + 4z = 0$ $\Rightarrow z = 2 \text{ or } z = \frac{-7}{4} \Rightarrow s = \{2, \frac{-7}{4}\}$
25	$81 + 9x - 12x^2 = 0 \Rightarrow 27 - 3x - 4x^2 = 0 \Rightarrow (3 + x)(9 - 4x) = 0$ $\Rightarrow 3 + x = 0 \text{ or } 9 - 4x = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ or } x = \frac{9}{4} \Rightarrow s = \{-3, \frac{9}{4}\}$

تدريب وحل تمرينات

		الإجابة	
تدريب وحل تمرينات	26	$50z^2 - 10z - 4 = 0 \Rightarrow 25z^2 - 5z - 2 = 0 \Rightarrow (5z - 1)(5z + 2) = 0$ $\Rightarrow 5z - 1 = 0 \text{ or } 5z + 2 = 0$ $\Rightarrow z = \frac{1}{5} \text{ or } z = -\frac{2}{5} \Rightarrow s = \left\{ \frac{1}{5}, -\frac{2}{5} \right\}$	
	27	<p>نفرض عرض الصالة هو x لذا طول الصالة هو $2x - 3$</p> $x(2x - 3) = 54 \Rightarrow 2x^2 - 3x = 54 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 54 = 0 \Rightarrow (2x + 9)(x - 6) = 0$ $\Rightarrow 2x + 9 = 0 \text{ or } x - 6 = 0$ $\Rightarrow x = -\frac{9}{2} \text{ يهمل or } x = 6$	
	28	<p>بنين عرض الصالة هو $6m$ وطولها $9m$</p> $x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \text{ or } x - 1 = 0$ $\Rightarrow x = 3 \text{ or } x = 1 \Rightarrow s = \{3, 1\}$	التحقق:
		$L.S = 3^2 - 4(3) + 3 = 9 - 12 + 3 = 0 = R.S$ $L.S = 1^2 - 4(1) + 3 = 1 - 4 + 3 = 0 = R.S$	عندما $x = 3$ فإن عندما $x = 1$ فإن
	29	$y^2 - 9y - 36 = 0 \Rightarrow (y - 12)(y + 3) = 0 \Rightarrow y - 12 = 0 \text{ or } y + 3 = 0$ $\Rightarrow y = 12 \text{ or } y = -3 \Rightarrow s = \{12, -3\}$	التحقق:
		$L.S = (12)^2 - 9(12) - 36 = 144 - 108 - 36 = 0 = R.S$ $L.S = (-3)^2 - 9(-3) - 36 = 9 + 27 - 36 = 0 = R.S$	عندما $y = 12$ فإن عندما $y = -3$ فإن
30	$4 - 26x + 12x^2 = 0 \Rightarrow 2 - 13x + 6x^2 = 0 \Rightarrow (2 - x)(1 - 6x) = 0$ $\Rightarrow 2 - x = 0 \text{ or } 1 - 6x = 0$ $\Rightarrow x = 2 \text{ or } x = \frac{1}{6} \Rightarrow s = \left\{ 2, \frac{1}{6} \right\}$	التحقق:	
	$L.S = 4 - 26(2) + 12(2^2) = 4 - 52 + 48 = 0 = R.S$ $L.S = 4 - 26\left(\frac{1}{6}\right) + 12\left(\frac{1}{6}\right)^2 = 4 - \frac{13}{3} + \frac{1}{3} = \frac{12 - 13 + 1}{3} = 0 = R.S$	عندما $x = 2$ فإن عندما $x = \frac{1}{6}$ فإن	
31	$80 - 38y + 3y^2 = 0 \Rightarrow (10 - y)(8 - 3y) = 0$ $\Rightarrow 10 - y = 0 \text{ or } 8 - 3y = 0$ $\Rightarrow y = 10 \text{ or } y = \frac{8}{3} \Rightarrow s = \left\{ 10, \frac{8}{3} \right\}$	التحقق:	
	$L.S = 80 - 38(10) + 3(10)^2 = 80 - 380 + 300 = 0 = R.S$ $L.S = 80 - 38\left(\frac{8}{3}\right) + 3\left(\frac{8}{3}\right)^2 = 0 = R.S$	عندما $y = 10$ فإن عندما $y = \frac{8}{3}$ فإن	
تدريب وحل مسائل حياتية	32	<p>نفرض أن عرض الصورة هو x لذا طول الصورة هو $2x + 4$</p> $x(2x + 4) = 160 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 160 = 0$ $\Rightarrow x^2 + 2x - 80 = 0 \Rightarrow (x + 10)(x - 8) = 0$ $\Rightarrow x = -10 \text{ يهمل or } x = 8$ <p>لذا عرض الصورة هو $8m$ وطولها $20m$</p>	

تدريبات وحل مسائل حركية	33	<p>نفرض عرض الحقل هو y لذا طوله $2y - 4$</p> $y(2y - 4) = 96 \Rightarrow 2y^2 - 4y - 96 = 0$ $\Rightarrow y^2 - 2y - 48 = 0 \Rightarrow (y - 8)(y + 6) = 0$ $\Rightarrow y - 8 = 0 \text{ or } y + 6 = 0$ $\Rightarrow y = 8 \text{ or } y = -6 \text{ بهمل}$ <p>لذا عرض الحقل هو $8m$ وطوله $12m$</p> <p>محيط الحقل $2(12 + 8) = 40m$</p> <p>لذا السياج الذي طوله $44m$ يكفي لتحويط الحقل لأنه أكبر من محيط الحقل</p>
	34	<p>نفرض عرض الأطار هو x لذا طوله $2x$</p> <p>عرض الأطار بعد التصغير $x - 2$</p> <p>طول الأطار بعد التصغير $2x - 2$</p> $(x - 2)(2x - 2) = 40 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 4 - 40 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x - 36 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0$ $\Rightarrow (x - 6)(x + 3) = 0 \Rightarrow x - 6 = 0 \text{ or } x + 3 = 0$ $\Rightarrow x = 6 \text{ or } x = -3 \text{ بهمل}$ <p>عرض الأطار هو $6cm$ وطوله $12cm$</p>
تدريبات	35	<p>i) $(x - 3)(x + 2) = 14 \Rightarrow x^2 - x - 6 - 14 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 4) = 0$</p> $\Rightarrow x - 5 = 0 \text{ or } x + 4 = 0$ $\Rightarrow x = 5 \text{ or } x = -4 \Rightarrow s = \{5, -4\}$ <p>ii) $3y^2 - 11y + 10 = 80 \Rightarrow 3y^2 - 11y - 70 = 0 \Rightarrow (3y + 10)(y - 7) = 0$</p> $\Rightarrow 3y + 10 = 0 \text{ or } y - 7 = 0$ $\Rightarrow y = \frac{-10}{3} \text{ or } y = 7 \Rightarrow s = \left\{\frac{-10}{3}, 7\right\}$
	36	<p>i) $4x^2 + 2x - 30 = 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 15 = 0 \Rightarrow (2x + 5)(x - 3) = 0$</p> $\Rightarrow 2x + 5 = 0 \text{ or } x - 3 = 0$ $\Rightarrow x = \frac{-5}{2} \text{ or } x = 3 \Rightarrow s = \left\{\frac{-5}{2}, 3\right\}$ <p>الحل المعطى لا يمثل مجموعة الحل</p> <p>ii) $42 - 33y + 6y^2 = 0 \Rightarrow 14 - 11y + 2y^2 = 0 \Rightarrow (2 - y)(7 - 2y) = 0$</p> $\Rightarrow 2 - y = 0 \text{ or } 7 - 2y = 0$ $\Rightarrow y = 2 \text{ or } y = \frac{7}{2} \Rightarrow s = \left\{2, \frac{7}{2}\right\}$ <p>لذا مجموعة الحل المعطاة تمثل حل للمعادلة</p>
37	$2x^2 - 34 + 60 = 0 \Rightarrow x^2 - 17x + 30 = 0 \Rightarrow (x - 15)(x - 2) = 0$ $\Rightarrow x - 15 = 0 \text{ or } x - 2 = 0$ $\Rightarrow x = 15 \text{ or } x = 2 \Rightarrow s = \{2, 15\}$ <p>لذا مجموعة الحل $\{3, 15\}$ خطأ والصحيح هي $\{2, 15\}$</p>	

الإجابة	
الإجابة	<p>نفرض أن العدد هو x</p> $x^2 - 2x = 35 \Rightarrow x^2 - 2x - 35 \Rightarrow (x - 7)(x + 5) = 0$ $\Rightarrow x - 7 = 0 \quad \text{or} \quad x + 5 = 0$ $\Rightarrow x = 7 \quad \text{or} \quad x = -5$ <p>لذا العدد هو 7 أو -5</p>

سلسلة النجاح في الرياضيات



الإجابة

1 $x^2 + 12x + 36 = 0 \Rightarrow (x + 6)^2 = 0 \Rightarrow x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$

2 $y^2 - 10y + 25 = 0 \Rightarrow (y - 5)^2 = 0 \Rightarrow y - 5 = 0 \Rightarrow y = 5$

3 $4x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow (2x - 1)^2 = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

4 $y^2 + 2\sqrt{7}y + 7 = 0 \Rightarrow (y + \sqrt{7})^2 = 0 \Rightarrow y + \sqrt{7} = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{7}$

5 $x^2 - 16x + 64 = 0 \Rightarrow (x - 8)^2 = 0 \Rightarrow x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$

6 $\frac{1}{16} - \frac{1}{2}x + x^2 = 0 \Rightarrow (\frac{1}{4} - x)^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{4} - x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$

7 $x^2 - 10x - 24 = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + 25 = 24 + 25 \Rightarrow (x - 5)^2 = 49 \Rightarrow x - 5 = \pm 7$
 $\Rightarrow \begin{cases} x - 5 = 7 \Rightarrow x = 12 \\ \text{or } x - 5 = -7 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \Rightarrow s = \{ 12, -2 \}$

8 $y^2 - 3 = 2y \Rightarrow y^2 - 2y = 3 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = 3 + 1 \Rightarrow (y - 1)^2 = 4 \Rightarrow y - 1 = \pm 2$
 $\Rightarrow \begin{cases} y - 1 = 2 \Rightarrow y = 3 \\ \text{or } y - 1 = -2 \Rightarrow y = -1 \end{cases} \Rightarrow s = \{ 3, -1 \}$

9 $4x^2 - 3x - 16 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 3x = 16 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{4}x = 4 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{9}{64} = 4 + \frac{9}{64}$
 $\Rightarrow (x - \frac{3}{8})^2 = \frac{265}{64} \Rightarrow x - \frac{3}{8} = \pm \frac{\sqrt{265}}{8} \Rightarrow \begin{cases} x - \frac{3}{8} = \frac{\sqrt{265}}{8} \Rightarrow x = \frac{3 + \sqrt{265}}{8} \\ \text{or } x - \frac{3}{8} = -\frac{\sqrt{265}}{8} \Rightarrow x = \frac{3 - \sqrt{265}}{8} \end{cases}$
 $\Rightarrow s = \{ \frac{3 + \sqrt{265}}{8}, \frac{3 - \sqrt{265}}{8} \}$ مجموعة الحل

10 $3y^2 + 2y = 1 \Rightarrow y^2 + \frac{2}{3}y = \frac{1}{3} \Rightarrow y^2 + \frac{2}{3}y + \frac{4}{36} = \frac{1}{3} + \frac{4}{36} \Rightarrow (y + \frac{2}{6})^2 = \frac{16}{36}$
 $\Rightarrow y + \frac{2}{6} = \pm \frac{4}{6}$
 $\Rightarrow \begin{cases} y + \frac{2}{6} = \frac{4}{6} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \\ \text{or } y + \frac{2}{6} = -\frac{4}{6} \Rightarrow y = -1 \end{cases}$
 $\Rightarrow s = \{ \frac{1}{3}, -1 \}$

11 $x^2 - \frac{6}{5}x = \frac{1}{5} \Rightarrow x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{9}{25} = \frac{1}{5} + \frac{9}{25} \Rightarrow (x - \frac{3}{5})^2 = \frac{14}{25}$
 $\Rightarrow x - \frac{3}{5} = \pm \frac{\sqrt{14}}{5}$
 $\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{3}{5} = \frac{\sqrt{14}}{5} \Rightarrow x = \frac{3 + \sqrt{14}}{5} \\ \text{or } x - \frac{3}{5} = -\frac{\sqrt{14}}{5} \Rightarrow x = \frac{3 - \sqrt{14}}{5} \end{cases}$
 $\Rightarrow s = \{ \frac{3 + \sqrt{14}}{5}, \frac{3 - \sqrt{14}}{5} \}$

تأكد من فهمك

الإجابة

	<p>12</p> $5y^2 + 15y - 30 = 0 \Rightarrow y^2 + 3y = 6 \Rightarrow y^2 + 3y + \frac{9}{4} = 6 + \frac{9}{4} \Rightarrow (y + \frac{3}{2})^2 = \frac{33}{4}$ $\Rightarrow y + \frac{3}{2} = \pm \frac{\sqrt{33}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y + \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{33}}{2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{33}-3}{2} \\ \text{or } y + \frac{3}{2} = \frac{-\sqrt{33}}{2} \Rightarrow y = \frac{-\sqrt{33}-3}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow s = \{ \frac{\sqrt{33}-3}{2}, \frac{-\sqrt{33}-3}{2} \}$
	<p>13</p> $x^2 + 24x + 144 = 0 \Rightarrow (x)^2 + 24x + (12)^2 = 0 \Rightarrow (x + 12)^2 = 0$ $\Rightarrow x + 12 = 0 \Rightarrow x = -12$
	<p>14</p> $y^2 - 20y + 100 = 0 \Rightarrow (x - 10)^2 = 0$ $\Rightarrow y - 10 = 0 \Rightarrow y = 10$
	<p>15</p> $y^2 + 4\sqrt{2}y + 8 = 0 \Rightarrow (y + 2\sqrt{2})^2 = 0$ $\Rightarrow y + 2\sqrt{2} = 0 \Rightarrow y = -2\sqrt{2}$
	<p>16</p> $7 - 2\sqrt{7}z + z^2 = 0 \Rightarrow (\sqrt{7} - z)^2 = 0$ $\Rightarrow \sqrt{7} - z = 0 \Rightarrow z = \sqrt{7}$
	<p>17</p> $3y^2 + 36 - 12\sqrt{3}y = 0 \Rightarrow 3y^2 - 12\sqrt{3}y + 36 = 0 \Rightarrow (\sqrt{3}y - 6)^2 = 0$ $\Rightarrow \sqrt{3}y - 6 = 0 \Rightarrow y = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$
	<p>18</p> $9z^2 - 10z + \frac{25}{9} = 0 \Rightarrow (3z - \frac{5}{3})^2 = 0$ $\Rightarrow 3z - \frac{5}{3} = 0 \Rightarrow z = \frac{5}{9}$
	<p>19</p> $y^2 + 2\sqrt{3}y = 3 \Rightarrow y^2 + 2\sqrt{3}y + 3 = 3 + 3 \Rightarrow (y + \sqrt{3})^2 = 6 \Rightarrow y + \sqrt{3} = \pm \sqrt{6}$ $\Rightarrow \begin{cases} y + \sqrt{3} = \sqrt{6} \Rightarrow y = \sqrt{6} - \sqrt{3} \\ \text{or } y + \sqrt{3} = -\sqrt{6} \Rightarrow y = -\sqrt{6} - \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow s = \{ \sqrt{6} - \sqrt{3}, -\sqrt{6} - \sqrt{3} \}$
	<p>20</p> $4z^2 - 12z - 27 = 0 \Rightarrow 4z^2 - 12z = 27 \Rightarrow z^2 - 3z = \frac{27}{4} \Rightarrow z^2 - 3z + \frac{9}{4} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4}$ $\Rightarrow (z - \frac{3}{2})^2 = \frac{36}{4} \Rightarrow z - \frac{3}{2} = \pm \frac{6}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} z - \frac{3}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow z = \frac{9}{2} \\ \text{or } z - \frac{3}{2} = \frac{-6}{2} \Rightarrow z = \frac{-3}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow s = \{ \frac{9}{2}, \frac{-3}{2} \}$

تدريب وحل التمرينات

الإجابة

21

$$x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 1 \Rightarrow (x - 1)^2 = 1 \Rightarrow x - 1 = \pm 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \\ \text{or } x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow s = \{2, 0\} \end{cases}$$

22

$$y^2 - 8y = 24 \Rightarrow y^2 - 8y + 16 = 24 + 16 \Rightarrow (y - 4)^2 = 40 \Rightarrow y - 4 = \pm 2\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y - 4 = 2\sqrt{10} \Rightarrow y = 4 + 2\sqrt{10} \\ \text{or } y - 4 = -2\sqrt{10} \Rightarrow y = 4 - 2\sqrt{10} \Rightarrow s = \{4 + 2\sqrt{10}, 4 - 2\sqrt{10}\} \end{cases}$$

23

$$x^2 - \frac{2}{3}x = 4 \Rightarrow x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 4 + \frac{1}{9} \Rightarrow (x - \frac{1}{3})^2 = \frac{37}{9}$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{3} = \pm \frac{\sqrt{37}}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{37}}{3} \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{37}}{3} \\ \text{or } x - \frac{1}{3} = \frac{-\sqrt{37}}{3} \Rightarrow x = \frac{1 - \sqrt{37}}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow s = \left\{ \frac{1 + \sqrt{37}}{3}, \frac{1 - \sqrt{37}}{3} \right\}$$

24

$$8y^2 + 16y - 64 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y = 8 \Rightarrow y^2 + 2y + 1 = 9 \Rightarrow (y + 1)^2 = 9 \Rightarrow y + 1 = \pm 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y + 1 = 3 \Rightarrow y = 2 \\ \text{or } y + 1 = -3 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow s = \{2, -4\} \end{cases}$$

25

$$x^2 - 6x = 15 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 15 + 9 \Rightarrow (x - 3)^2 = 24 \Rightarrow x - 3 \approx \pm 5 \quad \boxed{\sqrt{24} \approx \sqrt{25} = 5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 3 \approx 5 \Rightarrow x \approx 8 \\ \text{or } x - 3 \approx -5 \Rightarrow x \approx -2 \Rightarrow s = \{8, -2\} \end{cases}$$

26

$$y(2y + 28) = 28 \Rightarrow 2y^2 - 28y = 28 \Rightarrow y^2 - 14y = 14$$

$$\Rightarrow y^2 - 14y + 49 = 14 + 49 \Rightarrow (y + 7)^2 = 63 \Rightarrow y + 7 \approx \pm 8 \quad \boxed{\sqrt{63} \approx \sqrt{64} = 8}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y + 7 \approx 8 \Rightarrow y \approx 1 \\ \text{or } y + 7 \approx -8 \Rightarrow y \approx -15 \Rightarrow s = \{1, -15\} \end{cases}$$

27

$$z^2 - 10z = -10 \Rightarrow z^2 - 10z + 25 = -10 + 25$$

$$\Rightarrow (z - 5)^2 = 15 \Rightarrow z - 5 \approx \pm 4 \quad \boxed{\sqrt{15} \approx \sqrt{16} = 4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z - 5 \approx 4 \Rightarrow z \approx 9 \\ \text{or } z - 5 \approx -4 \Rightarrow z \approx 1 \Rightarrow s = \{9, 1\} \end{cases}$$

28

$$x^2 - 28x + 196 = 0 \Rightarrow (x - 14)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x - 14 = 0$$

$$\Rightarrow x = 14$$

طول ضلع القاعدة = 14 m

تدرب وحل تمرينات

		الإجابة
تدريب وحل مسائل حياتية	29	<p>نفرض أن طول المنطقة هو x لذا عرض المنطقة هو $x - 8$</p> $x(x - 8) = 126 \Rightarrow x^2 - 8x = 126$ $\Rightarrow x^2 - 8x + 16 = 126 + 16 \Rightarrow (x - 4)^2 = 142$ $\Rightarrow (x - 4) = \pm 12$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\sqrt{142} \approx \sqrt{144} = 12$</div> $\Rightarrow \begin{cases} x - 4 \approx 12 \Rightarrow x \approx 16 \\ \text{or } x - 4 \approx -12 \Rightarrow x \approx -8 \end{cases}$ <p>يهمل $x \approx -8$</p> <p>لذا طول المنطقة هو 16m تقريباً وعرضها 8m تقريباً</p>
	30	$x^2 + 20x = 525 \Rightarrow x^2 + 20x + 100 = 525 + 100 \Rightarrow (x + 10)^2 = 625$ $\Rightarrow x + 10 = \pm 25$ $\Rightarrow \begin{cases} x + 10 = 25 \Rightarrow x = 15 \\ \text{or } x + 10 = -25 \Rightarrow x = -35 \end{cases}$ <p>يهمل $x = -35$</p> <p>ان عدد الحيتان هو 15 حوتاً</p>
تمر	31	<p>i) $4x(x - 6) = 27 \Rightarrow 4x^2 - 24x = 27 \Rightarrow x^2 - 6x = \frac{27}{4}$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\frac{27}{4} \approx \frac{28}{4} = 7$</div> $\Rightarrow x^2 - 6x + 9 \approx 7 + 9 \Rightarrow (x - 3)^2 \approx 16$ $\Rightarrow x - 3 \approx \pm 4$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 3 \approx 4 \Rightarrow x \approx 7 \\ \text{or } x - 3 \approx -4 \Rightarrow x \approx -1 \end{cases} \Rightarrow s = \{7, -1\}$ <p>ii) $6y^2 - 48y = 6 \Rightarrow y^2 - 8y = 1 \Rightarrow y^2 - 8y + 16 = 1 + 16 \Rightarrow (y - 4)^2 = 17$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$\sqrt{17} \approx \sqrt{16} = 4$</div> $\Rightarrow y - 4 \approx \pm 4$ $\Rightarrow \begin{cases} y - 4 \approx 4 \Rightarrow y \approx 8 \\ \text{or } y - 4 \approx -4 \Rightarrow y \approx 0 \end{cases} \Rightarrow s = \{8, 0\}$
	32	$4x^2 - 4\sqrt{3}x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - \sqrt{3}x = \frac{-3}{4}$ $\Rightarrow x^2 - \sqrt{3}x + \frac{3}{4} = \frac{-3}{4} + \frac{3}{4}$ $\Rightarrow (x - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 = 0 \Rightarrow x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ $\Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow s = \{ \frac{\sqrt{3}}{2} \}$ <p>لذا الحل المعطى لا يمثل الحل الصحيح</p>

الإجابة	
33	$y^2 - 4y + 4 = 0 \Rightarrow (y - 2)^2 = 0$ $\Rightarrow y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$ <p>كلا لأنه يتحلل إلى مربع كامل لذا القيمتان متساويتان وبالأشارة نفسها.</p>
٩١	<p>نفرض أن العدد هو x</p> $\frac{1}{81} - \frac{2}{9}z + z^2 = 0 \Rightarrow$ $\left(\frac{1}{9} - z\right)^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{9} - z = 0$ $\Rightarrow z = \frac{1}{9} \Rightarrow s = \left\{\frac{1}{9}\right\}$

سلسلة الناجح في الرياضيات



الإيجابية

www.derasatv.net

	1	$x^2 - 4x - 5 = 0 \quad , a = 1 \quad , \quad b = -4 \quad , \quad c = -5$ <p style="text-align: right;">المعادلة بالصورة القياسية</p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(-5)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2}$ $\Rightarrow x = \frac{4 \pm 6}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4 + 6}{2} = 5 \\ \text{or } x = \frac{4 - 6}{2} = -1 \end{cases}$ $\Rightarrow s = \{ 5, -1 \}$
	2	$y^2 + 5y - 1 = 0 \quad , a = 1 \quad , \quad b = 5 \quad , \quad c = -1$ $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$ $\Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 4}}{2} \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{29}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-5 + \sqrt{29}}{2} \\ \text{or } y = \frac{-5 - \sqrt{29}}{2} \end{cases} \Rightarrow s = \left\{ \frac{-5 + \sqrt{29}}{2}, \frac{-5 - \sqrt{29}}{2} \right\}$
تأكد من فهمك	3	$3x^2 - 9x = -2 \Rightarrow 3x^2 - 9x + 2 = 0 \quad , a = 3 \quad , \quad b = -9 \quad , \quad c = 2$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4(3)(2)}}{2(3)}$ $\Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 24}}{6} \Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{57}}{6}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9 + \sqrt{57}}{6} \\ \text{or } x = \frac{9 - \sqrt{57}}{6} \end{cases} \Rightarrow s = \left\{ \frac{9 + \sqrt{57}}{6}, \frac{9 - \sqrt{57}}{6} \right\}$
	4	$4y^2 + 8y = 6 \Rightarrow 4y^2 + 8y - 6 = 0 \quad , a = 4 \quad , \quad b = 8 \quad , \quad c = -6$ $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4(4)(-6)}}{2(4)}$ $\Rightarrow y = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 96}}{8} \Rightarrow y = \frac{-8 \pm \sqrt{160}}{8}$ $\Rightarrow y = \frac{-8 \pm 4\sqrt{10}}{8} \Rightarrow y = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-2 + \sqrt{10}}{2} \\ \text{or } y = \frac{-2 - \sqrt{10}}{2} \end{cases} \Rightarrow s = \left\{ \frac{-2 + \sqrt{10}}{2}, \frac{-2 - \sqrt{10}}{2} \right\}$

		الإجابة
تأكد من فهمك	5	$4x^2 - 12x + 9 = 0$, $a = 4$, $b = -12$, $c = 9$ $x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4(4)(9)}}{2(4)} \Rightarrow \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8}$ $\Rightarrow x = \frac{12}{8} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ للمعادلة جذران حقيقيان متساويان
	6	$2y^2 - 3 = -5y \Rightarrow 2y^2 + 5y - 3 = 0$, $a = 2$, $b = 5$, $c = -3$ $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$ $\Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4} \Rightarrow y = \frac{-5 \pm 7}{4}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{1}{2} \\ \text{or } y = \frac{-5 - 7}{4} = -3 \end{cases} \Rightarrow s = \{\frac{1}{2}, -3\}$
	7	$2x^2 + 3x = 5 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0$, $a = 2$, $b = 3$, $c = -5$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 9 - 4(2)(-5)$ $\Rightarrow \Delta = 9 + 40 \Rightarrow \Delta = 49$ يوجد للمعادلة جذران حقيقيان نسبيا $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm 7}{4}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 + 7}{4} = 1 \\ \text{or } x = \frac{-3 - 7}{4} = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow s = \{1, -\frac{5}{2}\}$
	8	$3x^2 - 7x + 6 = 0$, $a = 3$, $b = -7$, $c = 6$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 49 - 4(3)(6)$ $\Delta = 49 - 72 \Rightarrow \Delta = -23$ لا توجد للمعادلة جذور حقيقية (مجموعة الحل للمعادلة في R هو \emptyset)
	9	$y^2 - 2y + 1 = 0$, $a = 1$, $b = -2$, $c = 1$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 4 - 4(1)(1) = 0$ للمعادلة جذران حقيقيان متساويان $y = \frac{-b}{2a} \Rightarrow y = \frac{2}{2(1)} = 1$

الإجابة

	<p>$y^2 + 12 = -9y \Rightarrow y^2 + 9y + 12 = 0$, $a = 1$, $b = 9$, $c = 12$</p> <p>$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 81 - 4(1)(12)$</p> <p>$\Rightarrow \Delta = 81 - 48 \Rightarrow \Delta = 33$</p> <p>يوجد للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين</p> <p>$y = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{2}$</p> <p>$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-9 + \sqrt{33}}{2} = 1 \\ \text{or } y = \frac{-9 - \sqrt{33}}{2} \end{cases} \Rightarrow s = \left\{ \frac{-9 + \sqrt{33}}{2}, \frac{-9 - \sqrt{33}}{2} \right\}$</p>
<p>تأكد من فهمك</p>	<p>$a = 1$, $b = -(k + 2)$, $c = 36$</p> <p>يكون جذرا المعادلة متساويين عندما $\Delta = 0$, لذا</p> <p>$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (k + 2)^2 - 4(1)(36) = 0$</p> <p>$\Rightarrow (k + 2)^2 = 144 \Rightarrow k + 2 = \pm 12$</p> <p>$\Rightarrow \begin{cases} k + 2 = 12 \Rightarrow k = 10 \\ \text{or } k + 2 = -12 \Rightarrow k = -14 \end{cases}$</p> <p>التحقق (i) : عندما $k = 10$ فان</p> <p>$x^2 - (k + 2)x + 36 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 36 = 0$</p> <p>$\Rightarrow (x - 6)^2 = 0 \Rightarrow x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$</p> <p>(ii) عندما $k = -14$ فان</p> <p>$x^2 - (k + 2)x + 36 = 0 \Rightarrow x^2 + 12x + 36 = 0$</p> <p>$\Rightarrow (x + 6)^2 = 0 \Rightarrow x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$</p>
	<p>$4y^2 + 25 = (k - 5)y \Rightarrow 4y^2 - (k - 5)y + 25 = 0$, $a = 4$, $b = -(k - 5)$, $c = 25$</p> <p>$\Delta = 0$ يكون جذرا المعادلة متساويين عندما $\Delta = 0$</p> <p>$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (k - 5)^2 - 4(4)(25) = 0$</p> <p>$\Rightarrow (k - 5)^2 = 400 \Rightarrow k - 5 = \pm 20$</p> <p>$\Rightarrow \begin{cases} k - 5 = 20 \Rightarrow k = 25 \\ \text{or } k - 5 = -20 \Rightarrow k = -15 \end{cases}$</p> <p>التحقق (i) : عندما $k = 25$ فان</p> <p>$4y^2 - (k - 5)y + 25 = 0 \Rightarrow 4y^2 - 20y + 25 = 0 \Rightarrow (2y - 5)^2 = 0$</p> <p>$\Rightarrow 2y - 5 = 0 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$</p> <p>(ii) عندما $k = -15$ فان</p> <p>$4y^2 - (k - 5)y + 25 = 0 \Rightarrow 4y^2 + 20y + 25 = 0$</p> <p>$\Rightarrow (2y + 5)^2 = 0 \Rightarrow 2y + 5 = 0 \Rightarrow y = -\frac{5}{2}$</p>

		الإجابة	
تأكد من فهمك	13	$z^2 + 16 = (k + 4)z \Rightarrow z^2 - (k + 4)z + 16 = 0$ $\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (k + 4)^2 - 4(1)(16) = 0$ $\Rightarrow (k + 4)^2 = 64 \Rightarrow k + 4 = \pm 8$ $\Rightarrow \begin{cases} k + 4 = 8 \Rightarrow k = 4 \\ \text{or} \\ k + 4 = -8 \Rightarrow k = -12 \end{cases}$	<p>, a = 1 , b = -(k + 4) , c = 16</p> <p>$\Delta = 0$ يكون جذرا المعادلة متساويين عندما</p>
		$z^2 - (k + 4)z + 16 = 0 \Rightarrow z^2 - 8z + 16 = 0$ $\Rightarrow (z - 4)^2 = 0 \Rightarrow z - 4 = 0 \Rightarrow z = 4$ $z^2 - (k + 4)z + 16 = 0 \Rightarrow z^2 + 8z + 16 = 0$ $\Rightarrow (z + 4)^2 = 0 \Rightarrow z + 4 = 0 \Rightarrow z = -4$	<p>التحقق (i) : عندما k = 4 فان</p> <p>(ii) عندما k = -12 فان</p>
	14	$a = 1 , b = -6 , c = 28$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 36 - 4(1)(28)$ $\Rightarrow \Delta = 36 - 112 \Rightarrow \Delta = -76$	<p>بما أن المقدار المميز سالب فلذا المعادلة ليس لها حل في R</p>
تدرب وحل تمرينات	15	$x^2 - 7x - 14 = 0 , a = 1 , b = -7 , c = -14$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4(1)(-14)}}{2(1)}$ $\Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 56}}{2} \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{105}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7 + \sqrt{105}}{2} \\ \text{or} \\ x = \frac{7 - \sqrt{105}}{2} \end{cases} \Rightarrow s = \left\{ \frac{7 + \sqrt{105}}{2}, \frac{7 - \sqrt{105}}{2} \right\}$	
	16	$y^2 + 3y - 9 = 0 , a = 1 , b = 3 , c = -9$ $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(1)(-9)}}{2(1)}$ $\Rightarrow y = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 36}}{2} \Rightarrow y = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-3 + 3\sqrt{5}}{2} \\ \text{or} \\ y = \frac{-3 - 3\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow s = \left\{ \frac{-3 + 3\sqrt{5}}{2}, \frac{-3 - 3\sqrt{5}}{2} \right\}$	

		الإجابة
تدريب وحل تمرينات	17	$2x^2 - 8(3x + 2) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 24x - 16 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x - 8 = 0$, $a = 1$, $b = -12$, $c = -8$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4(1)(-8)}}{2(1)}$ $\Rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 32}}{2} \Rightarrow x = \frac{12 \pm 2\sqrt{44}}{2} \Rightarrow x = 6 \pm \sqrt{44}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 6 + \sqrt{44} \\ \text{or } x = 6 - \sqrt{44} \end{cases} \Rightarrow s = \{ 6 + \sqrt{44}, 6 - \sqrt{44} \}$
	18	$2y^2 - 2 = -10y \Rightarrow 2y^2 + 10y - 2 = 0 \Rightarrow y^2 + 5y - 1 = 0$, $a = 1$, $b = 5$, $c = -1$ $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$ $\Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 4}}{2} \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{29}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-5 + \sqrt{29}}{2} \\ \text{or } y = \frac{-5 - \sqrt{29}}{2} \end{cases} \Rightarrow s = \left\{ \frac{-5 + \sqrt{29}}{2}, \frac{-5 - \sqrt{29}}{2} \right\}$
	19	$x^2 + 4x - 5 = 0$, $a = 1$, $b = 4$, $c = -5$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 16 - 4(1)(-5)$ $\Rightarrow \Delta = 16 + 20 \Rightarrow \Delta = 36$ للمعادلة جذران حقيقيان نسبيين $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm 6}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-4 + 6}{2} = 1 \\ \text{or } x = \frac{-4 - 6}{2} = -5 \end{cases} \Rightarrow s = \{ 1, -5 \}$
	20	$y^2 - 2y - 10 = 0$, $a = 1$, $b = -2$, $c = -10$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 4 - 4(1)(-10)$ $\Rightarrow \Delta = 4 + 40 \Rightarrow \Delta = 44$ للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{2 \pm \sqrt{44}}{2} \Rightarrow y = 1 \pm \sqrt{11}$ $\Rightarrow y = 1 \pm \sqrt{11} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 + \sqrt{11} \\ \text{or } y = 1 - \sqrt{11} \end{cases} \Rightarrow s = \{ 1 + \sqrt{11}, 1 - \sqrt{11} \}$
	21	$2x^2 - 5x + 7 = 0$, $a = 2$, $b = -5$, $c = 7$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 25 - 4(2)(7) \Rightarrow \Delta = 25 - 56 \Rightarrow \Delta = -31$ لا يوجد حل لهذه المعادلة في الأعداد الحقيقية
22	$y^2 - 14y + 49 = 0$, $a = 1$, $b = -14$, $c = 49$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 196 - 4(1)(49) \Rightarrow \Delta = 196 - 196 \Rightarrow \Delta = 0$ المعادلة جذران حقيقيان متساويان $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{14}{2} \Rightarrow y = 7$	

الإجابة

23

$$x^2 - (k + 6)x + 49 = 0$$

$$a = 1, \quad b = -(k + 6), \quad c = 49$$

يكون للمعادلة جذران متساويين عندما $\Delta = 0$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (k + 6)^2 - 4(1)(49) = 0 \Rightarrow (k + 6)^2 = 196 \Rightarrow k + 6 = \pm 14$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k + 6 = 14 \Rightarrow k = 8 \\ \text{or} \\ k + 6 = -14 \Rightarrow k = -20 \end{cases}$$

$$x^2 - (k + 6)x + 49 = 0 \Rightarrow x^2 - 14x + 49 = 0 \Rightarrow (x - 7)^2 = 0 \Rightarrow x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$$

التحقق: (i) عندما $k = 8$ فإن

$$x^2 - (k + 6)x + 49 = 0 \Rightarrow x^2 + 14x + 49 = 0 \Rightarrow (x + 7)^2 = 0 \Rightarrow x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$$

(ii) عندما $k = -20$ فإن

24

$$4y^2 - (k - 6)y + 36 = 0$$

$$\Delta = 0$$

تكون للمعادلة جذران حقيقيان متساويان عندما

$$a = 4, \quad b = -(k - 6), \quad c = 36$$

$$\Delta \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow \Delta = (k - 6)^2 - 4(4)(36) = 0 \Rightarrow (k - 6)^2 = (24)^2 \Rightarrow k - 6 = \pm 24$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k - 6 = 24 \Rightarrow k = 30 \\ \text{or} \\ k - 6 = -24 \Rightarrow k = -18 \end{cases}$$

التحقق: (i) عندما $k = 30$ فإن

$$4y^2 - (k - 6)y + 36 = 0 \Rightarrow 4y^2 - 24y + 36 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 6y + 9 = 0 \Rightarrow (y - 3)^2 = 0 \Rightarrow y = 3$$

(ii) عندما $k = -18$ فإن

$$4y^2 - (k - 6)y + 36 = 0 \Rightarrow 4y^2 + 24y + 36 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 6y + 9 = 0 \Rightarrow (y + 3)^2 = 0 \Rightarrow y = -3$$

25

$$z^2 + 81 = (k + 9)z \Rightarrow z^2 - (k + 9)z + 81 = 0$$

$$\Delta = 0$$

يكون للمعادلة جذران حقيقيان متساويان عندما

$$a = 1, \quad b = -(k + 9), \quad c = 81$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (k + 9)^2 - 4(1)(81) = 0 \Rightarrow (k + 9)^2 = (18)^2 \Rightarrow k + 9 = \pm 18$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k + 9 = 18 \Rightarrow k = 9 \\ \text{or} \\ k + 9 = -18 \Rightarrow k = -27 \end{cases}$$

التحقق: (i) عندما $k = 9$ فإن

$$z^2 + 81 = (k + 9)z \Rightarrow z^2 - 18z + 81 = 0$$

$$\Rightarrow (z - 9)^2 = 0 \Rightarrow z - 9 = 0 \Rightarrow z = 9$$

(ii) عندما $k = -27$ فإن

$$z^2 - (k + 9)z + 81 = 0 \Rightarrow z^2 + 18z + 81 = 0$$

$$\Rightarrow (z + 9)^2 = 0 \Rightarrow z + 9 = 0 \Rightarrow z = -9$$

تدريب وحل تمرينات

		الإجابة
	26	$2z^2 - 3z + 10 = 0$, $a = 2$, $b = -3$, $c = 10$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 9 - 4(2)(10)$ $\Rightarrow \Delta = 9 - 80 = -71$ لا يوجد حل لهذه المعادلة حل في مجموعة الأعداد الحقيقية
تدريب وحل مسائل حياتية	27	$5t^2 + 60t = 140 \Rightarrow 5t^2 + 60t - 140 = 0$ $\Rightarrow t^2 + 12t - 28 = 0 \Rightarrow a = 1$, $b = 12$, $c = -28$ $t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow t = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4(1)(-28)}}{2} \Rightarrow t = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 112}}{2}$ $\Rightarrow t = \frac{-12 \pm \sqrt{256}}{2} \Rightarrow t = \frac{-12 \pm 16}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{-12 + 16}{2} = 2 \\ \text{or } t = \frac{-12 - 16}{2} = -14 \text{ يهمل} \end{cases}$ الزمن الذي وصلت به الى ارتفاع 140m هو 2sec
	28	$p^2 - 30p + 225 = 0$, $a = 1$, $b = -30$, $c = 225$ $p = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow p = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 4(1)(225)}}{2(1)}$ $\Rightarrow p = \frac{30 \pm 6\sqrt{900 - 900}}{2} \Rightarrow p = \frac{30}{2} = 15$ مبلغ الربح هو 15 ألف دينار في البدلة الواحدة , لذا $120 - 15 = 105$ لذا سعر كلفة البدلة الواحدة هو 105 ألف دينار
تمرين	29	i) $x^2 + 8x - 10 = 0 \Rightarrow a = 1$, $b = 8$, $c = -10$ $\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow \Delta = 64 - 4(1)(-10)$ $\Rightarrow \Delta = 64 + 40 \Rightarrow \Delta = 104$ المعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{104}}{2}$ $\Rightarrow x = \frac{-8 \pm 2\sqrt{26}}{2} \Rightarrow x = -4 \pm \sqrt{26}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = -4 + \sqrt{26} \\ \text{or } x = -4 - \sqrt{26} \end{cases} \Rightarrow s = \{-4 + \sqrt{26}, -4 - \sqrt{26}\}$
		ii) $3y^2 - 6y - 42 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y - 14 = 0$, $a = 1$, $b = -2$, $c = -14$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 4 - 4(1)(-14)$ $\Rightarrow \Delta = 4 + 56 \Rightarrow \Delta = 60$ المعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{2 \pm \sqrt{60}}{2}$ $\Rightarrow y = \frac{2 \pm 2\sqrt{15}}{2} \Rightarrow y = 1 \pm \sqrt{15}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = 1 + \sqrt{15} \\ \text{or } y = 1 - \sqrt{15} \end{cases} \Rightarrow s = \{1 + \sqrt{15}, 1 - \sqrt{15}\}$

		الإجابة
30		$2x^2 - 3x - 9 = 0 \Rightarrow a = 2, b = -3, c = -9$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 9 - 4(2)(-9)$ $\Rightarrow \Delta = 9 + 72 \Rightarrow \Delta = 81$ <p style="text-align: right;">للمعادلة جذران حقيقيان نسبيا</p>
31		$a = 1, b = -8, c = 16$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 64 - 4(1)(16) \Rightarrow \Delta = 0$ <p>بما أن المقدار المميز يساوي صفرًا لذا فإن للمعادلة جذرين حقيقيين متساويين يمكن حسابهما $\frac{-b}{2a}$ لذا</p> $z = \frac{8}{2} = 4$
اكتب		$x^2 - 20x + 100 = 0 \Rightarrow a = 1, b = -20, c = 100$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 400 - 4(1)(100) = 0$ <p>بما أن المقدار المميز يساوي صفرًا لذا فإن للمعادلة جذرين حقيقيين متساويين</p>



	1	<p>نقرب طرفي المعادلة في $(4x^2)$ LCM</p> $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{6}{4x^2}$ $\Rightarrow \frac{1}{x} (4x^2) + \frac{1}{2} (4x^2) = \frac{6}{4x^2} (4x^2)$ $\Rightarrow 4x + 2x^2 = 6 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 6 = 0$ $\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 3) = 0$ $\Rightarrow x - 1 = 0 \text{ or } x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ or } x = -3 \quad s = \{1, -3\}$ <p>التحقق (i) عندما $x = 1$ فان</p> $L.S = \frac{1}{x} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ $R.S = \frac{6}{4x^2} = \frac{6}{4(1)} = \frac{3}{2} = L.S$ <p>(ii) عندما $x = -3$ فان</p> $L.S = \frac{1}{-3} + \frac{1}{2} = \frac{-2 + 3}{6} = \frac{1}{6}$ $R.S = \frac{6}{2(-3)^2} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = L.S$
تأكد من فهمك	2	<p>نضرب طرفي المعادلة في $(10y)$ LCM</p> $\frac{y}{2} - \frac{7}{5} = \frac{3}{10y}$ $\Rightarrow 5y^2 - 14y = 3 \Rightarrow 5y^2 - 14y - 3 = 0 \Rightarrow (5y + 1)(y - 3) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 5y + 1 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{5} \\ \text{or } y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 \end{cases} \Rightarrow s = \{-\frac{1}{5}, 3\}$ <p>التحقق (i) عندما $y = -\frac{1}{5}$ فان</p> $L.S = \frac{y}{2} - \frac{7}{5} = \frac{\frac{1}{5}}{2} - \frac{7}{5} = \frac{1}{10} - \frac{7}{5} = \frac{-3}{2}$ $R.S = \frac{3}{10y} = \frac{3}{10 \cdot \frac{1}{5}} = \frac{-3}{2} = L.S$ <p>(ii) عندما $y = 3$ فان</p> $L.S = \frac{y}{2} - \frac{7}{5} = \frac{3}{2} - \frac{7}{5} = \frac{15 - 14}{10} = \frac{1}{10}$ $R.S = \frac{3}{10(3)} = \frac{1}{10} = L.S$
	3	<p>نضرب طرفي المعادلة في $(2x)$</p> $\frac{x+4}{2} = \frac{-3}{2x}$ $\Rightarrow x(x+4) = -3 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+3) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ \text{or } x+3 = 0 \Rightarrow x = -3 \end{cases} \Rightarrow s = \{-1, -3\}$ <p>التحقق (i) عندما $x = -1$ فان</p> $L.S = \frac{x+4}{2} = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$ $R.S = \frac{-3}{2(-1)} = \frac{3}{2} = L.S$

3

$$L.S = \frac{x+4}{2} = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2}$$

$$R.S = \frac{-3}{2(-3)} = \frac{1}{2} = L.S$$

(ii) عندما $x = -3$ فإن

$$\frac{y+1}{y^2} = \frac{3}{4}$$

نضرب طرفي المعادلة في $(4y^2)$

$$\Rightarrow 4(y+1) = 3y^2 \Rightarrow 3y^2 - 4y - 4 = 0 \Rightarrow (3y+2)(y-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3y+2=0 \Rightarrow y = -\frac{2}{3} \\ \text{or } y-2=0 \Rightarrow y=2 \end{cases} \Rightarrow s = \{-\frac{2}{3}, 2\}$$

4

$$L.S = \frac{y+1}{y^2} = \frac{-\frac{2}{3}+1}{(-\frac{2}{3})^2} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = R.S$$

التحقيق (i): عندما $y = -\frac{2}{3}$ فإن

$$L.S = \frac{y+1}{y^2} = \frac{2+1}{2^2} = \frac{3}{4} = R.S$$

(ii) عندما $y = 2$ فإن

$$\frac{9x-14}{x-5} = \frac{x^2}{x-5}$$

نضرب طرفي المعادلة في $(x-5)$

$$9x-14 = x^2 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ \text{or } x-7=0 \Rightarrow x=-7 \end{cases} \Rightarrow s = \{2, 7\}$$

التحقيق (i): عندما $x = 2$ فإن

5

$$L.S = \frac{9x-14}{x-5} = \frac{18-14}{2-5} = \frac{4}{-3}$$

$$R.S = \frac{2x}{x-5} = \frac{4}{-3} = L.S$$

(ii) عندما $x = 7$ فإن

$$L.S = \frac{9x-14}{x-5} = \frac{63-14}{7-5} = \frac{49}{2}$$

$$R.S = \frac{x^2}{x-5} = \frac{49}{2} = L.S$$

الإجابة

	<p>نضرب طرفي المعادلة في $(y^2 - 6)(y + 3)$</p> $\frac{1}{y^2 - 6} = \frac{2}{y + 3}$ $y + 3 = 2(y^2 - 6) \Rightarrow 2y^2 - 12 - y - 3 = 0 \Rightarrow 2y^2 - y - 15 = 0 \Rightarrow (2y + 5)(y - 3) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 2y + 5 = 0 \Rightarrow y = -\frac{5}{2} \\ \text{or } y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow s = \{-\frac{5}{2}, 3\} \end{cases}$ <p>تحقق (i): عندما $y = -\frac{5}{2}$ فإن</p> <p>6</p> $L.S = \frac{1}{y^2 - 6} = \frac{1}{\frac{25}{4} - 6} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$ $R.S = \frac{2}{y + 3} = \frac{2}{-\frac{5}{2} + 3} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 4 = L.S$ <p>(ii) عندما $y = 3$ فإن</p> $L.S = \frac{1}{y^2 - 6} = \frac{1}{9 - 6} = \frac{1}{3}$ $R.S = \frac{2}{y + 3} = \frac{2}{3 + 3} = \frac{1}{6} = \frac{1}{3} = L.S$
<p>تأكد من فهمك</p>	<p>نضرب طرفي المعادلة في $(y + 2)(y - 1)$</p> $\frac{y - 4}{y + 2} - \frac{2}{y - 2} = \frac{17}{y^2 - 4}$ $\Rightarrow \frac{y - 4}{y + 2} - \frac{2}{y - 2} = \frac{17}{(y + 2)(y - 2)} \Rightarrow (y - 4)(y - 2) - 2(y + 2) = 17$ $\Rightarrow y^2 - 6y + 8 - 2y - 4 - 17 = 0 \Rightarrow y^2 - 8y - 13 = 0 \quad , a = 1 \quad , \quad b = -8 \quad , \quad c = -13$ <p>7</p> $\Rightarrow y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(-13)}}{2}$ $\Rightarrow y = \frac{8 \pm \sqrt{29}}{2} \Rightarrow y = 4 \pm \sqrt{29}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = 4 + \sqrt{29} \\ \text{or } y = 4 - \sqrt{29} \Rightarrow s = \{4 + \sqrt{29}, 4 - \sqrt{29}\} \end{cases}$
	<p>نضرب طرفي المعادلة في $(x - 3)(x + 2)$</p> $\frac{9}{x^2 - x - 6} - \frac{5}{x - 3} = 1 \Rightarrow \frac{9}{(x - 3)(x + 2)} - \frac{5}{x - 3} = 1$ $\Rightarrow 9 - 5(x + 2) = (x - 3)(x + 2)$ <p>8</p> $\Rightarrow 9 - 5x - 10 = x^2 - x - 6 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow (x + 5)(x - 1) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \\ \text{or } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow s = \{-5, 1\} \end{cases}$

الإجابة

تأكد من فهمك	9	$\frac{12}{y^2 - 16} + \frac{6}{y + 4} = 2$ <p>نضرب طرفي المعادلة في $(y - 4)(y + 4)$</p> $\Rightarrow \frac{12}{(y - 4)(y + 4)} + \frac{6}{y + 4} = 2$ $\Rightarrow 12 + 6(y - 4) = 2(y - 4)(y + 4) \Rightarrow 12 + 6y - 24 = 2y^2 - 32$ $\Rightarrow 2y^2 - 6y - 20 = 0 \Rightarrow (2y + 4)(y - 5) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 2y + 4 = 0 \Rightarrow y = -2 \\ \text{or } y - 5 = 0 \Rightarrow y = 5 \end{cases} \Rightarrow s = \{-2, 5\}$
	10	$\frac{2x}{x + 1} + \frac{3x}{x - 1} = \frac{8 + 7x + 3x^2}{(x + 1)(x - 1)}$ <p>نضرب طرفي المعادلة في $(x + 1)(x - 1)$</p> $\Rightarrow 2x(x - 1) + 3x(x + 1) = 8 + 7x + 3x^2$ $\Rightarrow 2x^2 - 2x + 3x^2 + 3x = 8 + 7x + 3x^2$ $\Rightarrow 2x^2 - 6x - 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 1) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \\ \text{or } x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$ <p>يهمل لا يحقق لانه يجعل المقام صفراً</p> $\Rightarrow s = \{4\}$
تدرب وحل تمرينات	11	$\frac{4}{6x^2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{x}$ <p>نضرب طرفي المعادلة في $6x^2$</p> $\Rightarrow 4 + 2x^2 = 6x \Rightarrow 2x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$ $\Rightarrow (x - 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ \text{or } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases} \Rightarrow s = \{2, 1\}$ <p>التحقيق (i) عندما $x = 2$ فان</p> $L.S = \frac{4}{6x^2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $R.S = \frac{1}{x} = \frac{1}{2} = L.S$ <p>(ii) عندما $x = 1$ فان</p> $L.S = \frac{4}{6x^2} + \frac{1}{3} = \frac{4}{6} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$ $R.S = \frac{1}{x} = 1 = L.S$

الإجابة

تدريب وحل تمرينات	12	<p>نضرب طرفي المعادلة في 12y</p> $\frac{3y}{4} - \frac{6}{12y} + \frac{1}{4} = 0$ $\Rightarrow 9y^2 - 6 + 3y = 0 \Rightarrow 3y^2 + y - 2 = 0 \Rightarrow (3y - 2)(y + 1) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 3y - 2 = 0 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \\ \text{or } y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow s = \left\{ \frac{2}{3}, -1 \right\} \end{cases}$ <p>التحقق: (i) عندما $y = \frac{2}{3}$ فان</p> $L.S = \frac{3y}{4} - \frac{6}{12y} + \frac{1}{4} = \frac{3(\frac{2}{3})}{4} - \frac{6}{12(\frac{2}{3})} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 0 = R.S$ <p>(ii) عندما $y = -1$ فان</p> $L.S = \frac{3y}{4} - \frac{6}{12y} + \frac{1}{4} = \frac{3(-1)}{4} - \frac{6}{12(-1)} + \frac{1}{4} = \frac{-3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 0 = R.S$
	13	<p>نضرب طرفي المعادلة في x^2</p> $\frac{9x + 22}{x^2} = 1 \Rightarrow 9x + 22 = x^2 \Rightarrow x^2 - 9x - 22 = 0 \Rightarrow (x - 11)(x + 2) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 11 = 0 \Rightarrow x = 11 \\ \text{or } x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow s = \{ 11, -2 \} \end{cases}$ <p>التحقق: (i) عندما $x = 11$ فان</p> $L.S = \frac{9(11) + 22}{(11)^2} = \frac{99 + 22}{121} = 1 = R.S$ <p>(ii) عندما $x = -2$ فان</p> $L.S = \frac{9(-2) + 22}{(-2)^2} = \frac{-18 + 22}{4} = 1 = R.S$
	14	<p>نضرب طرفي المعادلة في $(y + 2)^2$</p> $\frac{9}{(y+2)^2} = \frac{3y}{y+2}$ $\Rightarrow 9 = 3y(y + 2) \Rightarrow 3y^2 + 6y - 9 = 0$ $\Rightarrow y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow (y - 1)(y + 3) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 \\ \text{or } y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow s = \{ 1, -3 \} \end{cases}$ <p>التحقق: (i) عندما $y = 1$ فان</p> $L.S = \frac{9}{(1+2)^2} = 1, \quad R.S = \frac{3(1)}{1+2} = 1 = L.S$ <p>(ii) عندما $y = -3$ فان</p> $L.S = \frac{9}{(-3+2)^2} = 9, \quad R.S = \frac{3(-3)}{-3+2} = \frac{-9}{-1} = 9 = L.S$

$$\frac{3}{x-4} - \frac{2}{x-3} = 1$$

نضرب طرفي المعادلة في $(x-4)(x-3)$

$$\Rightarrow 3(x-3) - 2(x-4) = (x-4)(x-3) \Rightarrow 3x - 9 - 2x + 8 = x^2 - 7x + 12$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 13 = 0 \quad , \quad a=1 \quad , \quad b=-8 \quad , \quad c=13$$

$$15 \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(13)}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 52}}{2} \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{12}}{2} \Rightarrow x = 4 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 + \sqrt{3} \\ x = 4 - \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{or } x = 4 - \sqrt{3} \Rightarrow s = \{4 + \sqrt{3}, 4 - \sqrt{3}\}$$

$$\frac{y-5}{y+5} - \frac{y+5}{y-5} = \frac{4y^2-24}{y^2-25}$$

$$\Rightarrow \frac{y-5}{y+5} - \frac{y+5}{y-5} = \frac{4y^2-24}{(y-5)(y+5)} \quad \text{نضرب طرفي المعادلة في } (y-5)(y+5)$$

$$\Rightarrow (y-5)^2 - (y+5)^2 = 4y^2 - 24 \Rightarrow y^2 - 10y + 25 - y^2 - 10y - 25 = 4y^2 - 24$$

$$16 \quad \Rightarrow -20y = 4y^2 - 24 \Rightarrow y^2 + 5y - 6 = (y+6)(y-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y+6=0 \Rightarrow y=-6 \\ y-1=0 \Rightarrow y=1 \end{cases}$$

$$\text{or } y-1=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow s = \{-6, 1\}$$

نضرب طرفي المعادلة في $(x-3)(x+4)$

$$\frac{6-x}{x^2+x-12} - \frac{2}{x+4} = 1 \Rightarrow \frac{6-x}{(x-3)(x+4)} - \frac{2}{x+4} = 1$$

$$\Rightarrow 6-x - 2(x-3) = (x-3)(x+4) \Rightarrow 6-x-2x+6 = x^2+x-12$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 24 = 0 \quad , \quad a=1 \quad , \quad b=4 \quad , \quad c=-24$$

$$17 \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4(1)(24)}}{2} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{112}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4 \pm 4\sqrt{7}}{2} \Rightarrow x = -2 \pm 2\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 + 2\sqrt{7} \\ x = -2 - 2\sqrt{7} \end{cases}$$

$$\text{or } x = -2 - 2\sqrt{7} \Rightarrow s = \{-2 + 2\sqrt{7}, -2 - 2\sqrt{7}\}$$

الإجابة

<p>تدريب وحل تمرينات</p>	<p>18</p> $\frac{4+8y}{y^2-9} + \frac{6}{y-3} = 3 \Rightarrow \frac{4+8y}{(y-3)(y+3)} + \frac{6}{y-3} = 1$ <p>نضرب طرفي المعادلة في $(y-3)(y+3)$</p> $4+8y+6(y+3) = 3(y-3)(y+3)$ $\Rightarrow 4+8y+6y+18 = 3y^2-27 \Rightarrow 3y^2-14y-49=0$ <p>$a=3, b=-14, c=-49$</p> $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{14 \pm \sqrt{196+4(3)(49)}}{6}$ $\Rightarrow y = \frac{-14 \pm \sqrt{784}}{6} \Rightarrow y = \frac{14 \pm 28}{6} \Rightarrow y = \frac{7 \pm 14}{3}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{7+14}{3} = 7 \\ \text{or } y = \frac{7-14}{3} = \frac{-7}{3} \end{cases} \Rightarrow s = \{7, \frac{-7}{3}\}$
<p>تدريب وحل مسائل حياتية</p>	<p>19</p> <p>نفرض أن سرعته الأولى هي x لذا الزمن الذي قطع فيه المسافة بين المدينتين عند السرعة x هو $\frac{60}{x}$ الزمن الذي قطع فيه المسافة بعد زيادة السرعة هو $\frac{60}{x+10}$ والمعادلة التي تمثل المسألة هي</p> $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} = 1$ <p>نضرب طرفي المعادلة في $x(x+10)$</p> $\Rightarrow 60(x+10) - 60x = x(x+10)$ $\Rightarrow 60x + 600 - 60x = x^2 + 10x$ $\Rightarrow x^2 + 10x - 600 = 0 \Rightarrow (x+30)(x-20) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x+30=0 \Rightarrow x=-30 \text{ يهمل} \\ \text{or } x-20=0 \Rightarrow x=20 \end{cases}$ <p>لذا سرعة راكب الدراجة أولاً هي 20 km/h</p> <p>20</p> <p>نفرض سرعة الطائرة أولاً x, الزمن الأول $\frac{350}{x}$ الزمن الثاني $\frac{350}{x+100}$ والمعادلة هي</p> $\frac{350}{x} - \frac{350}{x+100} = \frac{12}{60}$ <p>نضرب طرفي المعادلة في $5x(x+100)$</p> $\Rightarrow \frac{350}{x} - \frac{350}{x+100} = \frac{1}{5} \Rightarrow$ $\Rightarrow 5(350)(x+100) - 5(350)x = x(x+100)$ $\Rightarrow 1750x + 175000 - 1750x = x^2 + 100x$ $\Rightarrow x^2 + 100x - 175000 = 0, a=1, b=100, c=-175000$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-100 \pm \sqrt{10000+4(1)(175000)}}{2}$ $\Rightarrow x = \frac{-100 \pm \sqrt{10000+700000}}{2} \Rightarrow x = \frac{-100 \pm \sqrt{710000}}{2} \Rightarrow x = \frac{-100 \pm 800}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-100+800}{2} = 350 \text{ k/h} \\ \text{or } x = \frac{-100-800}{2} = -450 \text{ يهمل} \end{cases}$ <p>سرعة الطائرة التقريبية أولاً $\sqrt{710000} = \sqrt{640000}$</p>

الإجابة

تدريب وحل مسائل حياتية

21

$$T(x) = t_s + t_b + t_r$$

$$2 = \frac{1}{x} + \frac{20}{5x} + \frac{4}{x+4}$$

نضرب طرفي المعادلة في $5x(x+4)$

$$\Rightarrow 10x(x+4) = 5(x+4) + 20(x+4) + 20x \Rightarrow 10x^2 + 40x = 5x + 20 + 20x + 80 + 20x$$

$$\Rightarrow 10x^2 - 5x - 100 = 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 20 = 0, a=2, b=-1, c=-20$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4(2)(20)}}{2(2)} \Rightarrow$$

$\sqrt{161} \approx \sqrt{169} = 13$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{161}}{4} \Rightarrow x \approx \frac{1 \pm 13}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \approx \frac{1+13}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3.5 \\ \text{or } x \approx \frac{1-13}{4} = \frac{-12}{4} = -3 \end{cases}$$

يهمل $x \approx -3$

اذن معدل السرعة التقريبية للسباق هي 3.5 km/h

فكر

22

$$\frac{3}{x+5} + \frac{4}{5-x} = \frac{x^2 - 15x + 14}{x^2 - 25}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{x+5} - \frac{4}{x-5} = \frac{x^2 + 15x - 14}{(x-5)(x+5)}$$

نضرب طرفي المعادلة في $(x-5)(x+5)$

$$\Rightarrow 3(x-5) - 4(x+5) = x^2 + 15x + 14$$

$$\Rightarrow 3x - 15 - 4x - 20 = x^2 - 15x + 14 \Rightarrow x^2 - 14x + 49 = 0 \Rightarrow (x-7)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$$

23

$$\frac{2}{x-7} \times \frac{1}{x-1} = 1 \Rightarrow \frac{2}{(x-7)(x-1)} = 1$$

$$\Rightarrow 2 = x^2 - 8x + 7 \Rightarrow x^2 - 8x + 5 = 0, a=1, b=-8, c=5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 64 - 4(1)(5) \Rightarrow \Delta = 64 - 20 = 44$$

بما أن المقدار المميز يساوي مربعاً كاملاً لذا ان جذري المعادلة حقيقيان غير نسبيين .

اكتب

$$\frac{1}{x+6} - \frac{5}{x-6} = 2$$

نضرب طرفي المعادلة في $(x+6)(x-6)$

$$\Rightarrow (x-6) - 5(x+6) = 2(x+6)(x-6) \Rightarrow x-6-5x-30 = 2x^2-72$$

$$\Rightarrow 2x^2+4x-36=0 \Rightarrow x^2+2x-18=0, a=1, b=2, c=-18$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4(1)(18)}}{2} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+72}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{76}}{2} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{19}}{2} \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{19}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{19} \\ \text{or } x = -1 - \sqrt{19} \end{cases} = s = \{-1 + \sqrt{19}, -1 - \sqrt{19}\}$$

1

نفرض أن طول ضلع الحديقة هو x
المعادلة التي تمثل المسألة هي

$$x^2 = 4^2 + 84$$

$$\Rightarrow x^2 = 16 + 84 \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = \pm 10 \Rightarrow x = 10 \text{ or } x = -10 \text{ يهمل}$$

لذا طول ضلع الحديقة هو 10m

2

نفرض أن عرض المنطقة هو x
لذا طول المنطقة $x + 2$
مساحة المنطقة = الطول \times العرض

$$x(x + 2) = 15 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow (x + 5)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 & \text{يهمل} \\ \text{or } x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

لذا عرض المنطقة المستطيلة هو 3m وطولها هو 5m

3

$$x^2 - 30x = 175 \Rightarrow x^2 - 30x - 175 = 0 \Rightarrow (x - 35)(x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 35 = 0 \Rightarrow x = 35 \\ \text{or } x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 & \text{يهمل} \end{cases}$$

لذا طول ضلع المنطقة هي 35km

4

$$2t^2 + 30t = 200 \Rightarrow t^2 + 15t - 100 = 0 \Rightarrow (t + 20)(t - 5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t + 20 = 0 \Rightarrow t = -20 & \text{يهمل} \\ \text{or } t - 5 = 0 \Rightarrow t = 5 \end{cases}$$

الزمن الذي وضلت به الألعاب النارية الى ارتفاع 200m هو 5sec

سلسلة الناجح في الرياضيات

الإجابة

<p>[3-1] تدريب</p>	$\begin{aligned} x + y &= 2 && \text{..... ①} \\ x + 5y &= -4 && \text{..... ②} \end{aligned}$ <p>بالطرح</p> $-4y = -2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ <p>نعوض عن قيمة y بالمعادلة (1) لإيجاد قيمة x</p> $x + y = 2 \Rightarrow x + \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow x = 2 - \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ $\Rightarrow S = \left\{ \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right) \right\}$
<p>[3-2] تدريب: 1</p>	$x^2 - 64 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x + 8) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8 \\ \text{or } x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8 \end{cases} \Rightarrow S = \{8, -8\}$
<p>تدريب: 2</p>	$y^2 = 49 \Rightarrow y = \pm 7 \Rightarrow S = \{7, -7\}$
<p>[3-3] تدريب: 1</p>	$x^2 - 10x + 21 = 0 \Rightarrow (x - 7)(x - 3) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \\ \text{or } x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases} \Rightarrow S = \{7, 3\}$
<p>تدريب: 2</p>	$4y^2 + 16y - 9 = 0 \Rightarrow (2y - 1)(2y + 9) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 2y - 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \\ \text{or } 2y + 9 = 0 \Rightarrow y = -\frac{9}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \left\{ \frac{1}{2}, -\frac{9}{2} \right\}$
<p>[3-4] تدريب: 1</p>	$4x^2 - 28x + 49 = 0 \Rightarrow (2x - 7)^2 = 0 \Rightarrow 2x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow S = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$
<p>تدريب: 2</p>	$x^2 - 12x = 28 \Rightarrow x^2 - 12x + 36 = 28 + 36$ $\left(12 \times \frac{1}{2}\right)^2 = 36$ $\Rightarrow (x - 6)^2 = 64 \Rightarrow x - 6 = \pm 8$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 6 = 8 \Rightarrow x = 14 \\ \text{or } x - 6 = -8 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \Rightarrow S = \{14, -2\}$ <p>نضيف الى طرفي المعادلة</p>

	الإجابة
[3-5] تدريب: 1	$x^2 - 3x - 8 = 0$, $a=1$, $b=-3$, $c=-8$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4(1)(8)}}{2} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 32}}{2} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{41}}{2} \\ \text{or } x = \frac{3 - \sqrt{41}}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{41}}{2}, \frac{3 - \sqrt{41}}{2} \right\}$
[3-5] تدريب: 2	$2x^2 - 7x - 3 = 0$, $a=2$, $b=-7$, $c=-3$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 49 - 4(2)(-3) \Rightarrow \Delta = 49 + 24 \Rightarrow \Delta = 73$ المعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين
[3-6] تدريب	$\frac{2x}{x-4} + \frac{x}{x+4} = \frac{32}{x^2-16} \Rightarrow \frac{2x}{x-4} + \frac{x}{x+4} = \frac{32}{(x-4)(x+4)}$ نضرب طرفي المعادلة في $(x-4)(x+4)$ $\Rightarrow 2x(x+4) + x(x-4) = 32$ $\Rightarrow 2x^2 + 8x + x^2 - 4x = 32 \Rightarrow 3x^2 + 4x - 32 = 0$ $\Rightarrow (3x-8)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x-8=0 \Rightarrow x = \frac{8}{3} \\ \text{or } x+4=0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$ بهل لا يحقق المعادلة $\Rightarrow S = \left\{ \frac{8}{3} \right\}$ التحقق : عندما $x = \frac{8}{3}$ فإن $L.S = \frac{2(\frac{8}{3})}{\frac{8}{3}-4} + \frac{\frac{8}{3}}{\frac{8}{3}+4} = \frac{\frac{16}{3}}{\frac{-4}{3}} + \frac{\frac{8}{3}}{\frac{20}{3}} = \frac{16}{3} \times \frac{3}{-4} + \frac{8}{3} \times \frac{3}{20} = -4 + \frac{2}{5} = \frac{-18}{5}$ $R.S = \frac{32}{\frac{64}{9}-16} = \frac{32}{\frac{64-144}{9}} = \frac{32}{\frac{-80}{9}} = 32 \times \frac{9}{-80} = \frac{-18}{5} = L.S$

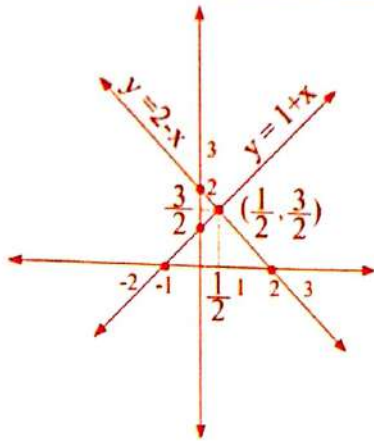
الإجابة

1

$$y = 1 + x$$

$$y = 2 - x$$

نرسم المعادلتين في المستوي ونقطة التقاطع هي $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$
 $S = \{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})\}$



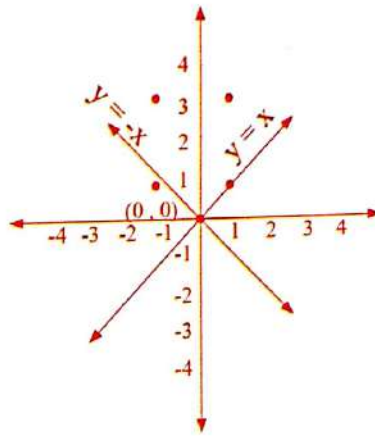
x	y = 2 - x	x	y = 1 + x
0	2	0	1
2	0	-1	0

2

$$y + x = 0 \Rightarrow y = -x$$

$$y - x = 0 \Rightarrow y = x$$

نرسم المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين في المستوي ونقطة تقاطعها هي $(0, 0)$
 $S = \{(0, 0)\}$



x	y = -x
0	0
1	-1
-1	1

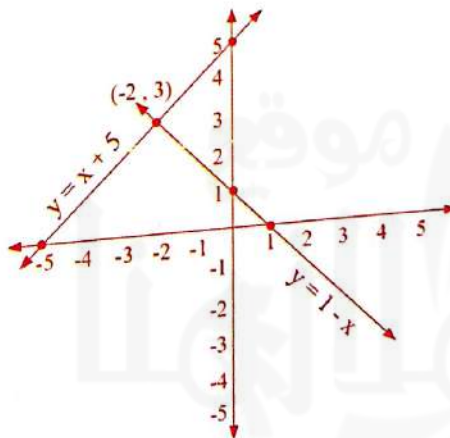
x	y = x
0	0
-1	-1

3

$$y - x - 5 = 0 \Rightarrow y = x + 5$$

$$y + x - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 - x$$

نقطة تقاطع المستقيمين هي $(-2, 3)$
 $S = \{(-2, 3)\}$



x	y = x + 5
0	5
-5	0

x	y = 1 - x
0	1
1	0

الإجابة

4	$2x + y = 1$ ① $x - y = 8$ ② $y = x - 8$ ③ $2x + x - 8 = 1 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$ $y = 3 - 8 \Rightarrow y = -5$ $S = \{(3, -5)\}$	<p>من المعادلة (2) نعوض عن قيمة y بالمعادلة (1)</p> <p>نعوض عن قيمة x بالمعادلة (3) لإيجاد قيمة y</p> <p>مجموعة الحل</p>
5	$4x - 2y = -4$ ① $x + y = 6$ ② $x = 6 - y$ ③ $4(6 - y) - 2y = -4 \Rightarrow 24 - 4y - 2y = -4$ $\Rightarrow -6y = -28 \Rightarrow y = \frac{-28}{-6} \Rightarrow y = \frac{14}{3}$ $x = 6 - \frac{14}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$ $S = \{(\frac{4}{3}, \frac{14}{3})\}$	<p>من المعادلة (2) نعوض عن قيمة x بالمعادلة (1)</p> <p>نعوض عن قيمة y بالمعادلة (3) لإيجاد قيمة x</p> <p>مجموعة الحل</p>
6	$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ① $x + y = 2$ ② $x = 2 - y$ ③ $\frac{2 - y}{3} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow 2(2 - y) + 3y = 6$ $\Rightarrow 4 - 2y + 3y = 6 \Rightarrow y = 2$ $x + 2 = 2 \Rightarrow x = 0$ $S = \{(0, 2)\}$	<p>من المعادلة (2) نعوض عن قيمة x بالمعادلة (1) نضرب طرفي المعادلة في 6</p> <p>نعوض عن قيمة y بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة x</p> <p>مجموعة الحل</p>
7	$9x^2 - 25 = 0 \Rightarrow (3x - 5)(3x + 5) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 3x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \\ \text{or } 3x + 5 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow S = \{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\}$	
8	$3y^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(y^2 - 4) = 0 \Rightarrow y^2 - 4 = 0 \Rightarrow (y - 2)(y + 2) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \\ \text{or } y + 2 = 0 \Rightarrow y = -2 \end{cases} \Rightarrow S = \{2, -2\}$	

الإجابة

9	$(7-z)^2 - 1 = 0 \Rightarrow [(7-z)-1][(7-z)+1] = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 7-z-1=0 \Rightarrow z=6 \\ \text{or } 7-z+1=0 \Rightarrow z=8 \end{cases} \Rightarrow S = \{6, 8\}$	
10	$x^2 = 49 \Rightarrow x = \pm 7 \Rightarrow S = \{7, -7\}$	
11	$81 - y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = 81 \Rightarrow y = \pm 9 \Rightarrow S = \{9, -9\}$	
12	$z^2 = \frac{36}{9} \Rightarrow z = \pm \frac{6}{3} \Rightarrow z = \pm 2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$	
13	$x^2 + 9x + 18 = 0 \Rightarrow (x+3)(x+6) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x+3=0 \Rightarrow x=-3 \\ \text{or } x+6=0 \Rightarrow x=-6 \end{cases} \Rightarrow S = \{-3, -6\}$	
14	$z^2 - 2z - 48 = 0 \Rightarrow (z-8)(z+6) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} z-8=0 \Rightarrow z=8 \\ \text{or } z+6=0 \Rightarrow z=-6 \end{cases} \Rightarrow S = \{8, -6\}$	
15	$3x^2 - x - 10 = 0 \Rightarrow (3x+5)(x-2) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 3x+5=0 \Rightarrow x = -\frac{5}{3} \\ \text{or } x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases} \Rightarrow S = \{-\frac{5}{3}, 2\}$	
16	$7z^2 - 18z - 9 = 0 \Rightarrow (7z+3)(z-3) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 7z+3=0 \Rightarrow z = -\frac{3}{7} \\ \text{or } z-3=0 \Rightarrow z=3 \end{cases} \Rightarrow S = \{-\frac{3}{7}, 3\}$	
17	$4x - x^2 = 3$ $\Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-1) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ \text{or } x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases} \Rightarrow S = \{3, 1\}$	<p>نفرض أن العدد x</p> <p>المعادلة التي تمثل المسألة</p>
18	$x(2x+4) = 48$ $\Rightarrow 2x^2 + 4x - 48 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0$ $\Rightarrow (x-4)(x+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ \text{or } x+6=0 \Rightarrow x=-6 \end{cases}$	<p>نفرض أن عرض الحوض هو x لذا طول الحوض هو $2x+4$</p> <p>المعادلة التي تمثل المسألة هي</p> <p>العدد إما 3 أو 1</p> <p>يهمل</p> <p>لذا عرض الحوض هو 4m وطوله 12m</p>

الإجابة

19	$x^2 - 16x + 64 = 0 \Rightarrow (x - 8)^2 = 0 \Rightarrow x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$
20	$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{3}z + \frac{1}{4}z^2 = 0 \Rightarrow (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}z)^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2}z = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}z = \frac{1}{3} \Rightarrow z = \frac{2}{3}$
21	$x^2 - 14x = 32 \Rightarrow x^2 - 14x + 49 = 32 + 49$ $\Rightarrow (x - 7)^2 = 81 \Rightarrow x - 7 = \pm 9$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 7 = 9 \Rightarrow x = 16 \\ \text{or } x - 7 = -9 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{16, -2\}$
22	$4y^2 + 20y - 11 = 0 \Rightarrow 4y^2 + 20y = 11$ $\Rightarrow y^2 + 5y = \frac{11}{4} \Rightarrow y^2 + 5y + \frac{25}{4} = \frac{11}{4} + \frac{25}{4}$ $\Rightarrow (y + \frac{5}{2})^2 = \frac{36}{4} \Rightarrow y + \frac{5}{2} = \pm \frac{6}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y + \frac{5}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow y = \frac{6}{2} - \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \\ \text{or } y + \frac{5}{2} = -\frac{6}{2} \Rightarrow y = -\frac{6}{2} - \frac{5}{2} = -\frac{11}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{\frac{1}{2}, -\frac{11}{2}\}$
23	$z^2 - \frac{2}{3}z = 1 \Rightarrow z^2 - \frac{2}{3}z + \frac{4}{36} = 1 + \frac{4}{36} \Rightarrow (z - \frac{2}{6})^2 = \frac{40}{36} \Rightarrow z - \frac{2}{6} = \pm \frac{2\sqrt{10}}{6}$ $\Rightarrow \begin{cases} z - \frac{2}{6} = \frac{2\sqrt{10}}{6} \Rightarrow z = \frac{2 + 2\sqrt{10}}{6} = \frac{1 + \sqrt{10}}{3} \\ \text{or } z - \frac{2}{6} = \frac{-2\sqrt{10}}{6} \Rightarrow z = \frac{2 - 2\sqrt{10}}{6} = \frac{1 - \sqrt{10}}{3} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{\frac{1 + \sqrt{10}}{3}, \frac{1 - \sqrt{10}}{3}\}$
24	$x^2 - 3x - 7 = 0$, $a = 1$, $b = -3$, $c = -7$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(1)(-7)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 28}}{2} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{37}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{37}}{2} \\ \text{or } x = \frac{3 - \sqrt{37}}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{\frac{3 + \sqrt{37}}{2}, \frac{3 - \sqrt{37}}{2}\}$

الإجابة

25	$3y^2 - 12y = -3 \Rightarrow 3y^2 - 12y + 3 = 0 \Rightarrow y^2 - 4y + 1 = 0$ $a = 1, \quad b = -4, \quad c = 1$ $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(1)}}{2} \Rightarrow y = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} \Rightarrow y = 2 \pm \sqrt{3}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = 2 + \sqrt{3} \\ \text{or } y = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$
26	$5z^2 + 6z = 9 \Rightarrow 5z^2 + 6z - 9 = 0, \quad a = 5, \quad b = 6, \quad c = -9$ $z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow z = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(5)(-9)}}{2(5)} \Rightarrow z = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 180}}{10} \Rightarrow z = \frac{-6 \pm \sqrt{216}}{10}$ $\Rightarrow z = \frac{-6 \pm 6\sqrt{6}}{10} \Rightarrow z = \frac{-3 \pm 3\sqrt{6}}{5}$ $\Rightarrow \begin{cases} z = \frac{-3 + 3\sqrt{6}}{5} \\ \text{or } z = \frac{-3 - 3\sqrt{6}}{5} \end{cases} \Rightarrow S = \left\{ \frac{-3 + 3\sqrt{6}}{5}, \frac{-3 - 3\sqrt{6}}{5} \right\}$
27	$2x^2 + 8x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0, \quad a = 1, \quad b = 4, \quad c = 4$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 16 - 4(1)(4) = 0$ <p style="text-align: right;">للمعادلة جذران حقيقيان متساويان</p> $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$
28	$y^2 - 6y - 9 = 0, \quad a = 1, \quad b = -6, \quad c = -9$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 36 - 4(1)(-9) \Rightarrow \Delta = 36 + 36 = 72$ <p style="text-align: right;">للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين</p> $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(-9)}}{2} \Rightarrow y = \frac{6 \pm \sqrt{72}}{2} \Rightarrow y = \frac{6 \pm 6\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow y = 3 \pm 3\sqrt{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = 3 + 3\sqrt{2} \\ \text{or } y = 3 - 3\sqrt{2} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{3 + 3\sqrt{2}, 3 - 3\sqrt{2}\}$
29	$4z^2 - 3z + 7 = 0, \quad a = 4, \quad b = -3, \quad c = 7$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 9 - 4(4)(7) \Rightarrow \Delta = 9 - 112 = -113$ <p style="text-align: right;">لا يوجد للمعادلة حل في مجموعة الأعداد الحقيقية</p>

الإجابة

جزءا المعادلة يكونان متساويين عندما $\Delta = 0$

$$x^2 - (k+6)x + 9 = 0, \quad a=1, \quad b=-(k+6), \quad c=9$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (k+6)^2 - 4(1)(9) = 0 \Rightarrow k^2 + 12k + 36 - 36 = 0 \Rightarrow k^2 + 12k = 0$$

$$\Rightarrow k(k+12) = 0$$

30

$$\Rightarrow \begin{cases} k=0 \\ \text{or } k+12=0 \Rightarrow k=-12 \end{cases}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x=3$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x+3)^2 = 0 \Rightarrow x=-3$$

التحقق: (i) عندما $k=0$ فإن

(ii) عندما $k=-12$ فإن

$$\frac{6x}{5} = \frac{5}{6x} \Rightarrow 36x^2 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{25}{36} \Rightarrow x = \pm \frac{5}{6} \Rightarrow S = \left\{ \frac{5}{6}, -\frac{5}{6} \right\}$$

31

$$L.S = \frac{6\left(\frac{5}{6}\right)}{5} = 1 = \frac{5}{6\left(\frac{5}{6}\right)} = R.S$$

$$L.S = 6\left(\frac{-5}{6}\right) = -1 = \frac{5}{6\left(\frac{-5}{6}\right)} = R.S$$

التحقق: (i) عندما $x = \frac{5}{6}$ فإن

(ii) عندما $x = -\frac{5}{6}$ فإن

$$\frac{1}{6y^2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{y}$$

$$1 + 3y^2 = 6y \Rightarrow 3y^2 - 6y + 1 = 0 \Rightarrow a=3, \quad b=-6, \quad c=1$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(3)(1)}}{6} \Rightarrow y = \frac{6 \pm \sqrt{24}}{6} \Rightarrow y = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow S = \left\{ \frac{3+\sqrt{6}}{3}, \frac{3-\sqrt{6}}{3} \right\}$$

32

$$3y^2 - 6y + 1 = 0 \Rightarrow L.S = 3\left(\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right)^2 - 6\left(\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right) + 1$$

$$= 3\left(\frac{9 + 6\sqrt{6} + 6}{9}\right) - 2(3 + \sqrt{6}) + 1$$

$$= \frac{15 + 6\sqrt{6}}{3} - 6 - 2\sqrt{6} + 1 = \frac{15 + 6\sqrt{6} - 18 - 6\sqrt{6} + 3}{3} = \frac{0}{3} = 0 = R.S$$

(أ) أترك للمدرس ليحلها للطالب

الإجابة

33

$$\frac{z+4}{z^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2z+8 = z^2 \Rightarrow z^2 - 2z - 8 = 0 \Rightarrow (z-4)(z+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z-4=0 \Rightarrow z=4 \\ \text{or } z+2=0 \Rightarrow z=-2 \end{cases} \Rightarrow S = \{4, -2\}$$

$$L.S = \frac{4+4}{4^2} = \frac{1}{2} = R.S$$

$$L.S = \frac{-2+4}{2^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = R.S$$

التحقيق (i) عندما $Z = 4$ فإن

التحقيق (ii) عندما $Z = -2$ فإن

34

$$\frac{4}{x-5} - \frac{3}{x-2} = 1 \Rightarrow 4(x-2) - 3(x-5) = (x-5)(x-2)$$

$$\Rightarrow 4x - 8 - 3x + 15 = x^2 - 7x + 10$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 3 = 0, \quad a=1, \quad b=-8, \quad c=3$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(3)}}{2} \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 12}}{2} \Rightarrow x = \frac{8 \pm 2\sqrt{13}}{2}$$

$$\Rightarrow x = 4 \pm \sqrt{13} \Rightarrow S = \{4 + \sqrt{13}, 4 - \sqrt{13}\}$$

35

$$\frac{2y}{y+2} + \frac{y}{2-y} = \frac{7}{y^2-4} \Rightarrow \frac{2y}{y+2} - \frac{y}{2-y} = \frac{7}{(y-2)(y+2)}$$

نضرب طرفي المعادلة في $(y-2)(y+2)$

$$\Rightarrow 2y(y-2) - y(y+2) = 7 \Rightarrow y^2 - 6y - 7 = 0$$

$$\Rightarrow (y-7)(y+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-7=0 \Rightarrow y=7 \\ \text{or } y+1=0 \Rightarrow y=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \{7, -1\}$$

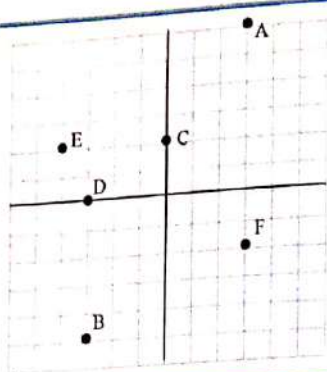
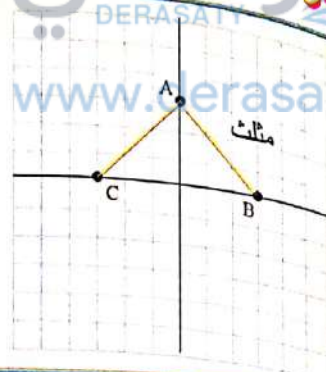
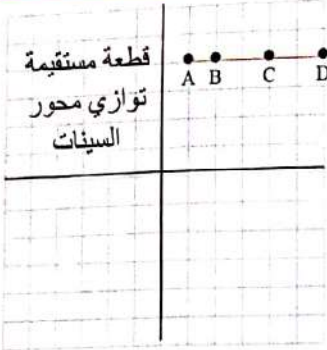
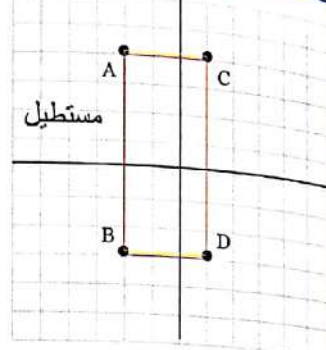
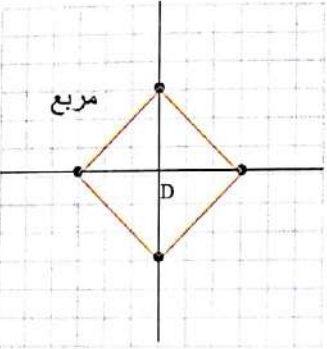
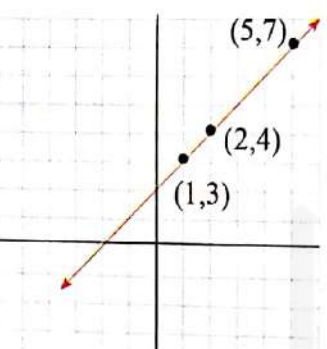
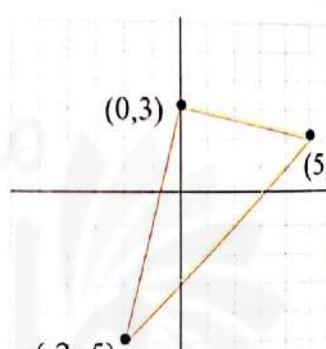
الإجابة					
الدرس [3-1]	1 d	2 b	3 a	4 c	
	5 c	6 d	7 b	8 c	
الدرس [3-2]	1 c	2 d	3 a	4 c	
	5 b	6 c	7 b	8 c	
	9 a	10 b	11 d		
الدرس [3-3]	1 c	2 b	3 c	4 d	
	5 d	6 b	7 d	8 b	
	9 b	10 b			
الدرس [3-4]	1 b	2 c	3 a		
	4 d	5 b	6 d		
	7 c	8 c	9 c	10 b	
الدرس [3-5]	1 ^(d) b	2 c	3 a	4 c	
	5 a	6 b	7 a	8 b	
الدرس [3-6]	1 b	2 a	3 c	4 d	5 b
	6 b	7 b	8 a	9 b	

حلول تمرينات الفصل الرابع

الهندسة الاحداثية

التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي	الدرس [4-1]
ميل المستقيم	الدرس [4-2]
المتتابعات	الدرس [4-3]
المستقيمات المتوازية المتعامدة	الدرس [4-4]
المسافة بين نقطتين	الدرس [4-5]
النسب المثلثية	الدرس [4-6]
خطة حل المسألة (تحديد معقولة الاجابة)	الدرس [4-7]

سلسلة الناجح في الرياضيات

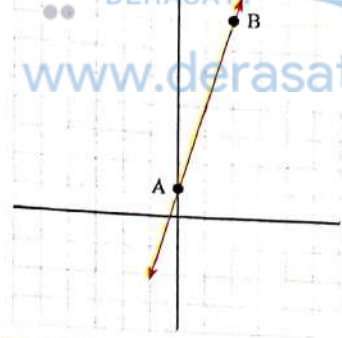
1-6		7	
8	قطعة مستقيمة توازي محور السينات 	9	
10		11	A(-2, 3) B(3, 0) C(0, -2) D(3, 2) E(-3, -1) F(3, -2) O(0, 0)
12		13	
14	$y = 2(0) - 5 \Rightarrow y = -5$	15	$y = -(-1) + 7 \Rightarrow y = 8$
16	$y = (1)^2 + 1 + 2 \Rightarrow y = 4$	17	$3y - (-2)^2 = 9 \Rightarrow y = \frac{13}{3}$
18	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{1 - (-5)}{-2 - 3} = \frac{6}{-5}$	19	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{5 - (-5)}{4 - (-1)} = \frac{0}{5} = 0$

1

$$y = 3x + 1 \Rightarrow x = 0, y = 1 \Rightarrow A(0,1)$$

$$\Rightarrow x = 2, y = 7 \Rightarrow B(2,7)$$

المستقيم يقطع المحورين ولا يمر بنقطة الأصل

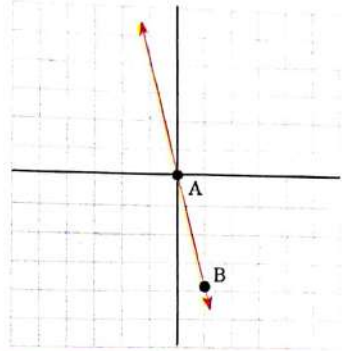


2

$$y = -4x \Rightarrow x = 0, y = 0 \Rightarrow A(0,0)$$

$$\Rightarrow x = 1, y = -4 \Rightarrow B(1,-4)$$

المستقيم يقطع المحورين ويمر بنقطة الأصل

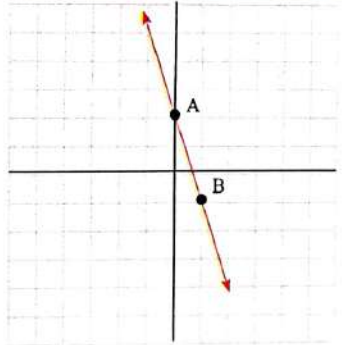


3

$$y + 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = 0, y = 2 \Rightarrow A(0,2)$$

$$\Rightarrow x = 1, y = -1 \Rightarrow B(1,-1)$$

المستقيم يقطع المحورين ولا يمر بنقطة الأصل

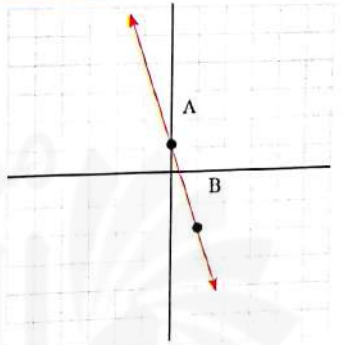


4

$$y = 1 - 3x \Rightarrow x = 0, y = 1 \Rightarrow A(0,1)$$

$$\Rightarrow x = 1, y = -2 \Rightarrow B(1,-2)$$

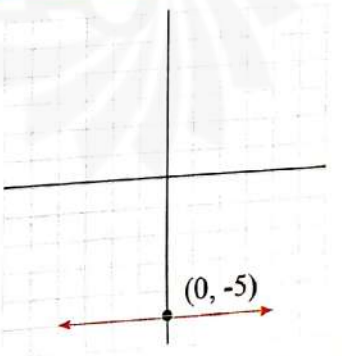
المستقيم يقطع المحورين ولا يمر بنقطة الأصل



5

$$y + 5 = 0 \Rightarrow y = -5$$

المستقيم // محور السينات ويقطع محور الصادات في
النقطة (0, -5)



تأكد من فهمك

تأكد من فهمك

6 $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$

المستقيم // محور الصادات ويقطع محور السينات في النقطة (5, 0)

7 $y = x^2 + 4$

x	y	(x,y)
1	5	(1,5)
0	4	(0,4)
-1	5	(-1,5)

8 $y = x^2$

x	y	(x,y)
1	1	(1,1)
0	0	(0,0)
-1	1	(-1,1)

9 $y = 1 - 3x^2$

x	y	(x,y)
1	-2	(1,-2)
0	1	(0,1)
-1	-2	(-1,-2)

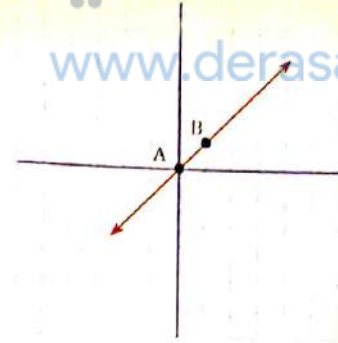
10 $y = -x + 4 \Rightarrow x = 0, y = 4 \Rightarrow A(0,4)$
 $\Rightarrow x = 1, y = 3 \Rightarrow B(1,3)$

المستقيم يقطع المحورين ولا يمر بنقطة الأصل

11

$$y = x \Rightarrow x = 0, y = 0 \Rightarrow A(0,0)$$

$$\Rightarrow x = 1, y = 1 \Rightarrow B(1,1)$$



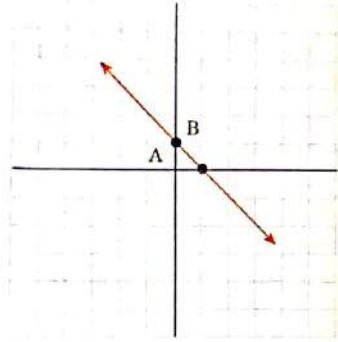
المستقيم يقطع المحورين ويمر بنقطة الأصل

12

$$y + x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, y = 1 \Rightarrow A(0,1)$$

$$\Rightarrow x = 1, y = 0 \Rightarrow B(1,0)$$

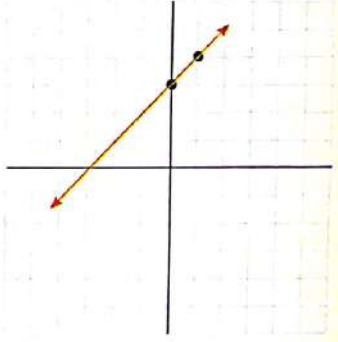


المستقيم يقطع المحورين ولا يمر بنقطة الأصل

13

$$y - x - 3 = 0 \Rightarrow x = 0, y = 3 \Rightarrow A(0,3)$$

$$\Rightarrow x = 1, y = 4 \Rightarrow B(1,4)$$

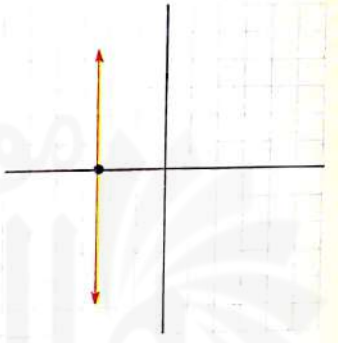


المستقيم يقطع المحورين ولا يمر بنقطة الأصل

14

$$x = -\frac{5}{2}$$

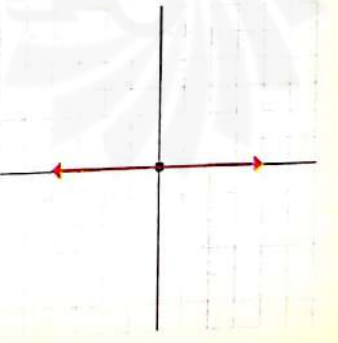
المستقيم يوازي محور الصادات ويقطع محور السينات في
النقطة $(-\frac{5}{2}, 0)$



15

$$y = 0$$

المستقيم ينطبق على محور السينات ويقطع محور الصادات
في النقطة $(0, 0)$



16

$$y + x = 0 \Rightarrow x = 0, y = 0 \Rightarrow A(0,0)$$

$$\Rightarrow x = 1, y = -1 \Rightarrow B(1,-1)$$

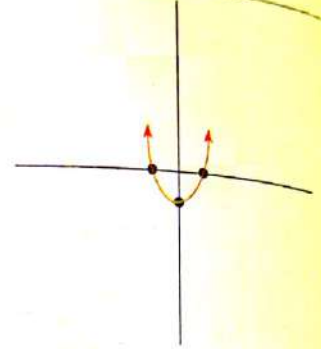
المستقيم يقطع المحورين ويمر بنقطة الأصل



17

$$y = x^2 - 1$$

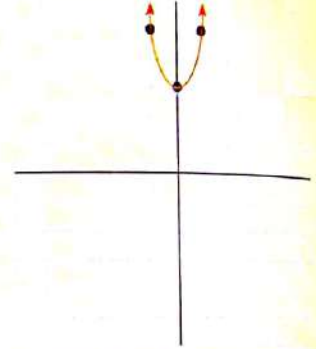
x	y	(x,y)
1	0	(1,0)
0	-1	(0,-1)
-1	0	(-1,0)



18

$$y = 2x^2 + 3$$

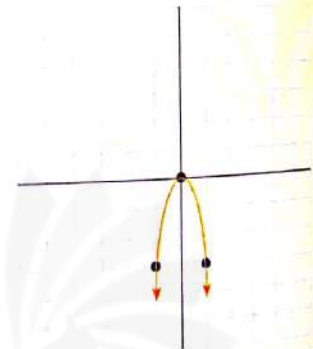
x	y	(x,y)
1	5	(1,5)
0	3	(0,3)
-1	5	(-1,5)



19

$$y = -3x^2$$

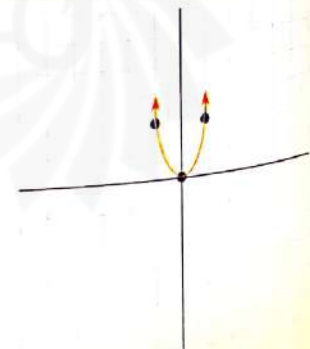
x	y	(x,y)
1	-3	(1,-3)
0	0	(0,0)
-1	-3	(-1,-3)



20

$$y = 2x^2$$

x	y	(x,y)
1	2	(1,2)
0	0	(0,0)
-1	2	(-1,2)



تدريب وحل تمرينات

تدريب وحل تمرينات

21

$$4y = x^2 \Rightarrow y = \frac{x^2}{4}$$

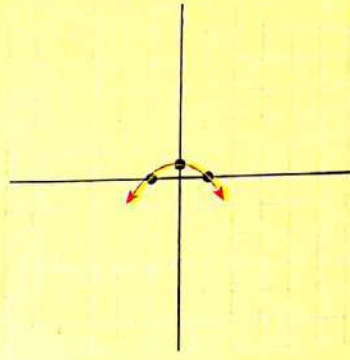
x	y	(x,y)
2	1	(2,1)
0	0	(0,0)
-2	1	(-2,1)



22

$$x^2 + 5y = 1 \Rightarrow y = \frac{1-x^2}{5}$$

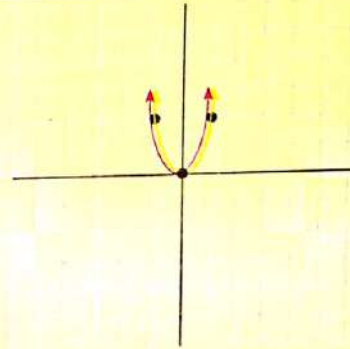
x	y	(x,y)
1	0	(1,0)
0	1/5	(0, 1/5)
-1	0	(-1,0)



23

$$y - 2x^2 = 0$$

x	y	(x,y)
1	2	(1,2)
0	0	(0,0)
-1	2	(-1,2)

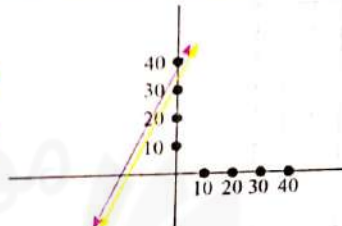


تدريب وحل مسائل حياتية

24

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow F = 32 \Rightarrow A = (0, 32)$$

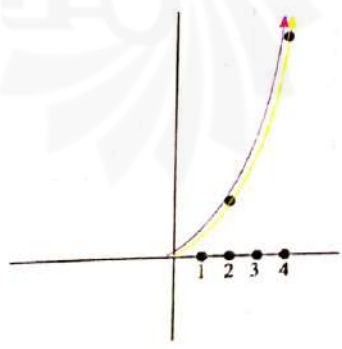
$$C = 5 \Rightarrow F = 41 \Rightarrow B = (5, 41)$$



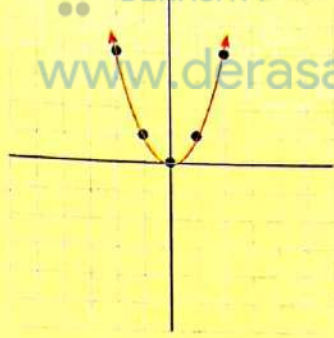
25

i) $A = \frac{1}{2} b(ht) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x)(x) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^2$

ii) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f(x) = 2 \Rightarrow (2, 2)$
 $x = 4 \Rightarrow f(x) = 8 \Rightarrow (4, 8)$
 $x = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow (0, 0)$



تدريب وحل مسائل حياتية	26	<p>$F = 9.8 \text{ m}$</p> <p>تمثيل القانون في المستوى الاحداثي</p>	
	27	<p>نفرض أن كلفة الساعة الواحدة هو x وبذلك فإن مجمل ما تتقاضاه الشركة هو y</p> <p>$y = 5x + 10$</p>	
فكر	28	<p>$y = -3x + 9 \Rightarrow x = 0, y = 9 \Rightarrow A = (0,9)$ $x = 1, y = 6 \Rightarrow B = (1,6)$</p> <p>الخطأ: عندما عوض عن $x = 0$ استنتج أن $y = -3$</p>	
	29	<p>i) $2y + 3 = 0$ ii) $5x + 3 = 0$ iii) $5x + 2y = 0$</p>	
	30	<p>من الرسم البياني نجد ان النقطة $(-2,0)$</p>	

فكر	31	<p>املأ النقاط بيانياً</p> <p>$y = x^2$ دالة تربيعية</p> 
	32	<p>$y = x^2 + 1$ هي دالة تربيعية</p> <p>من التمثيل البياني لها أو لأنها تحتوي على x^2</p>
اكتب		<p>الخطوة (1): الدالة تحتوي على x من الدرجة الأولى .</p> <p>الخطوة (2): بالتمثيل البياني نجد أنها تمثل مستقيماً يقطع المحورين ولا يمر بنقطة الأصل .</p>

سلسلة الناجح في الرياضيات



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

1	$m = \frac{1 - (-2)}{-4 - (-2)} = \frac{3}{-2} < 0$	نحو الأسفل	2	$m = \frac{2-0}{3-0} = \frac{2}{3} > 0$	نحو الأعلى
3	$m = \frac{-5-4}{2-(-4)} = \frac{-9}{6} < 0$	نحو الأسفل	4	$m = \frac{2-0}{0-5} = \frac{2}{-5} < 0$	نحو الأسفل
5	$m = \frac{-3-3}{4-4} = \frac{-6}{0}$	شاقولي غير معرف	6	$m = \frac{-1+1}{-2+6} = \frac{0}{4} = 0$	نظمي

تأكد من فهمك

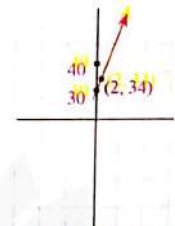
المعادلة	المقطع الصادي ، نعوض $x = 0$	المقطع السيني ، نعوض $y = 0$
7 $3x + 6y = 18$	3	6
8 $y + 2 = 5x - 4$	-6	$\frac{6}{5}$
9 $y = -4x$	0	0
10 $y = -x + 8$	8	8
11 $5x = y - 8$	8	$\frac{8}{5}$
12 $y = -\frac{3}{4}x - 5$	-5	$-\frac{20}{3}$
13 $2x + 6y = 12$	2	6
14 $y + 4 = 2x - 4$	-8	4
15 $y = -5x$	0	0
16 $x = 4$	لا يوجد	4
17 $3y = -6$	-2	0
18 $y = \frac{1}{2}x + 4$	4	8

تدريب وحل تمرينات

19	$m = \frac{3-4}{2-4} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} > 0$	نحو الأعلى	20	$m = \frac{2-2}{0-6} = 0$	أفقي
21	$m = \frac{5-4}{5+2} = \frac{1}{7} > 0$	نحو الأعلى	22	$m = \frac{4+3}{2+2} = \frac{7}{4} > 0$	نحو الأعلى
23	$m = \frac{0+5}{0-3} = -\frac{5}{3} < 0$	نحو الأسفل	24	$m = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{4}{3} - \frac{4}{2}} = \frac{1}{0}$	شاقولي غير معرف
	المعادلة	المقطع السيني ، نعوض $x = 0$	المقطع الصادي ، نعوض $y = 0$		
25	$2x + 4y = 12$	3	6		
26	$3y - 7x = 9$	3	$-\frac{9}{7}$		
27	$y = -3.5x + 2$	2	$\frac{3.5}{2}$		
28	$y = -\frac{3}{2}x$	0	0		
29	$x = -4$	لا يوجد	-4		
30	$0 = y + 3$	-3	0		

تدريب وحل مسائل حياتية

31	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, let A(10, 40) , B(13, 52) $m = \frac{52-40}{13-10} = \frac{12}{3} = 4$	التغير: يتدفق الماء بمعدل $4m^3$ في الثانية الواحدة								
32	<table border="1"> <tr> <td>4</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>الزمن</td> </tr> <tr> <td>38</td> <td>34</td> <td>30</td> <td>طول البذرة</td> </tr> </table>	4	2	0	الزمن	38	34	30	طول البذرة	<p>ii) $m = \frac{34-30}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$</p> <p>iii) $y = 30 + 2x$</p> <p>iv) $y = 30 + 2x$ $x = 0, y = 30 \Rightarrow (0, 30)$ $x = 2, y = 34 \Rightarrow (2, 34)$</p>
4	2	0	الزمن							
38	34	30	طول البذرة							



فكر

33	$\frac{1}{2} = \frac{a-6}{-5-1} \Rightarrow 2a - 12 = -6 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$
34	$m = \frac{3+3}{7-7} =$ غير معرف
35	$m = \frac{-1-3}{3-0} = \frac{-4}{3}$, الخطأ أنه كتب الميل بشكل $\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$
36	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{-1}{3} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow y_2 - y_1 = -1, x_2 - x_1 = 3 \Rightarrow A(3, 5), B(6, 4)$
37	نحو الأسفل

اكتب

الميل يساوي صفراً أي إن المستقيم // محور السينات
الميل غير معرف أي إن المستقيم // محور الصادات

نستعمل المعادلة $\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

1 $\frac{y-1}{x+3} = \frac{-1-1}{2+3} \Rightarrow \frac{y-1}{x+3} = \frac{-2}{5} \Rightarrow 5y-5 = -2x-6 \Rightarrow 5y+2x = -1$

2 $\frac{y-2}{x-0} = \frac{-4-2}{2-0} \Rightarrow \frac{y-2}{x} = \frac{-3}{1} \Rightarrow y-2 = -3x \Rightarrow y+3x = 2$

نستعمل المعادلة $y-y_1 = m(x-x_1)$

3 $y-1 = 2(x-3) \Rightarrow m = 2, p(3, 1)$

4 $y+1 = -x+4 \Rightarrow y+1 = -1(x-4) \Rightarrow m = -1, p(4, -1)$

نستعمل المعادلة $y-y_1 = m(x-x_1)$

5 $y-6 = \frac{-2}{5}(x-4) \Rightarrow 5y-30 = -2x+8 \Rightarrow 5y+2x = 38$

6 $y+3 = \frac{1}{3}(x+1) \Rightarrow 3y+9 = x+1 \Rightarrow 3y-x = -8$

نستعمل المعادلة $y = mx + k$

7 $5y = -2x - 1 \Rightarrow y = \frac{-2}{5}x - \frac{1}{5} \Rightarrow m = \frac{-2}{5}, k = -\frac{1}{5}$

8 $-y = 7x \Rightarrow y = -7x + 0 \Rightarrow m = -7, k = 0$

9 $\frac{y-0}{x-0} = \frac{7-0}{-3-0} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{7}{-3} \Rightarrow -3y = 7x \Rightarrow -3y - 7x = 0$

10 $\frac{y-7}{x-0} = \frac{0-7}{-5-0} \Rightarrow \frac{y-7}{x} = \frac{7}{5} \Rightarrow 5y-35 = 7x \Rightarrow 5y-7x = 35$

11 $\frac{y-3}{x-\frac{1}{2}} = \frac{-1-3}{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{y-3}{x-\frac{1}{2}} = \frac{-4}{1} \Rightarrow y-3 = -4x+2 \Rightarrow y+4x = 5$

12 $y + \frac{3}{2} = -5(x-8) \Rightarrow m = -5, p(8, \frac{-3}{2})$

13 $y-x = 8 \Rightarrow y-0 = 1(x+8) \Rightarrow m = 1, p(-8, 0)$

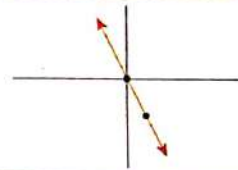
14 $\frac{3}{5}y = \frac{5}{2}(x+2) \Rightarrow y = \frac{25}{6}(x+2) \Rightarrow m = \frac{25}{6}, p(-2, 0)$

15 $y-7 = -3(x+3) \Rightarrow y-7 = -3x-9 \Rightarrow y+3x = -2$

تأكد من فهمك

تدرب وحل تمرينات

تدريب وحل تمرينات	16	$y + 4 = \frac{-1}{2}(x - 1) \Rightarrow 2y + 8 = -x + 1 \Rightarrow 2y + x = -7$
	17	$y + 7 = 3x + 5 \Rightarrow y = 3x - 2 \Rightarrow m = 3, k = -2$
	18	$\frac{1}{3}y = -5x - 1 \Rightarrow y = -15x - 3 \Rightarrow m = -15, k = -3$
تدريب وحل مسائل حياتية	19	$y = 1n + 100, m = 1, p(0, 100), y - y_1 = m(x - x_1), y - 100 = 1(n - 0) \Rightarrow y - 100 = n \Rightarrow y = n + 100$ $p_1(5, 10), p_2(15, 30)$
	20	$\frac{y - 10}{x - 5} = \frac{30 - 10}{15 - 5} \Rightarrow \frac{y - 10}{x - 5} = \frac{20}{10} \Rightarrow y - 10 = 2x - 10 \Rightarrow y - 2x = 0$
	21	$y = -1.5x + 30 \Rightarrow m = -1.5, k = 30$
	22	$y = -2x \Rightarrow x = 0, y = 0 \Rightarrow (0, 0)$ $x = 1, y = -2 \Rightarrow (1, -2)$
	23	i) $p_1(3, 0), p_2(0, 2)$ $\frac{y - 0}{x - 3} = \frac{2 - 0}{0 - 3} \Rightarrow \frac{y}{x - 3} = \frac{-2}{3} \Rightarrow 3y = -2x + 6 \Rightarrow 3y + 2x = 6$ ii) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{2 - 0}{0 - 3} = \frac{-2}{3}, p(3, 0)$ $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y = \frac{-2}{3}(x - 3) \Rightarrow 3y + 2x = 6$ iii) $m = \frac{-2}{3}, k = 2 \Rightarrow y = mx + k \Rightarrow y = \frac{-2}{3}x + 2 \Rightarrow 3y + 2x = 6$
فكر	24	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{-2 - 7}{8 - 5}$ نجد الميل بالنقطتين $m = \frac{-9}{3} = -3$ لا يوجد هذا المستقيم
	25	$p_1(0, k), p_2(-k, 0)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - k}{-k - 0} = 1 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow y - 3 = 1(x - 2) \Rightarrow y - x = 1$
	26	$p(-1, 7), m = \frac{3}{5}$ نجد معادلة المستقيم $y - 7 = \frac{3}{5}(x + 1)$ معادلة محمد هي الصحيحة
اكتب		حرفية تصب ماء في حوض بمعدل 3 متر مكعب في الثانية. $v = 3t$ حيث v الحجم t الزمن



تأكد من فهمك	1	$m = \frac{6-4}{a+2} \Rightarrow m_1 = \frac{2}{a+2}, m_2 = \frac{-7+6}{2-6} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$ $\overline{AB} \perp \overline{CD} \Rightarrow m_1 = \frac{-1}{m_2}, \Rightarrow \frac{2}{a+2} = \frac{-4}{1} \Rightarrow -4a - 8 = 2$ $-4a = 10 \Rightarrow a = \frac{-5}{2}$	
	2	$m = \frac{a-2}{6-3} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a-2}{3} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4a - 8 = 3 \Rightarrow a = \frac{5}{4}$	
	3	$M_{AB} = \frac{4-0}{0-3} = -\frac{4}{3}, M_{CD} = \frac{-4-0}{0+3} = -\frac{4}{3}$ $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ $\overline{AD} \parallel \overline{CB}$ <p>بالطريقة نفسها نبرهن أن \therefore الشكل متوازي أضلاع (تعريف)</p>	
	4	$M_{AB} = \frac{-2+7}{-8+5} = \frac{5}{-3}, M_{BC} = \frac{-3+2}{-4+8} = \frac{-1}{4}$ $M_{AC} = \frac{-3+7}{-4+5} = \frac{4}{1}$ $\therefore M_{BC} \times M_{AC} = \frac{-1}{4} \times \frac{4}{1} = -1 \Rightarrow \overline{BC} \perp \overline{AC} \Rightarrow C$ المثلث قائم الزاوية في C	
	5	$\therefore M_{AB} = \frac{2+1}{4-0} = \frac{3}{4}, M_{AC} = \frac{5+1}{8-0} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}, M_{BC} = \frac{5-2}{8-4} = \frac{3}{4}$ <p>انن : A, B, C تقع على استقامة واحدة لتساوي ميول القطع</p>	
	6	$m_1 = \frac{0+2}{6-3} = \frac{2}{3} \Rightarrow m_2 = \frac{-3}{2}$ (عمودي) $y-0 = \frac{-3}{2}(x+4) \Rightarrow 2y+3x = -12$	
تدريب وحل تمرينات	7	$M_{AB} = \frac{0-2}{3-0} = \frac{-2}{3}, M_{CD} = \frac{-4+2}{9-6} = \frac{-2}{3}$ $M_{EF} = \frac{-2+5}{2-0} = \frac{3}{2}$ $\therefore M_{AB} = M_{CD} \Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ $\therefore M_{AB} \times M_{EF} = -1 \Rightarrow \overline{AB} \perp \overline{EF}, \overline{CD} \perp \overline{EF}$	
	8	$M_{AB} = \frac{-1+7}{1-0} = \frac{6}{1}, M_{BC} = \frac{3+1}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$ <p>النقاط A, B, C لا تقع على استقامة واحدة لاختلاف الميول</p>	

تدريب وحل مسائل

9

$$M_{AB} = \frac{6-4}{2-1} = \frac{2}{1}$$

$$M_{DC} = \frac{3-1}{8-7} = \frac{2}{1}$$

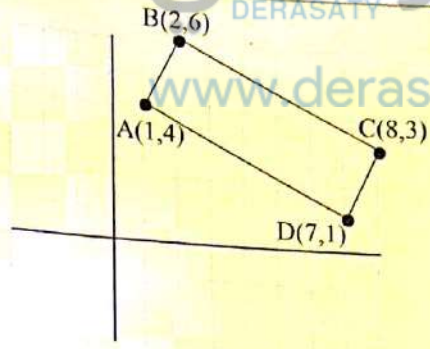
$$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD}$$

بالطريقة نفسها $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ الشكل متوازي أضلاع

$$M_{AD} = \frac{1-4}{7-1} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$$

$$M_{AB} \times M_{AD} = \frac{2}{1} \times \frac{-1}{2} = -1 \Rightarrow \overline{AB} \perp \overline{AD}$$

\therefore الشكل مستطيل



10

$$m_1 = \frac{0+2}{6-3} = \frac{2}{3}$$

$$m_2 = \frac{2}{3} \quad \text{المستقيمان متوازيان}$$

$$y + 1 = \frac{2}{3}(x - 1) \Rightarrow 3y + 3 = 2x - 2 \Rightarrow 3y - 2x = -5$$

11

$p_1(5, 75000)$, $p_2(10, 150000)$, $p_3(15, 225000)$ من الجدول نجد

$$M_{p_1 p_2} = \frac{150000 - 75000}{10 - 5} = \frac{75000}{5} = 15000$$

$$M_{p_2 p_3} = \frac{225000 - 150000}{15 - 10} = \frac{75000}{5} = 15000$$

$$M_{p_1 p_3} = \frac{225000 - 75000}{15 - 5} = 15000$$

البيانات تمثل خطأ مستقيماً

تدريب وحل مسائل حياتية

12

$$M_{AB} = \frac{2-5}{6-4} = \frac{-3}{2}$$

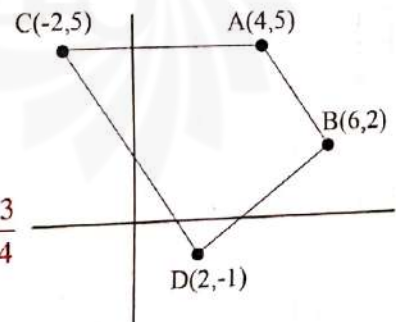
$$M_{CD} = \frac{-1-5}{2+2} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$$

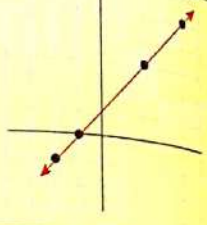
$$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD}$$

$$M_{AC} = \frac{5-5}{-2-4} = \frac{0}{-6} = 0, \quad M_{BD} = \frac{-1-2}{2-6} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \overline{AC} \not\parallel \overline{BD}$$

الشكل شبه منحرف



تدريب وحل مسائل حياتية	13	<p>الطريق الأول A(-4, 0), B(0, 2)</p> <p>الطريق الثاني C(-1, -2), D(-4, -3)</p> <p>الطريق الثالث E(3, 0), F(0, 5)</p> <p>i) $M_1 = \frac{2-0}{0+3} = \frac{2}{3}$, $M_2 = \frac{-4+2}{-4+1} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \Rightarrow M_1 = M_2$ الطريق 1 // الطريق 2</p> <p>ii) $M_2 = \frac{2}{3}$, $M_3 = \frac{5-0}{0-3} = \frac{5}{-3}$ الطريق 3 غير عمودي على الطريق 1</p> <p>iii) الطريق 3 غير عمودي على الطريق 1</p>
	14	<p>A(-2, -1), B(-1, 0), C(2, 3), D(4, 5)</p> <p>$M_{AB} = \frac{0+1}{-1+2} = \frac{1}{1} = 1$ $M_{BC} = \frac{3-0}{2+1} = \frac{3}{3} = 1$</p> <p>$M_{CD} = \frac{5-3}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$ اذن النقط على استقامة واحدة</p> 
	15	<p>$M_1 = \frac{4-0}{0+3} = \frac{4}{3}$ $M_2 = \frac{0-3}{4-1} = \frac{-3}{3} = -1$</p> <p>$M_1 \times M_2 \neq -1$ المستقيمان متوازيان لأن $m_1 = m_2$ ، المستقيمان غير متعامدين لأن</p>
ق	16	<p>$3y - 5x = 20 \Rightarrow y = \frac{5}{3}x + \frac{20}{3} \Rightarrow m_1 = \frac{5}{3}, k_1 = \frac{20}{3}$</p> <p>$3y - 5x = 15 \Rightarrow y = \frac{5}{3}x + \frac{15}{3} \Rightarrow m_1 = \frac{5}{3}, k_1 = \frac{15}{3}$</p> <p>$m_1 = m_2, k_1 \neq k_2$</p>
	17	<p>A(-1, 4), B(0, 4), C(2, 4) افرض</p> <p>$M_{AB} = \frac{4-4}{0+1} = \frac{0}{1} = 0$ $M_{BC} = \frac{4-4}{2-0} = \frac{0}{2} = 0$ المستقيم المار بالنقاط // محور السينات لأن ميله = صفراً</p>
	18	<p>$5y + 2x = 10 \Rightarrow y = \frac{-2}{5}x + 2 \Rightarrow m = \frac{-2}{5}, k = 2$ منه جوابه صحيح</p>
	19	<p>$M_{AC} = \frac{1-3}{2-0} = \frac{-2}{2} = -1$</p> <p>$M_{BD} = \frac{0-4}{-1-3} = \frac{-4}{-4} = 1$</p> <p>$\therefore M_{AC} \times M_{BD} = (-1) \times (1) = -1$</p> <p>$\therefore \overline{AB} \perp \overline{BD}$</p>
	20	التشابه في الميول ، الاختلاف في المقطع الصادي
أكثر		<p>يكون المستقيمان متوازيين : اذا كان ميلهما متساويين</p> <p>يكون المستقيمان متعامدين : اذا كان حاصر ضرب ميلهما يساوي (-1)</p>

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

استخدم قانون المسافة بين النقطتين (x_1, y_1) ، (x_2, y_2)

- 1
- i) $d = \sqrt{(3-0)^2 + (8-0)^2} = \sqrt{9+64} = \sqrt{73}$
- ii) $d = \sqrt{(1+3)^2 + (-4+1)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$
- iii) $d = \sqrt{(3+1)^2 + (-4+2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) \quad \text{استخدم قانون المنتصف}$$

- 2
- i) $\left(\frac{0+3}{2}, \frac{0+8}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, 4\right)$ ii) $\left(\frac{-3+1}{2}, \frac{-1-4}{2}\right) = \left(-1, \frac{-5}{2}\right)$
- iii) $\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{-2-4}{2}\right) = (1, -3)$

$$AB = \sqrt{(-1+2)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(4+2)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{36+36} = 6\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(4+1)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2}$$

$$\therefore 6\sqrt{2} = \sqrt{2} + 5\sqrt{2} \Rightarrow AC = AB + BC$$

اذن النقط على استقامة واحدة

$$AB = \sqrt{(-4-2)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(-1-2)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(-1+4)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

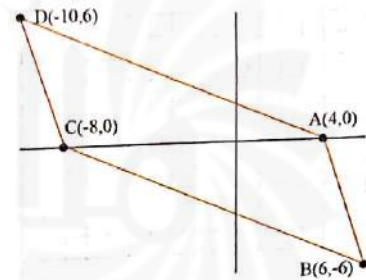
المثلث مختلف الأضلاع ، وليست له زاوية قائمة

$$i) AB = \sqrt{(6-4)^2 + (-6-0)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$DC = \sqrt{(-10+8)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

بالطريقة نفسها نجد أن طول AD يساوي طول BC

اذن الشكل متوازي أضلاع



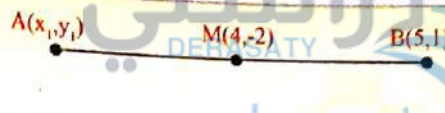
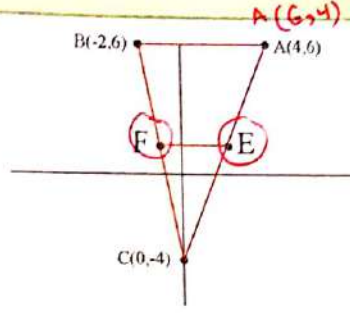
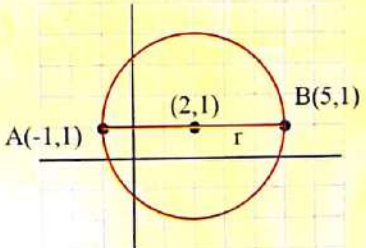
5

$$ii) F = \left(\frac{6+(-10)}{2}, \frac{-6+6}{2}\right) = (-2, 0) \quad \text{منتصف القطر BD}$$

$$F = \left(\frac{4+(-8)}{2}, \frac{0+0}{2}\right) = (-2, 0) \quad \text{منتصف القطر AC}$$

اذن الشكل متوازي أضلاع

تأكد من فهمك	<p>6</p> $M = \left(\frac{4+x_2}{2}, \frac{0+y_2}{2} \right)$ $(-2,0) = \left(\frac{4+x_2}{2}, \frac{y_2}{2} \right) \Rightarrow \frac{4+x_2}{2} = -2 \Rightarrow x_2 = -4 - 4 = -8$ $\Rightarrow \frac{y_2}{2} = 0 \Rightarrow y_2 = 0 \Rightarrow B(-8,0)$
7	<p>i) $d = \sqrt{(-4-8)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{144+4} = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}$</p> <p>ii) $d = \sqrt{(0-6)^2 + (2+9)^2} = \sqrt{36+121} = \sqrt{157}$</p> <p>iii) $d = \sqrt{(-6+2)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$</p>
8	<p>i) $\left(\frac{8+(-4)}{2}, \frac{1+3}{2} \right) = (2, 2)$ ii) $\left(\frac{6+0}{2}, \frac{-9+2}{2} \right) = \left(3, \frac{-7}{2} \right)$</p> <p>iii) $\left(\frac{-2-6}{2}, \frac{4-2}{2} \right) = (-4, 1)$</p>
9	<p>$AB = \sqrt{(3-1)^2 + (-4+3)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$</p> <p>$AC = \sqrt{(-1-1)^2 + (-2+3)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$</p> <p>$BC = \sqrt{(-1-3)^2 + (-2+4)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$</p> <p>$\sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \Rightarrow AB + AC = BC$ اذن النقط على استقامة واحدة</p>
تدرب وحل تمرينات	<p>10</p> <p>$AB = \sqrt{(2-2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{4} = 2$</p> <p>$AC = \sqrt{(-1-2)^2 + (-1+1)^2} = \sqrt{9} = 3$</p> <p>$BC = \sqrt{(-1-2)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$</p> <p>المثلث متساوي الساقين</p> <p>$(BC)^2 \stackrel{?}{=} (AB)^2 + (AC)^2$</p> <p>$(\sqrt{13})^2 \stackrel{?}{=} (2)^2 + (3)^2$</p> <p>$13 = 13$</p> <p>اذن المثلث قائم الزاوية في A</p>
11	<p>i) $AB = \sqrt{(2+3)^2 + (7-5)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$</p> <p>$DC = \sqrt{(-4-1)^2 + (7-9)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$</p> <p>$AB = DC$ اذن</p> <p>$AD = BC$ بالطريقة نفسها نبرهن أن</p> <p>الشكل متوازي أضلاع (تعريف)</p> <p>ii) $E = \left(\frac{2-4}{2}, \frac{7+7}{2} \right) = (-1, 7)$ القطر \overline{DB}</p> <p>$E = \left(\frac{-3+1}{2}, \frac{5+9}{2} \right) = (-1, 7)$ القطر \overline{AC}</p> <p>اذن القطران ينصف أحدهما الآخر ، اذن الشكل متوازي أضلاع</p>


تدريب وحل تمرينات	12	$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$ $(4, -2) = \left(\frac{x_1 + 5}{2}, \frac{y_1 + 1}{2} \right) \Rightarrow \frac{x_1 + 5}{2} = 4 \Rightarrow x_1 = 3$ $\frac{y_1 + 1}{2} = -2 \Rightarrow y_1 = -5$	
تدريب وحل مسائل حياتية	13	$E = \left(\frac{4+0}{2}, \frac{6+(-4)}{2} \right) = (2, 1)$ $F = \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{6+(-4)}{2} \right) = (-1, 1)$ $EF = \sqrt{(-1-2)^2 + (1-1)^2} = 3$ $AB = \sqrt{(-2-4)^2 + (6-6)^2} = 6$ $\therefore EF = \frac{1}{2} AB$	
	14	$d = \sqrt{(0+4)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{25} = 5$	<p>اذن المسافة بين البيت والمدرسة 5 كيلومتر</p>
أفكر	15	<p>i) $M = \left(\frac{-1+5}{2}, \frac{1+1}{2} \right) = (2, 1)$</p> <p>اذن مركز الدائرة هي النقطة (2, 1)</p> <p>ii) $A = r^2 \pi = (\sqrt{(5-2)^2 + (1-1)^2})^2 \pi = 9\pi$</p>	
	16	$M = \left(\frac{6+8}{2}, \frac{1+3}{2} \right) = (7, 2)$	<p>شهد كتبت القانون بصورة خاطئة ، والصح هو</p>
اكتب		$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$	<p>قانون نقطة المنتصف مشابه الى قانون الوسط الحسابي :</p>

1

$(AC)^2 = 16 + 9 \Rightarrow AC = \sqrt{25} = 5$

i) $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$ ii) $\cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$

iii) $\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{1}{\frac{BC}{AB}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$ iv) $\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{4}$



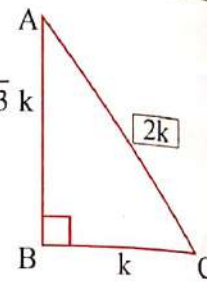
2

$\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{1}{\frac{BC}{AB}} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}k}{k} \Rightarrow AB = \sqrt{3}k, BC = k$

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \Rightarrow (AC)^2 = 3k^2 + k^2 = 4k^2 \Rightarrow AC = 2k$

i) $\tan A = \frac{k}{\sqrt{3}k} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ii) $\sin A = \frac{k}{2k} = \frac{1}{2}$

iii) $\csc A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ iv) $\cos A = \frac{\sqrt{3}k}{2k} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



3

i) L.H.S = $(\cos 30^\circ - \csc 45^\circ)(\sin 60^\circ - \sec 45^\circ)$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
 $\csc 45^\circ = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sec 45^\circ = \sqrt{2}$

L.H.S = $(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{2})(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2}) = (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - (\sqrt{2})^2 = \frac{3}{4} - 2 = \frac{-5}{4} = R.H.S$

ii) $2\sin 30^\circ \sec 30^\circ = \csc 60^\circ$

$2(\frac{1}{2})(\frac{1}{\cos 30^\circ}) = \frac{1}{\sin 60^\circ} \Rightarrow (1)(\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}) = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

L.H.S = R.H.S

iii) $(\cos 45^\circ - \csc 45^\circ)(\tan 45^\circ)(\csc 90^\circ) = -\cos 45^\circ$

$(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sin 45^\circ})(1)(\frac{1}{\sin 90^\circ}) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$(\frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{2})(1)(1) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{1-2}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$-\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

L.H.S = R.H.S

iv) $\sqrt{\frac{1-\cos 60^\circ}{2}} = \sin 30^\circ$

$\sqrt{\frac{1-\frac{1}{2}}{2}} = \frac{1}{2}$

$\sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{2}} = \frac{1}{2}$

$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

L.H.S = R.H.S

تأكد من فهمك

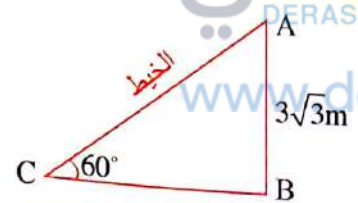
تأكد من فهمك

4

$$\sin c = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{AC}$$

$\therefore AC = 6m$ طول الخيط

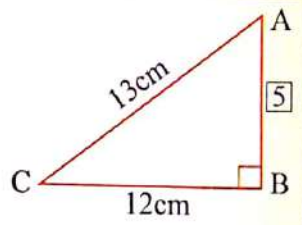


5

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \quad \text{فيثاغورس}$$

$$(13)^2 = (AB)^2 + (12)^2 \Rightarrow (AB)^2 = 169 - 144 = 25$$

$\therefore AB = 5cm$



i) $\cot A = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{12}$ ii) $\cot C = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{5}$

iii) $\sec C = \frac{1}{\cos C} = \frac{1}{\frac{BC}{AC}} = \frac{1}{\frac{12}{13}} = \frac{13}{12}$ iv) $\csc A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{\frac{BC}{AC}} = \frac{1}{\frac{12}{13}} = \frac{13}{12}$

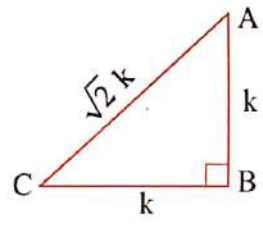
تدرب وحل تمرينات

6

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{\frac{AB}{AC}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{\sqrt{2}k}{k} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC = \sqrt{2}k, AB = k$$

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \quad \text{فيثاغورس}$$



$(\sqrt{2}k)^2 = (k)^2 + (BC)^2 \Rightarrow (BC)^2 = k^2 \Rightarrow BC = k$

i) $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{k}{\sqrt{2}k} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ii) $\cot C = \frac{1}{\tan C} = \frac{1}{\frac{AB}{BC}} = \frac{BC}{AB} = \frac{k}{k} = 1$

iii) $\csc A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{2}k}{k} = \sqrt{2}$ iv) $\cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{k}{\sqrt{2}k} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

7

i) $(\cos 60^\circ \csc 60^\circ + \sin 60^\circ \sec 60^\circ) = \frac{4}{\sqrt{3}}$

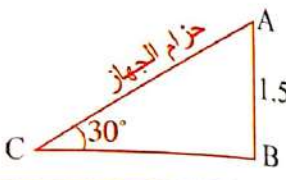
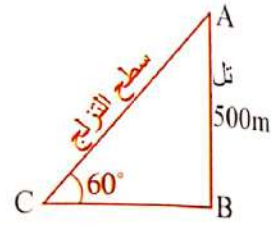
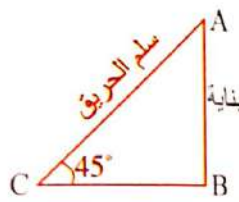
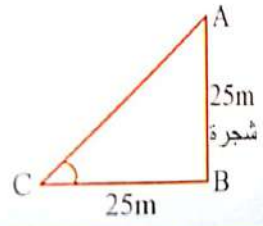
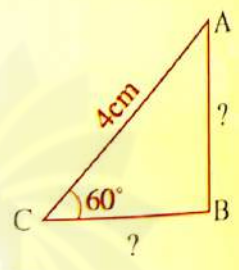
$$\text{L.H.S} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{\sin 60^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\cos 60^\circ} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 \right) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \text{R.H.S}$$

ii) $(\sin 45^\circ \sec 45^\circ + \csc 45^\circ \sin 45^\circ) = 2$

$$\text{L.H.S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\cos 45^\circ} + \frac{1}{\sin 45^\circ} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} + \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1 + 1 = 2 = \text{R.H.S}$$

تدريب وحل تمرينات		<p>iii) $\frac{\cot 45^\circ + \sin 90^\circ}{2 \sec 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$</p> <p>L. H. S = $\frac{\frac{1}{\tan 45^\circ} + 1}{2 \times \frac{1}{\cos 30^\circ}} = \frac{\frac{1}{1} + 1}{2 \times \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \text{R. H. S}$</p>
تدريب وحل مسائل حياتية	8	<p>$\sin C = \frac{AB}{AC}$</p> <p>$\sin 30^\circ = \frac{1.5}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1.5}{AC} \Rightarrow AC = 3\text{m}$</p> 
	9	<p>$\sin C = \frac{AB}{AC}$</p> <p>$\sin 60^\circ = \frac{500}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{500}{AC}$</p> <p>$\therefore AC \approx 588.24 \text{ m}$</p> 
	10	<p>$\sin C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{AB}{20}$</p> <p>$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AB}{20} \Rightarrow AB = 10\sqrt{2} \text{ m}$</p> 
	11	<p>$\tan C = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \tan C = \frac{25}{25} = 1$</p> <p>الزاوية الحادة التي ظلها يساوي واحد هي 45°</p> <p>$\therefore m \angle C = 45^\circ$</p> 
تدريب	12	<p>$\sin C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{AB}{4}$</p> <p>$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{4} \Rightarrow AB = 2\sqrt{3} \approx 3.4\text{cm}$</p> <p>$\cos C = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{BC}{4}$</p> <p>$\frac{1}{2} = \frac{BC}{4} \Rightarrow BC = 2\text{cm}$</p> <p>$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \Rightarrow (4)^2 = (2\sqrt{3})^2 + (BC)^2$</p> <p>$\therefore (BC)^2 = 4 \Rightarrow BC = 2\text{cm}$</p> <p>$m \angle A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$</p> <p>أو باستخدام مبرهنة فيثاغورس</p> 

$$\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

13

الزاوية التي جيبها يساوي $\frac{\sqrt{3}}{2}$ في المثلث القائم الزاوية تساوي 60°

$$\therefore m \angle A = 60^\circ , m \angle B = 90^\circ \Rightarrow m \angle C = 30^\circ$$

14

إذا كان جيب وجيب تمام الزاوية متساويين في مثلث قائم الزاوية فإن كل زاوية

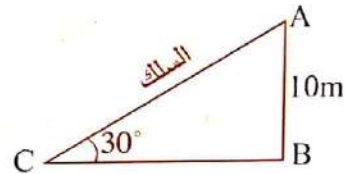
من زواياه الحادة تساوي 45° ، وبذلك يكون المثلث متساوي الساقين.

عمود كهرباء ارتفاعه 10m ، ثبت سلك في نهاية العمود وثبت الطرف الآخر للسلك على الأرض بحيث

يصنع زاوية مقدارها 30° ، ما طول السلك ؟

$$\sin 30^\circ = \frac{10}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{AC}$$

$$\therefore AC = 20m \quad \text{طول السلك}$$



سلسلة الناجح في الرياضيات

الدرس | [4-7] خطة حل المسألة (تحديد معقولة الاجابة)

الفهم : ما المعطيات في المسألة : تقدير جمادة $\frac{1}{3}$ المسافة بين A,B تساوي 3cm تقريباً .

تقدير سالي $\frac{1}{2}$ المسافة بين A,B تساوي 2cm تقريباً .

ما المطلوب من المسألة : تحديد المسافة المعقولة .

نقط : كيف نحل المسألة : أجد المسافة بين A,B وضربها في $\frac{1}{3}$ مرة وفي $\frac{1}{2}$ مرة اخرى

حل : قانون المسافة بين نقطتين :

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

التعويض والتبسيط

$$= \sqrt{(-2 - 4)^2 + (-1 - 5)^2} = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}$$

ضرب المسافة $6\sqrt{2}$ في $\frac{1}{3}$ يكون الناتج $2\sqrt{2}$ وبصورة تقريبية 2.8

ضرب المسافة $6\sqrt{2}$ في $\frac{1}{2}$ يكون الناتج $3\sqrt{2}$ وبصورة تقريبية 4.2

انن التقدير المعقول هو 3cm

نتحقق :

$$2\sqrt{2} \approx 2.8 \approx 3$$

2- الفهم : ما المعطيات في المسألة : قطعة مستقيمة طرفيها A(5,1) ، B(3,-5)

ما المطلوب من المسألة : أي النقطتين (-2, -3) أم (-1, 4) الأقرب الى نقطة منتصف \overline{AB} ؟

نقط : كيف نحل المسألة : أجد نقطة منتصف القطعة AB .

حل : قانون المنتصف :

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$M = \left(\frac{5+3}{2}, \frac{1-5}{2} \right) = M(4, -2)$$

$$d_1 = \sqrt{(4+3)^2 + (-2+2)^2}$$

$$d_1 = 7$$

$$d_2 = \sqrt{(4-4)^2 + (-2+1)^2}$$

$$d_2 = 1$$

أجد المسافة بين النقطتين M , (-3,-2)

أجد المسافة بين النقطتين M , (4,-1)

لذا النقطة (4,-1) هي الأقرب

نتحقق : المسافة بين M والنقطة (-3,-2) أكبر من المسافة بين M والنقطة (4,-1)

3 - أفهم : ما المعطيات في المسألة : المسافة بين مدينتين 280km ، نسبة المسافة بين المدينتين هي 20% .

ما المطلوب في المسألة : هل نسبة 20% من المسافة بين المدينتين تقريباً 69km أو 50km ؟

خطط : كيف تحل المسألة : باستعمال المسافة بين المدينتين والنسبة المئوية نحدد التقريب المناسب .

$$\text{حل : نستعمل النسبة المئوية : } 20\% \times 280 \Rightarrow \frac{20}{100} \times 280 = 56$$

تحقق : العدد 56 أقرب للعدد 50 من العدد 69 .

4 - أفهم : ما المعطيات في المسألة : المسافة المعطاة هي 160km ، نسبة ما قطعه الأول 50% ، نسبة ما قطعه الثاني 70% ، نسبة ما قطعه الثالث 80% .

ما المطلوب في المسألة : التقدير المعقول لما قطعه الشخص الأول والثالث .

خطط : كيف تحل المسألة : باستعمال النسبة المئوية والمسافة المعطاة .

حل : نستعمل النسبة المئوية لنجد ما قطعه كل شخص :

$$\text{ما قطعه الشخص الأول } 160 \times \frac{50}{100} = 80\text{km}$$

$$\text{ما قطعه الشخص الثاني } 160 \times \frac{70}{100} = 112\text{km}$$

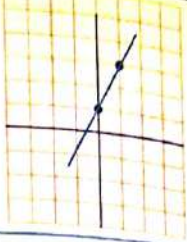
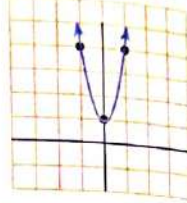
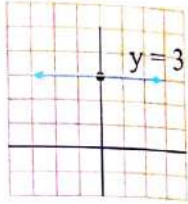
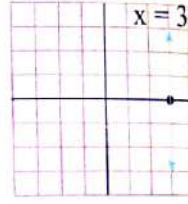
$$\text{ما قطعه الشخص الثالث } 160 \times \frac{80}{100} = 128\text{km}$$

$$80 + 128 = 208\text{km} \text{ الأول والثالث}$$

لذا المسافة 208km تقدير معقول لما الشخص الأول والثالث .

تحقق : العدد 208 أقرب للعدد 129 منه الى العدد 100 .

الإجابة

[4-1] تدريب 1:	$y = 2x + 1$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y=2x+1</th> <th>(x,y)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>(0,1)</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>3</td> <td>(1,3)</td> </tr> </tbody> </table>	x	y=2x+1	(x,y)	0	1	(0,1)	1	3	(1,3)								
x	y=2x+1	(x,y)																	
0	1	(0,1)																	
1	3	(1,3)																	
تدريب 2:	$y = 3x^2 + 1$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y=3x^2+1</th> <th>(x,y)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>4</td> <td>(1,4)</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>(0,1)</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>4</td> <td>(-1,4)</td> </tr> </tbody> </table>	x	y=3x^2+1	(x,y)	1	4	(1,4)	0	1	(0,1)	-1	4	(-1,4)					
x	y=3x^2+1	(x,y)																	
1	4	(1,4)																	
0	1	(0,1)																	
-1	4	(-1,4)																	
تدريب 3:	$y = 3$																		
تدريب 4:	$x = 3$																		
[4-2] تدريب 1:	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ <p>i) $m = \frac{7-1}{6+2} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$</p> <p>ii) $m = \frac{2-2}{1-4} = 0$</p> <p>iii) $m = \frac{-1-2}{4-4} =$ غير معرف</p>																		
تدريب 2:		<table border="1"> <thead> <tr> <th>No</th> <th>المعادلة</th> <th>المقطع السيني</th> <th>المقطع الصادي</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>i</td> <td>$2x - y = 4$</td> <td>2</td> <td>-4</td> </tr> <tr> <td>ii</td> <td>$y = -5$</td> <td></td> <td>-5</td> </tr> <tr> <td>iii</td> <td>$x = -5$</td> <td>-5</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	No	المعادلة	المقطع السيني	المقطع الصادي	i	$2x - y = 4$	2	-4	ii	$y = -5$		-5	iii	$x = -5$	-5		
No	المعادلة	المقطع السيني	المقطع الصادي																
i	$2x - y = 4$	2	-4																
ii	$y = -5$		-5																
iii	$x = -5$	-5																	
[4-3] تدريب 1:	$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y - 4}{x - 3} = \frac{1 - 4}{-2 - 3} = \frac{-3}{-5}$ $5y - 20 = 3x - 9 \Rightarrow 5y - 3x = 11$																		
تدريب 2:	$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 7 = -\frac{1}{3}(x - 0) \Rightarrow 3y + x = 21$																		
تدريب 3:	$2x - 4y = 8 \Rightarrow 4y = 2x - 8 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 2$ <p>$m = \frac{1}{2}$, -2 المقطع الصادي</p>																		

الإجابة

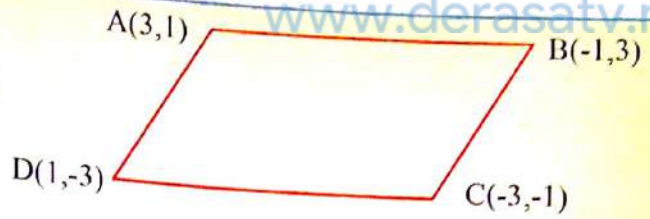
[4-4]

تدريب 1:

$$m_{AB} = \frac{3-1}{-1-3} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

$$m_{DC} = \frac{-1+3}{-3-1} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$



$$m_{AD} = \frac{-3-1}{1-3} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$m_{BC} = \frac{-1-3}{-3+1} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

الشكل متوازي أضلاع

A(1,-6), B(4,0), C(6,4)

تدريب 2:

$$m_{AB} = \frac{0+6}{4-1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$m_{BC} = \frac{4-0}{6-4} = \frac{4}{2} = 2$$

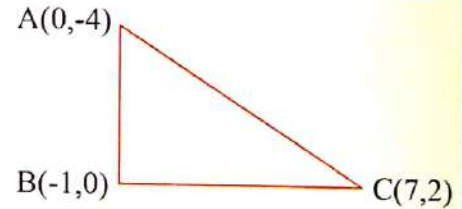
A, B, C على استقامة واحدة

تدريب 3:

$$m_{AB} = \frac{0+4}{-1-0} = \frac{4}{-1} = -4$$

$$m_{BC} = \frac{2-0}{7+1} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$\therefore \overline{AB} \perp \overline{BC}$



[4-5]

تدريب 1:

$$M = \left(\frac{x_1 - x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2} \right) \Rightarrow M = \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{0+5}{2} \right) = \left(1, \frac{5}{2} \right)$$

تدريب 2:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-0)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$BC = \sqrt{(-2-3)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

$$AC = \sqrt{(-2-0)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$(BC)^2 \stackrel{?}{=} (AB)^2 + (AC)^2 \Rightarrow (\sqrt{26})^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{13})^2 \quad \therefore \text{المثلث قائم الزاوية / عكس مبرهنة فيثاغورس}$$

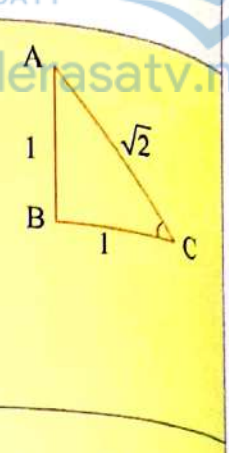
تدريب 3:

$$AB = \sqrt{(1+3)^2 + (-6+1)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$$

$$BC = \sqrt{(3-1)^2 + (-3+6)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$AC = \sqrt{(3+3)^2 + (-3+1)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$$

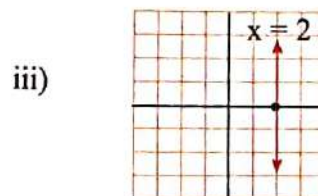
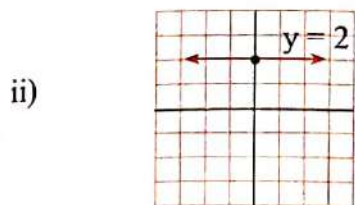
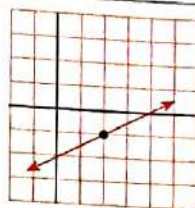
$$\sqrt{41} \neq \sqrt{40} + \sqrt{13} \quad \therefore \text{النقاط لا تقع على استقامة واحدة}$$

<p>[4-6]</p> <p>تدريب : 1</p>	$\tan c = \frac{1}{1}$ $(AC)^2 = (1)^2 + (1)^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}$ <p>i) $\cot c = 1$ ii) $\sin c = \frac{1}{\sqrt{2}}$ iii) $\sec A = \sqrt{2}$</p> <p>iv) $\csc c = \sqrt{2}$ v) $\cos A = \frac{1}{\sqrt{2}}$</p>	
<p>تدريب : 2</p>	$\tan 60 = \sqrt{3} \quad , \quad \cot 45 = 1 \quad , \quad \sec 30 = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad , \quad \sin 45 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $(\sqrt{3})^2 + (1)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \Rightarrow 3 + 1 + \frac{4}{3} + \frac{1}{2}$ $4 + \frac{8+3}{6} \Rightarrow 4 + \frac{11}{6} \Rightarrow \frac{24+11}{6} = \frac{35}{6}$	
<p>تدريب : 3</p>	<p>i) L. S = $(2)^2 + (\sqrt{3})^2 \Rightarrow 4 + 3 = 7 = R. S$</p> <p>ii) L. S = $2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$</p> <p>R. S = $\sin 90^\circ = 1 \quad \therefore L. S = R. S$</p> <p>iii) L. S = $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} = R. S$</p>	

الإجابة

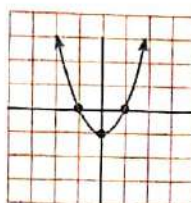
i) $y = \frac{x}{2} - 2$

x	(x,y)
0	(0,-2)
2	(2,-1)



iv) $y = x^2 - 1$

x	(x,y)
1	(1,0)
0	(0,-1)
-1	(-1,0)



$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y + 3}{x + 2} = \frac{3 + 3}{2 + 2}$$

$$\frac{y + 3}{x + 2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2y + 6 = 3x + 6$$

$$2y - 3x = 0$$

$$y - x = 4 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 4$$

$$\Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = -4$$

i) $m = \frac{5+2}{1-3} = \frac{7}{-2}$, $y + 2 = \frac{7}{-2}(x - 3) \Rightarrow -2y - 4 = 7x - 21$

$$2y + 7x = 17$$

ii) $m = \frac{3}{2}$, $p(0, -5)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y + 5 = \frac{3}{2}(x - 0)$$

$$2y + 10 = 3x \Rightarrow 2y - 3x = -10$$

أو بطريقة أخرى

$$y = mx + k \text{ , } m = \frac{3}{2} \text{ , } k = -5$$

$$y = \frac{3}{2}x - 5 \Rightarrow 2y = 3x - 10 \Rightarrow 2y - 3x = -10$$

الإجابة

iii) $m = -\frac{1}{5}$ $p(3,0)$

$$y - 0 = -\frac{1}{5}(x - 3) \Rightarrow 5y = -x + 3 \Rightarrow 5y + x = 3$$

5

$$2y - 3x = 8$$

$$2y - 8 = 3x$$

$$2(y - 4) = 3x$$

$$y - 4 = \frac{3}{2}(x - 0)$$

$$m = \frac{3}{2}, \quad (x_1, y_1) = (4, 0)$$

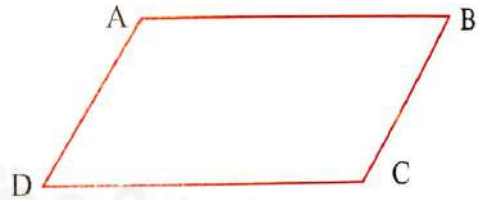
i) $m_{AB} = \frac{-1-2}{0-3} = \frac{-3}{-3} = 1$, $m_{BD} = \frac{0+1}{1-0} = 1$, $m_{AD} = \frac{0-2}{1-3} = \frac{-2}{-2} = 1$

على استقامة واحدة A , B , D

ii) $m_{AB} = \frac{2+1}{2-4} = \frac{3}{-2}$, $m_{DC} = \frac{1-4}{0+2} = \frac{-3}{2}$

$\overline{AB} // \overline{DC}$ الشكل متوازي أضلاع

$\overline{AD} // \overline{BC}$ وبنفس الطريقة



6

iii) $m_{AB} = \frac{-1-1}{4-3} = \frac{-2}{1}$, $m_{DC} = \frac{-3+1}{0-4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$

$$m_{AB} \times m_{DC} = -1 \Rightarrow \overline{AB} \perp \overline{DC}$$

7

$m_1 = \frac{-2}{3}$, $m_2 = \frac{-2}{3}$ توازي

$$y - y_1 = m_2(x - x_1) \Rightarrow y - 3 = \frac{-2}{3}(x - 0)$$

$$3y - 9 = -2x \Rightarrow 3y + 2x = 9$$

$$i) AB = \sqrt{(-1-2)^2(0-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$BD = \sqrt{(0+1)^2(1-0)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$AD = \sqrt{(0-2)^2(1-3)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$AB = BD + AD$$

على استقامة واحدة A , B , D

8

$$ii) AB = \sqrt{(2+1)^2(2-4)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$DC = \sqrt{(1-4)^2(0+2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$AB = DC$$

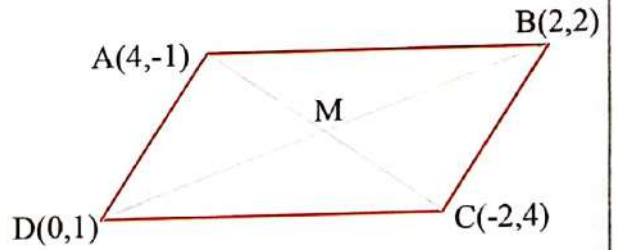
$$AD = BC \quad \text{وبالطريقة نفسها}$$

الشكل متوازي أضلاع

$$AC \text{ القطر } M = \left(\frac{4+(-2)}{2}, \frac{-1+4}{2} \right) = \left(1, \frac{3}{2} \right)$$

$$9 \quad BD \text{ القطر } M = \left(\frac{2+0}{2}, \frac{2+1}{2} \right) = \left(1, \frac{3}{2} \right)$$

الشكل متوازي أضلاع لأن أقطاره ينصف أحدهما الآخر



$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$4 = (AB)^2 + 1$$

$$AB = \sqrt{3}$$

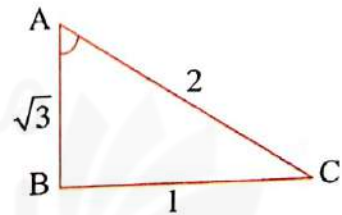
10

$$i) \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$ii) \tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$iii) \cot C = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$iv) \sec A = \frac{2}{\sqrt{3}}$$



الإجابة	
الدرس [4-1]	1 c 2 c 3 d 4 d 5 c 6 d 7 c
الدرس [4-2]	1 c 2 b 3 d 4 c 5 c, a 6 a 7 d 8 c
الدرس [4-3]	1 d 2 c 3 d 4 d 5 b 6 c 7 c
الدرس [4-4]	1 b 2 c 3 d 4 d 5 b 6 c 7 d
الدرس [4-5]	1 d 2 c 3 d 4 d 5 c 6 d 7 d
الدرس [4-6]	1 c 2 d c 3 d 4 c 5 b 6 d 7 d 8 d

حلول تمارينات الفصل الخامس

الهندسة والقياس

المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)	الدرس [5-1]
المثلثات	الدرس [5-2]
التناسب والقياس في المثلثات	الدرس [5-3]
الدائرة	الدرس [5-4]
المثلث والدائرة ، القطع المستقيمة والدائرة	الدرس [5-5]
الزوايا والدائرة	الدرس [5-6]
خطة حل المسألة (الرسم)	الدرس [5-7]

سلسلة الناجح في الرياضيات

1 - 6	3 - مضلع غير منتظم 6 - مضلع خماسي منتظم	2 - مضلع غير منتظم 5 - ليس مضلعاً	1 - مضلع سداسي منتظم 4 - ليس مضلعاً
7	$P = 2\pi r = 7 \times \frac{22}{7} = 22\text{cm}$ $A = \pi r^2 = \frac{22}{7} \times (3.5)^2 = 38.5\text{cm}^2$	محيط الدائرة مساحة الدائرة	
8	$P = 2\pi r = 2 \times 7 \times \frac{22}{7} = 44\text{cm}$ $A = \pi r^2 = 49 \times \frac{22}{7} = 154\text{cm}^2$		
9	$P = 2\pi r = 6 \times \frac{22}{7} \approx 18.86\text{ cm}$ $A = \pi r^2 = 9 \times \frac{22}{7} \approx 28.286\text{cm}^2$		
10	$V = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) \Rightarrow V = \frac{1}{2} \left(\frac{22}{7} \times (7)^3 \right) \times \frac{4}{3} = 718.67\text{ cm}^3$ $A = \frac{1}{2} (4\pi r^2) = \frac{1}{2} \left(\frac{88}{7} \times 49 \right) = 308\text{cm}^2$	حجم نصف الكرة المساحة السطحية لنصف الكرة	
11	$V = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 90.25 \times 21 = 5956.5\text{cm}^3$ $A = 2 \times \frac{22}{7} \times 9.5 \times 21 + 2 \times \frac{22}{7} \times 90.25 \approx 1821.29\text{cm}^2$	حجم الاسطوانة المساحة السطحية للاسطوانة	
12	$V_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} r^3 \pi \right)$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \times 27 \times \frac{22}{7} \right) = 56.57\text{ m}^3$ $V_2 = r^2 h \pi = \frac{22}{7} \times 9 \times 9 = 254.57\text{ m}^3$ $V = V_1 + V_2 = 56.57 + 254.57 = 311.1\text{ cm}^3$	حجم نصف الكرة حجم الاسطوانة حجم الشكل المركب = حجم نصف الكرة + حجم الاسطوانة	
13	$V = L^3 = 27\text{ cm}^3$ $TA = 6 \times L^2 = 6 \times 9 = 54\text{ cm}^2$	المساحة الكلية للمكعب	
14	$V = h \times L \times W$ $= 3 \times 5 \times 10 = 150\text{ cm}^3$ $TA = 2(3+5)(10) + 2(3 \times 5) \Rightarrow TA = 160 + 30 = 190\text{ cm}^2$	حجم متوازي المستطيلات المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات	

15

$$V = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} r^3 \pi \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} (42.875) \right) = 179.67 \text{ cm}^3$$

$$A = \frac{1}{2} (4r^2 \pi)$$

$$= \frac{44}{7} \times 12.25 = 74 \text{ cm}^2$$

المساحة السطحية لنصف الكرة

16

$$\frac{7}{6} = \frac{x-3}{2} \Rightarrow 6x - 18 = 14$$

$$\therefore x = \frac{18+14}{6} = \frac{32}{6} = 5.33$$

17

$$\frac{7}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 14$$

18

$$x = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

19

$$(n-2) \times 180^\circ \Rightarrow (5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$$

مجموع الزوايا الداخلية لمضلع

قياس الزاوية الخارجية للضلع تساوي 360°

$$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

قياس الزاوية المركزية

20

$$(n-2) \times 180^\circ = (8-2) \times 180^\circ = 1080^\circ$$

مجموع الزوايا الداخلية

$$\frac{360^\circ}{n} \quad \text{قياس الزاوية الخارجية } 360^\circ \Rightarrow \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

قياس الزاوية المركزية

21

$$(n-2) \times 180^\circ = (6-2) \times 180^\circ$$

$$= 4 \times 180^\circ = 720^\circ$$

مجموع قياس الزوايا الداخلية

$$\frac{360^\circ}{n} = \text{قياس الزاوية المركزية}$$

$$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ = \text{قياس الزاوية المركزية}$$

قياس الزاوية الخارجية 360°

22

$$3 + 2 = 5$$

$$\frac{20}{5} \times 2 = 8$$

عدد الاناث من الموظفين

$$\frac{20}{5} \times 3 = 12$$

عدد الذكور من الموظفين

23

$$3(2x-1) = 57$$

$$6x - 3 = 57 \Rightarrow 6x = 60 \Rightarrow x = 10$$

$$\therefore 2x - 1 \Rightarrow 2(10) - 1 = 19 \text{ cm}$$

محيط المضلع

مساحة المضلع



$$P = n \times L$$

$$A = \frac{1}{2} L \times h \times n$$

1 $P = 5 \times 2.9 = 14.5 \text{ cm}$

$$A = \frac{1}{2} (2.9)(2)(5) = 14.5 \text{ cm}^2$$

2 $P = 7 \times 2\sqrt{3} = 14\sqrt{3} \text{ cm}$

$$A = \frac{1}{2} (3)(2\sqrt{3})(7) = 42\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

3 i) $LA = \pi r \times \ell = \frac{1}{2} (P) \times \ell$

$$TA = \pi r \times \ell + \pi r^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h$$

$$LA = \frac{1}{2} (30\pi)(25) = 375\pi \text{ cm} \quad , \quad TA = 375\pi + 225\pi = 600\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{(225\pi)(20)}{30} = 1500 \text{ cm}^3$$

ii) $LA = \frac{1}{2} P \times \ell \quad , \quad TA = \frac{1}{2} P \times \ell + b \quad , \quad V = \frac{1}{3} b \times h$

$$LA = \frac{1}{2} (36)(9) = 162 \text{ cm}^2$$

$$TA = 162 + 54\sqrt{3} = 232.2 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} (54\sqrt{3})(3\sqrt{6}) = 226.8 \text{ cm}^3$$

المساحة الجانبية للمخروط

المساحة الكلية للمخروط

حجم المخروط

هرم

تأكد من فهمك

4 i) $L = 6 \text{ cm} \quad , \quad h = \sqrt{33} \text{ cm} \quad , \quad \ell = 6 \text{ cm}$

$$LA = \frac{1}{2} P \times \ell \Rightarrow LA = \frac{1}{2} (3 \times 6) \times 6 \Rightarrow LA = 54 \text{ cm}^2$$

$$b = \frac{\sqrt{3}}{4} (L)^2 \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{4} (36) \Rightarrow b = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$TA = LA + b \Rightarrow TA = 54 + 9\sqrt{3} \approx 69.3 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} b \times h \Rightarrow v = \frac{1}{3} (9\sqrt{3})(\sqrt{33}) \Rightarrow v = 9\sqrt{11} \text{ cm}^3$$

ii) $L = 12 \text{ cm} \quad , \quad h = 8 \text{ cm} \quad , \quad \ell = 10 \text{ cm}$

محيط

$$P = 12 \times 4 = 48 \text{ cm}$$

$$LA = \frac{1}{2} P \times \ell$$

$$LA = \frac{1}{2} (48) \times 10 = 240 \text{ cm}^2$$

مساحة $b = 12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2$

$$TA = \frac{1}{2} (P \times \ell) + b$$

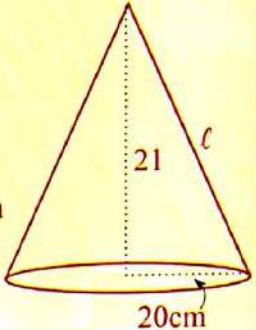
$$TA = 240 + 144 = 384 \text{ cm}^2 \Rightarrow V = \frac{1}{3} b \times h \Rightarrow V = \frac{1}{3} (144) \times 8 = 384 \text{ cm}^3$$

تأكد من فهمك

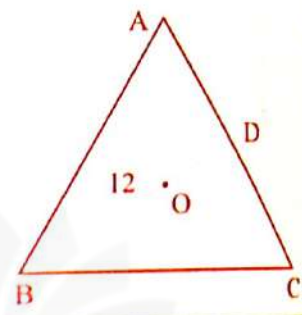
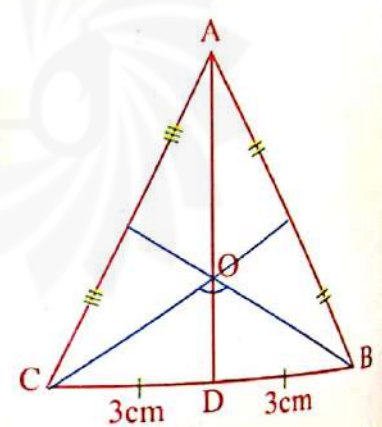
- 5
- i) $LA = \pi r \times \ell$
 $LA = \pi(5) \times 13$
 $= 65\pi \text{ cm}^2$
 $TA = \pi r \times \ell + \pi r^2$
 $TA = 65\pi + 25\pi = 90\pi \text{ cm}^2$
 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h$
 $V = \frac{1}{3} (25\pi) \times 12 = 100\pi \text{ cm}^3$
- ii) $LA = \pi r \times \ell$
 $\ell^2 = (16)^2 + 9 = 25 \Rightarrow \ell = 5$
 $LA = \pi(3) \times 5 = 15\pi \text{ cm}^2$
 $TA = 15\pi + 9\pi = 24\pi \text{ cm}^2$
 $V = \frac{1}{3} (9)\pi \times 4 = 12\pi \text{ cm}^3$
- iii) $(h)^2 = 9 - 3 = 6 \Rightarrow h = \sqrt{6}$
 $LA = \pi\sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$
 $TA = 3\sqrt{3}\pi + \pi(3) = 3\pi(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}^2$
 $V = \frac{1}{3} \pi(3) \times \sqrt{6} = \sqrt{6}\pi \text{ cm}^3$

- 6
- $\ell = 5 \text{ cm}$, $h = 3 \text{ cm}$
 $b = 8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$
 $P = 8 \times 4 = 32 \text{ cm}$
 $LA = \frac{1}{2} P \times \ell$
 $LA = \frac{1}{2} (32) \times 5 = 80 \text{ cm}^2$
 $TA = \frac{1}{2} P \times \ell + b$
 $TA = 80 + 64 = 144 \text{ cm}^2$
 $V = \frac{1}{3} b \times h$
 $V = \frac{1}{3} \times 64 \times 3 = 64 \text{ cm}^3$
- مساحة القاعدة b
 محيط القاعدة P

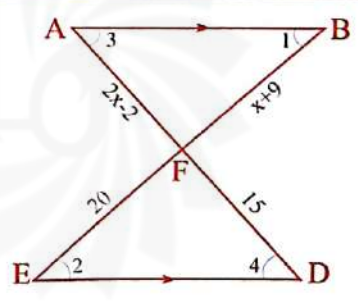
تدريب وحل تمرينات	7	$L = 8$, $\ell = 7.2$ cm $LA = \frac{1}{2}P \times \ell$ $LA = \frac{1}{2}(32) \times 7.2$ $= 115.2$ cm ²	
	8	$LA = \frac{1}{2}P \times \ell$ $= \frac{1}{2}(9.28) \times 2$ $= 9.28$ cm ²	$P = 1.16 \times 8$ $= 9.28$ cm ا.ب.ب
	9	$LA = \pi r \times \ell$ $TA = \pi r \times \ell + \pi r^2$ $r = \frac{35}{2} = 17.5$ m , $\ell = 20$ m $LA = \pi(17.5) \times 20 = 350\pi$ m ² $TA = 250\pi + 306.25\pi = 656.25\pi$ cm ²	
	10	$b = \frac{\sqrt{3}}{4}L^2 \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{4}(36) = 9\sqrt{3}$ m ² $V = \frac{1}{3}b \times h \Rightarrow V = \frac{1}{3}(9\sqrt{3})(13)$ $V = 39\sqrt{3}$ m ³	
	11	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$ $V_1 = \frac{1}{3}\pi(4) \times 6 = 8\pi$ m ³ $V_2 = \frac{1}{3}\pi(81) \times 18 = 486\pi$ m ³ $V = V_1 + V_2 = 8\pi + 486\pi = 494\pi$ m ³	حجم الهرم حجم الشكل المركب
تدريب وحل مسائل حياتية	12	$r = 3$ cm , $V = 203$ cm ³ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$ $203 = \frac{1}{3}\pi(9) \times h \Rightarrow h = \frac{203}{3\pi} = 21.53$ cm	

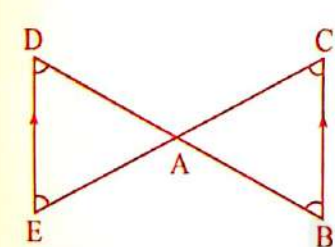
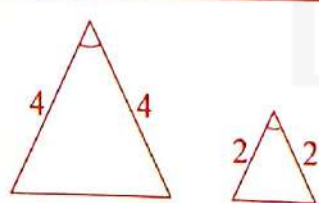
تدريب وحل مسائل حياتية	13	$V = \frac{1}{3}b \times h \quad , \quad h = 321 \text{ m}$ $1904000 = \frac{1}{3} \times b \times 321$ $b = \frac{1904000}{107} = 17794.3$ $b \approx 17794 \text{ m}^2$ <p style="text-align: right;">مساحة القاعدة</p>
	14	$LA = \frac{1}{2}P \times \ell \quad , \quad P = 4 \times 4 = 16 \text{ cm} \quad , \quad \ell = 8 \text{ cm}$ $LA = \frac{1}{2} \times 16 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$
أكبر	15	<p style="text-align: right;">نصف قطر قاعدة المخروط = نصف قطر قاعدة الاسطوانة = r</p> <p style="text-align: right;">ارتفاع المخروط = h_2 ، ارتفاع الاسطوانة = h_1</p> <p>مخروط اسطوانة</p> $V_1 = V_2 \Rightarrow (r^2\pi)h_1 = \frac{1}{3}(r^2\pi)h_2 \Rightarrow h_2 = 3h_1$ <p>مخروط $\therefore h_1 = 7 \Rightarrow \therefore h_2 = 21 \text{ cm}$</p> $\ell^2 = (21)^2 + (20)^2 \Rightarrow L^2 = 441 + 400 = 841 \Rightarrow \ell = 29 \text{ cm}$ $LA = \frac{1}{2}(2r\pi)\ell \Rightarrow LA = 20\pi(29) = 580\pi \text{ cm}^2$ <p style="text-align: right;">المساحة الجانبية للمخروط</p> 
	16	<p style="text-align: right;">الحل الثاني هو الصحيح لأن h هو ارتفاع المخروط = 8</p>
أكبر		<p style="text-align: right;">مضلع تساعي منتظم طول ضلعه $L = 8 \text{ cm}$ وطول العامد فيه يساوي 4cm</p> $P = L \times n = 8 \times 9 = 72 \text{ cm}$ $A = \frac{1}{2} \times L \times h \times n = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times 9 = 144 \text{ cm}^2$

تأكد من فهمك

1	$m \angle B = 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ$ $\therefore \overline{AC}, \overline{AB}, \overline{BC}$	
2	$m \angle B = 180^\circ - (m \angle A + m \angle C)$ $= 180^\circ - (45^\circ + 38^\circ)$ $= 180^\circ - (83^\circ)$ $m \angle B = 97^\circ$ $\therefore \overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$	
3	$\therefore \angle C, \angle B, \angle A$	
4	$\therefore \angle B, \angle A, \angle C$	
5	$x = \frac{1}{2} \angle A$ $m \angle A + m \angle B + m \angle C = 180^\circ$ مجموع زوايا المثلث = 180° $m \angle A = 180^\circ - (m \angle B + m \angle C)$ $m \angle A = 180^\circ - (45^\circ + 80^\circ) = 180^\circ - 125^\circ$ $m \angle A = 55^\circ$ $\therefore x = \frac{1}{2} (55^\circ) = 27.5^\circ$	
6	$BO = \frac{2}{3} BD$ $BO = 12 \text{ cm}$ $\therefore 12 = \frac{2}{3} BD \Rightarrow BD = 18 \text{ cm}$	
7	$CB = 6 \text{ cm} \Rightarrow CD = DB = 3 \text{ cm}$ $OD = \frac{1}{2} CB$ القطعة المستقيمة الواصلة من رأس القائمة الى منتصف الوتر تساوي نصف طول الوتر. $\therefore OD = \frac{1}{2} (6) \Rightarrow OD = 3 \text{ cm}$ بالتعويض $OD = \frac{1}{3} AD \Rightarrow 3 = \frac{1}{3} AD \Rightarrow AD = 9 \text{ cm}$	

تأكد من فهمك	8	<p>i) من الشكل نجد أن :</p> $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ $\therefore \angle D \cong \angle C$ $\angle DBE \cong \angle ABC$	<p>ii) $\Delta ABC \cong \Delta EBD$</p> <p>$1 = \frac{8}{8}$ نسبة التشابه</p> <p>لتساوي زواياهما المتناظرة</p>	<p>iii) $\frac{8}{x-1} = \frac{9}{x}$</p> $9x - 9 = 8x$ $9x - 8x = 9$ $x = 9$
تدرب وحل التمرينات	9	$m \angle B = 180^\circ - (80^\circ + 60^\circ)$ $= 180^\circ - (140^\circ)$ $m \angle B = 40^\circ$ $\therefore \overline{AC}, \overline{AB}, \overline{BC}$		
	10	$m \angle C = 90^\circ$ $m \angle B = 70^\circ \Rightarrow m \angle A = 90^\circ - 70^\circ$ $\therefore m \angle A = 20^\circ$ $\therefore \overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$		
	11	$\therefore \angle C, \angle A, \angle B$		
	12	$\therefore \angle B, \angle C, \angle A$		
	13	$\angle A \cong \angle D$ $\frac{AC}{DE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ $\angle B \cong \angle N$ $\frac{AB}{DN} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ $\angle C \cong \angle E$ $\frac{CB}{NE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ <p>المثلثات متشابهات ونسبة التشابه هي $\frac{4}{3}$</p>		
14	$\frac{AD}{AB} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, $\frac{AE}{AC} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ $\therefore m \angle DAE \cong m \angle CAB$ <p>فإن المثلثين ADE, ABC متشابهان لتساوي زواياهما المتناظرة.</p>			
تدرب وحل مسائل حياتية	15	$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{ED}$ $\therefore m \angle 1 = m \angle 2, m \angle 3 = m \angle 4$ بالتبادل $\frac{AF}{DF} = \frac{BF}{EF}$ من التشابه $\frac{2x-2}{15} = \frac{x+9}{20}$ بالتعويض $40x - 40 = 15x + 135$ الضرب التبادلي باليسر $25x = 175$ $x = 7$		



تدريب وحل مسائل حياتية	16	<p>في $\triangle ABE, \triangle DBE$:</p> <p>$\overline{AE} \cong \overline{ED}$ $m \angle E = m \angle E = 90^\circ$ $\overline{BE} = \overline{BE}$</p> <p>يتطابق المثلثان لتساوي ضلعين وزاوية محصورة بينهما إذن المثلثان متشابهان . كذلك من التطابق ينتج : $\angle EBA \cong \angle D$</p>
	17	<p>$\frac{6}{4} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{12}{4} = 3$ $m = (3,0)$ $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ نسبة التشابه</p>
فكر	18	<p>Let $x = AB$ $\frac{x}{60} = \frac{80}{60} \Rightarrow x = 80$ $AB = 80$</p>
	19	<p>$\frac{x}{10} = \frac{15}{5} = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 30$</p>
	20	<p>$\frac{3+x}{3} = \frac{x+5}{4}$ $12+4x = 3x+15$ $4x-3x = 15-12$ $x = 3$</p>
فكر	21	<p>عند تطابق زاويتين في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر فإن المثلثين يتشابهان وكذلك عند تناسب ضلعين في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر وتطابقت الزاوية المحصورة بينهما مع نظيرتها فإن المثلثين متشابهين .</p> <p>مثال : هل المثلثان في الشكل المجاور متشابهان ؟ وبين السبب ،</p> <p>الحل : $\overline{BC} \parallel \overline{ED}$ ومن التوازي نجد أن هناك زاويتين من المثلث ABC تتطابقان مع زاويتين من المثلث ADE (زاويا متبادلة) . لأن المثلثان متشابهان</p> 
	اكتب	 <p>$\frac{4}{2} = \frac{6}{3}$ $\frac{2}{1} = \frac{2}{1}$ نسبة التشابه</p> <p>لأن مجموع أي ضلعين في مثلث أكبر من الضلع الثالث فلا يجوز الضلع الثالث 8 أو 4</p>

1

$$\frac{RL}{LT} = \frac{RW}{WS}$$

$$\frac{16}{x} = \frac{12}{9}$$

$$12x = 144 \Rightarrow x = 12$$

$$\therefore LT = 12$$

2

$$\frac{RW}{WS} = \frac{RL}{LT}$$

$$\frac{70}{x} = \frac{42}{30}$$

$$\therefore WS = \frac{70 \times 30}{42} = 50$$

3

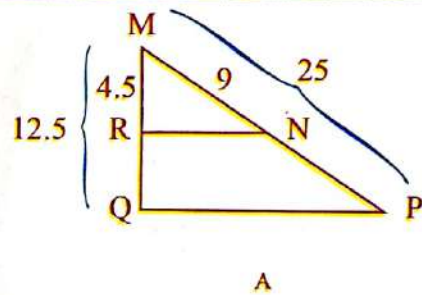
$$NP = 25 - 9 = 16$$

$$RQ = 12.5 - 4.5 = 8$$

(مبرهنة) $\frac{9}{16} = \frac{4.5}{8} \Rightarrow$

$$\therefore \frac{MN}{NP} = \frac{MR}{RQ}$$

$$\therefore \overline{RN} \parallel \overline{QP} \quad (\text{مبرهنة})$$



4

$$\frac{MN}{NK} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{x}{x+4} = \frac{\frac{x}{2}}{x-4} \Rightarrow (x+4)\frac{x}{2} = x^2 - 4x$$

$$\frac{x^2}{2} + 2x = x^2 - 4x$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 6x = 0$$

$$x(\frac{1}{2}x - 6) = 0$$

يهمل $x = 0$ or $\frac{1}{2}x - 6 = 0 \Rightarrow x = 12$

$$MN = 12$$

$$KN = 12 + 4$$

$$KN = 16$$

5

$$2P = ABC$$

$$P = HKM$$

نفرض أن مساحة المثلث ABC تساوي 2P
نفرض أن مساحة المثلث KMH تساوي P

$$\frac{2P}{P} = \frac{(AB)^2}{(8)^2} \Rightarrow AB = 8\sqrt{2} \text{ cm}$$

افرض ان مساحة ABC يساوي A

افرض ان محيط ABC يساوي P

محيط المثلث KMH يساوي 18cm ، مساحته 15cm²

www.derasatv.net

تأكد من فهمك

$$\frac{6}{8} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{18}{P} \Rightarrow P = 24 \text{ cm}$$

$$\frac{(3)^2}{(4)^2} = \frac{15}{A} \Rightarrow \frac{9}{16} = \frac{15}{A}$$

$$3A = 80 \Rightarrow A = \frac{80}{3} = 26.7 \text{ cm}^2$$

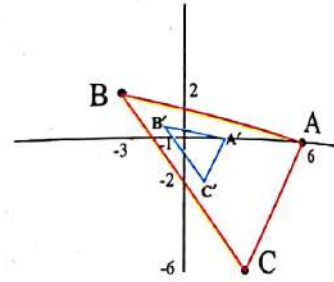
مبرهنة : نسبة تشابه محيط مثلثين = $\frac{a}{b}$

نسبة تشابه مساحتي مثلثين = $\frac{a^2}{b^2}$

$$A' = \left(\frac{1}{3} \times 6, \frac{1}{3} \times 0\right) = A'(2,0)$$

$$B' = \left(\frac{1}{3} \times (-3), \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}\right) = B'(-1, \frac{1}{2})$$

$$C' = \left(\frac{1}{3} \times 3, \frac{1}{3} \times (-6)\right) = C'(1, -2)$$



تدرّب وحل تمرينات

$$\frac{2}{8} = \frac{3}{3x-3}$$

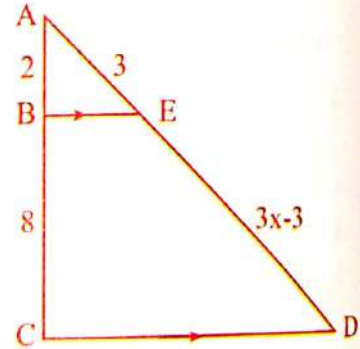
$$24 = 6x - 6$$

$$30 = 6x$$

$$x = 5$$

$$ED = 15 - 3$$

$$ED = 12$$



$$\frac{CB}{BM} = \frac{CA}{AK} \Rightarrow \frac{18}{6} = \frac{4.5}{1.5}$$

$$3 = 3$$

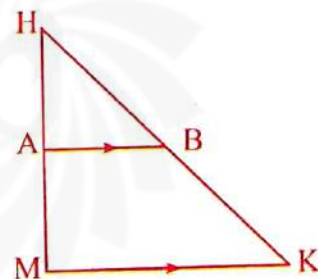
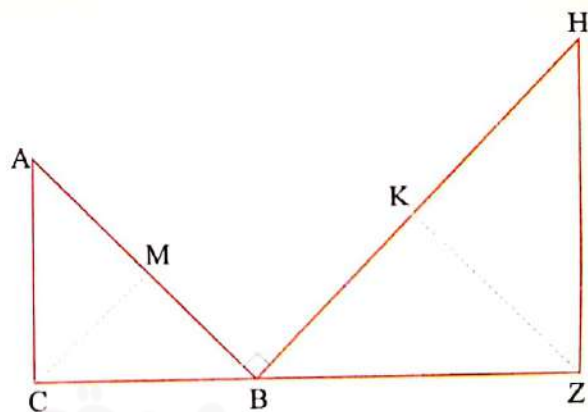
$$\overline{AB} \parallel \overline{MK}$$

مبرهنة التناسب المثلثي

$$\frac{16}{25} = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{5}$$

نسبة التشابه بين المحيطين هي $\frac{4}{5}$

تدريب وحل تمرينات	11	$A' = (2 \times -1, 2 \times -1) = B'(-2, -2)$ $B' = (2 \times 1, 2 \times -2) = B'(2, -4)$ $C' = (2 \times 1, 2 \times 2) = C'(2, 4)$
تدريب وحل مسائل حياتية	12	$\frac{3}{27} = \frac{54}{x}$ $3x = 54 \Rightarrow x = 18 \text{ m}$ طول الطريق بين شارع 62 وشارع 52 هو 18m
فكر	13	هذا السؤال يعتمد على مبرهنة تنص على أن: القطعة المستقيمة تساوي نصف طول الوتر. $A' = (\frac{1}{4} \times 2, \frac{1}{4} \times 6) = A' = (\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ $B' = (\frac{1}{4} \times -4, 0 \times \frac{1}{4}) = B' = (-1, 0)$ $C' = (\frac{1}{4} \times -4, \frac{1}{4} \times -8) = C'(-1, -2)$ $D' = (\frac{1}{4} \times -2, \frac{1}{4} \times -12) = D'(-\frac{1}{2}, -3)$
اكتب	14	$KZ = \frac{1}{2} BH$ $CM = \frac{1}{2} AB$ $\frac{KZ}{CM} = \frac{\frac{1}{2} BH}{\frac{1}{2} AB} \Rightarrow (\frac{KZ}{CM})^2 = \frac{(BH)^2}{(AB)^2}$ $(\frac{KZ}{CM})^2 = \frac{(HZ)^2 + (BZ)^2}{(AC)^2 + (BC)^2}$



1	$m \angle AOD = 90^\circ$	
2	$m \angle COB = 90^\circ - 43^\circ$ $\therefore m \angle COB = 47^\circ$	
3	$m \widehat{DBE} = m \widehat{EBC} + m \widehat{CD} = 180 + 43 = 223$	
4	$m \widehat{DAB} = 180 + 90 = 270$	
5	$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ قيمة كل زاوية مركزية $m \widehat{AB} = 60^\circ$	
6	$m \widehat{ABC} = 60 + 60 = 120$	
7	$m \widehat{ABD} = 60 + 60 + 60 = 180$	
8	$\widehat{DA} \cong \widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ $DA = AB = BC = CD$ معطى في السؤال مبرهنة الأقواس والأوتار لذا فإن الشكل ABCD مربع كل أضلاعه متساوية	
9	$(OB)^2 = (OM)^2 + (MB)^2$ $16 = (2.3)^2 + (MB)^2$ $16 - 5.29 = 10.71 = (MB)^2$ $MB = 3.3$ $AB \approx 2 \times 3.3 = 6.6 \text{ cm}$	
10	$(OA)^2 = (OB)^2 + (BA)^2$ $100 = 36 + (BA)^2$ $(BA)^2 = 100 - 36 = 64$ $BA = 8 = AD$	
11	$m \angle COA = 180^\circ - (74^\circ + 40^\circ)$ $= 180^\circ - (114^\circ)$ $= 66^\circ$	

تأكد من فهمك

تدرب وحل تمرينات

تدريب وحل تمرينات

- 12 $m \widehat{DBE} = 270$
- 13 $m \widehat{BCA} = 180 - m \angle DOC = 180 - 74 = 106$
- 14 $m \widehat{DCA} = 180 - m \angle AOB = 180 - 40 = 140$
- 15 $m \widehat{AB} = \frac{360}{8} = 45$
- 16 $m \widehat{ABC} = 45 + 45 = 90$
- 17 $m \widehat{GDB} = m \widehat{GF} + m \widehat{FE} + m \widehat{ED} + m \widehat{DC} + m \widehat{CB} = 45 + 45 + 45 + 45 + 45$
 $m \widehat{GDB} = 225$
- 18 $\therefore m \widehat{AB} \cong m \widehat{BC} \cong m \widehat{CD} \cong m \widehat{DE} \cong m \widehat{EF} \cong m \widehat{FA}$
 $\therefore \overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FA}$ اذن الشكل سداسي منتظم

- 19 $(OA)^2 = (OB)^2 + (AB)^2$
 $169 = 25 + (AB)^2$
 $(AB)^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow AB = 12, AC = 12$ ميرهنة المماس

تدريب وحل مسائل حياتية

نرسم مخططاً بسيطاً للتوضيح

20 $(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2$
 $(2.52 + 6437)^2 = (BC)^2 + (6437)^2$
 $(6439.52)^2 = (BC)^2 + 41434969$
 $41467417.8 = (BC)^2 + 41434969$
 $(BC)^2 = \frac{5801147}{324488}$
 $BC = \frac{76165}{190} \text{ km}$ المسافة بين قمة البركان ومستوى الأفق

نظرية فيثاغورس : مماس الدائرة BC ، وتر المثلث ABC ، AB مثلث قائم الزاوية

تدريب وحل مسائل حياتية	21	$(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2$ $(390 + 6437)^2 = (AC)^2 + (6437)^2$ $(6827)^2 = (AC)^2 + 5842614$ $46607929 - 5842614 = 5842614 = (AC)^2$ $AC = 6384 \text{ km}$ 2274	
فكر	22	$2x + 11 = 4x - 1$ مبرهنة المماس $4x - 2x = 11 + 1$ $2x = 12$ $x = 6$ $AB = 4x - 1 = 4(6) - 1 = 23$	
فكر	23	$\therefore m \angle AOB \cong m \angle COB$ $\therefore CB = AB$ $8y - 8 = 6y$ $\Rightarrow 8y - 6y = 8$ $2y = 8 \Rightarrow y = 4$ $CB = 8y - 8 = 8(4) - 8$ $CB = 32 - 8 = 24$	<p>بالتعويض</p>
اكتب			<p>بما أن \overline{BO} ينصف الزاوية AOC</p> $\therefore m \angle BOA = 70^\circ$ $\therefore m \angle BOC = 70^\circ$ $\therefore BA, BC$ مماسات للدائرة $\therefore \overline{BA} \perp \overline{AO}$ $\therefore \overline{BC} \perp \overline{CO}$ } نصف القطر \perp المماس من نقطة التماس $\Rightarrow m \angle OCB = 90^\circ, m \angle OAB = 90^\circ$ $m \angle ABO = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ $m \angle CBO = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ \Rightarrow m \angle ABC = 40^\circ$

تأكد من فهمك

1

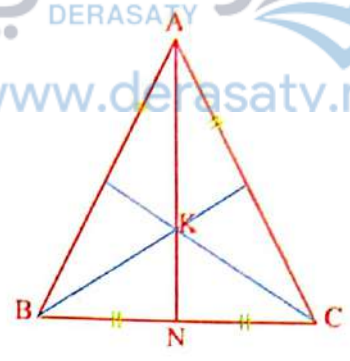
$\therefore \overline{AN} \perp \overline{BC}$

في $\triangle ABC$ ، $BN = NC$

أي إن \overline{AN} أحد محاور المثلث

K نقطة تقع على \overline{AN}

اذن K نقطة تقاطع محاور المثلث ABC وحسب مبرهنة المحاور فإن نقطة تقاطع المحاور هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث .



2

بما أن المثلث متساوي الأضلاع اذن الاعمدة المقامة على أضلاعه تنصفها وتلتقي في نقطة واحدة هي نقطة تقاطع محاوره .
نقطة تقاطع المحاور هي مركز الدائرة المحيطة به .

$(AC)^2 = (AE)^2 + (EC)^2$

$144 = (AE)^2 + 36$

$AE = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ cm

$DE = \frac{1}{3} AE$

\overline{AE} مستقيم متوسط ، أي إن :

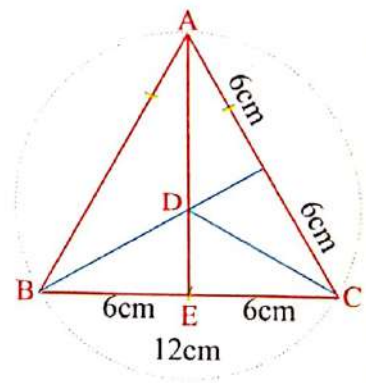
$= \frac{1}{3} (6\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$ cm

$(DC)^2 = (DE)^2 + (EC)^2$

$(DC)^2 = (2\sqrt{3})^2 + (6)^2 = 12 + 36 = 48$

$DC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ cm

نصف قطر الدائرة



3

$x(4x) = (2)(8)$

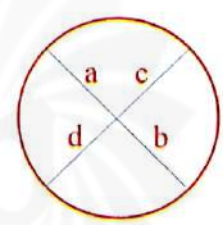
تطبيق علاقة (1)

$4x^2 = 16$

$x^2 = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow x = 2$

$a.b = c.d$

$AB = 8 + 2 = 10$



4

$(9)(4) = 12x$

تطبيق علاقة (1)

$x = \frac{36}{12} \Rightarrow x = 3$

$AB = 12 + 3 = 15$

تأكد من فهمك	5	<p>تطبيق علاقة (2)</p> $x(x+5) = 4(9)$ $x^2 + 5x - 36 = 0$ $(x+9)(x-4) = 0 \Rightarrow x = -9 \text{ يهمل}$ $x = 4$ $AB = 5 + 4 = 9$	
	6	<p>تطبيق علاقة (3)</p> $x^2 = 12(16)$ $x^2 = 192 = \sqrt{4^2 \times 2^2 \times 3}$ $x = AB = 8\sqrt{3}$	
	7	<p>تطبيق علاقة (3)</p> $(6)^2 = x(x+x+1) = x(2x+1)$ $36 = 2x^2 + x \Rightarrow 2x^2 + x - 36 = 0$ $(x-4)(2x+9) = 0$ $x = 4 \quad AB = x + x + 1 = 9$	
تدرب وحل التمرينات	8	<p> $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ $= 36 + 36 = 72 \Rightarrow AC = 6\sqrt{2}$ العمود النازل من رأس زاوية قائمة في مثلث متساوي الساقين $AD = DC$ مماسان لدائرة من نقطة خارجة عنها $AD = AK = 3\sqrt{2}$ $r = 6 - 3\sqrt{2} \text{ cm}$ نصف القطر الداخلية للمثلث $A = r^2\pi$ مساحة الدائرة الداخلية للمثلث $= (6 - 3\sqrt{2})^2\pi \approx 3.13\pi \text{ cm}^2$ </p>	
	9	<p>في ΔABC القائم الزاوية في A</p> <p>$AB = AC$</p> <p>$AM \perp BC$ العمود النازل من رأس زاوية قائمة في مثلث متساوي الساقين</p> <p>أي أن AM أحد محاور المثلث</p> <p>النقطة M منتصف الوتر BC فتكون نقطة التقاء محاور المثلث وهي مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث ABC وقطرها BC</p>	

10

$$(4)(10) = x(x+3)$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$(x-5)(x+8) = 0$$

$$x = 5, AB = 5+3 = 8$$

11

$$2(x+3) = (3)(5)$$

$$2x+6 = 15 \Rightarrow 2x = 9$$

$$x = 4.5, AB = 2+x+3 = 9.5$$

12

$$2 = 3(3+x)$$

$$36 - 9 = 3x$$

$$27 = 3x \Rightarrow x = 9$$

$$AB = 3+9 = 12$$

تطبيق علاقة (3)

13

$$x^2 = 3(12)$$

$$x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$AB = 6$$

تطبيق علاقة (3)

14

$$DC = DB + BC$$

$$DB = 75 \text{ m}, BC = 75 \text{ m}$$

$$AB = 60 \text{ m}$$

$$AB \times BE = DB \times BC \quad \text{علاقة (1)} \quad \therefore DB = 75 \text{ m}$$

$$60 \times BE = 75 \times 75 \quad \therefore BC = 75 \text{ m}$$

$$BE = \frac{5625}{60} = 93.75 \text{ m}$$

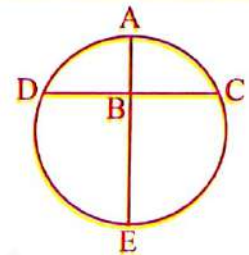
$$AE = AB + BE$$

$$= 60 + 93.75$$

$$AE = 153.75 \text{ m}$$

قطر الدائرة AE يساوي

لكي نجد قطر الدائرة نرسم المحور \overline{AE} والمحور \overline{DC} ينصفه.



15

$$(AB)^2 = AC \times AM$$

$$(AB)^2 = 8200 \times (8200 + 12800)$$

$$= 8200(21000) = 172200000$$

$$AB = 13,122.5$$

تطبيق علاقة (3)

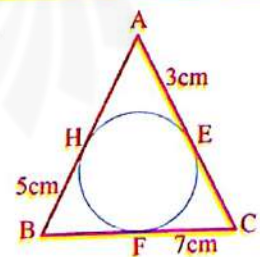
16

$$CE = 7 \text{ cm}, AH = 3 \text{ cm}, BF = 5 \text{ cm}$$

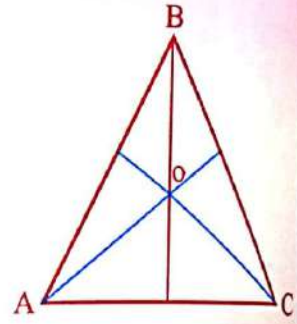
$$\therefore AC = 10 \text{ cm}, AB = 8 \text{ cm}, BC = 12 \text{ cm}$$

$$P = 10 + 8 + 12 = 30 \text{ cm} \quad \text{المحيط}$$

مبرهنة المماسات



	17	$x^2 = 4(10)$ $x^2 = 40 = 4 \times 10 \Rightarrow x = 2\sqrt{10}$
أ	18	<p style="text-align: right;">مبرهنة فيثاغورس</p> $(AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$ $(15)^2 = (x+2)^2 + (10)^2$ $(x+2)^2 = 125 \Rightarrow x+2 = 5\sqrt{5}$ $x = 5\sqrt{5} - 2$
	19	<p style="text-align: right;">مبرهنة المماسات</p> $\left. \begin{array}{l} BE = 13 \\ EC = 10 \end{array} \right\}$ $BC = 13 + 10 = 23$
أكتب		<p>في ΔABC المجاور يتقاطع محور AC و CB في O. ارسم الدائرة التي مركزها O والمحيطة بـ ΔABC.</p> <p>في الشكل $OB = OC$ لأن O تقع على محور CB وبالتالي O تقع على محور AB أي أن محور AB يحوي O. $\therefore OA = OC = OB$ نستطيع أن نرسم دائرة مركزها O تمر برؤوس ABC.</p>



سلسلة الناجح في الرياضيات

موقع



1 $m\widehat{BE} = 2 m \angle BDE = 2 \times 80 = 160$

2 $m \angle ABC = \frac{1}{2}(m\widehat{AC}) = \frac{1}{2}(25) = 12.5^\circ$

3 $m \angle CAB = \frac{1}{2} m \widehat{CB}$

$m \angle CAB = \frac{1}{2}(60) = 30^\circ$

4 $m \angle ACB = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

5 $m \widehat{BN} = 2m \angle BCN = 2(40) = 80$

6 $m \angle CKA = 90^\circ$

7 $m \angle MNB = \frac{1}{2} m(\widehat{NB}) = \frac{1}{2}(256) = 128^\circ$

8 $m \angle CBA = \frac{1}{2}(55) = 27.5^\circ$

9 $m \widehat{BN} = 2m \angle B = 2(52) = 104$

\overline{KB} , \overline{KA} نصل
 \overline{MB} , \overline{MA}

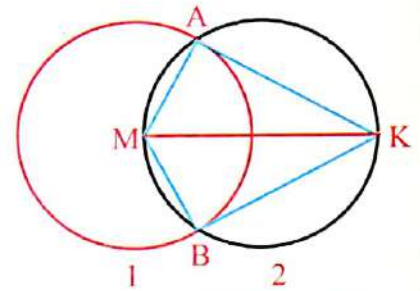
10 $m \angle MAK = 90^\circ$

زاوية محيطية تقابل القطر

$m \angle MBK = 90^\circ$

زاوية محيطية تقابل القطر

مماسان للدائرة \overline{KB} , \overline{KA}



$\therefore m \angle KNA = \frac{1}{2}(m\widehat{BC} + m\widehat{AK})$

11 $\therefore m \angle KNA = \frac{1}{2}(20 + 204) = \frac{1}{2}(224)$

$m \angle KNA = 112^\circ$

12 $25 = \frac{1}{2}(x - 30)$

$50 = x - 30 \Rightarrow x = 80$

$\therefore m \angle HBC = \frac{1}{2}(m\widehat{CH} + m\widehat{AK})$

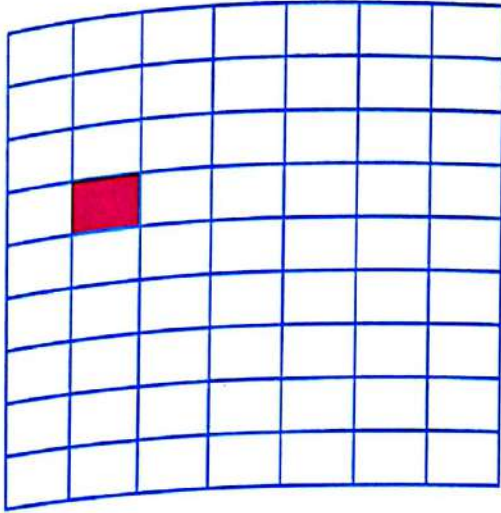
13 $\therefore m \angle HBC = \frac{1}{2}(102 + 35)$

$\therefore m \angle HBC = \frac{1}{2}(137) = 68.5^\circ$

تأكد من فهمك

تدرب وحل تمرينات

تدريب وحل تمرينات	<p>14 $360 = 180 + 140 + R \Rightarrow R = 40$ $m \angle x = \frac{1}{2}(180 - R) \Rightarrow m \angle x = \frac{1}{2}(180 - 40) = 70^\circ$</p> <p>15 $180^\circ - 92^\circ = 88^\circ \Rightarrow m \angle x = 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$ $180^\circ - 116^\circ = 64^\circ \Rightarrow m \angle y = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$</p>
تدريب وحل مسائل حياتية	<p>16 $m \angle ADE = \frac{1}{2} m \widehat{AE}$ (1) $m \widehat{AE} = m \widehat{AB} + m \widehat{BE}$ (2) $m \widehat{BE} = 2m \angle BCE = 2 \times 30 = 60$ (3) نعوض 3 في 2 $m \widehat{AE} = 60 + 42 = 102$ (4) نعوض 4 في 1 $m \angle ADE = \frac{1}{2}(102) = 51^\circ$</p>
	<p>17 $32 = \frac{1}{2}(m \widehat{ADB} - m \widehat{AB})$ (1) $m \widehat{ADB} = 360^\circ - x \Rightarrow m \widehat{AB} = x$ بالتعويض في 1 $32 = \frac{1}{2}[(360 - x) - x]$ $64 = 360 - 2x \Rightarrow 2x = 296 \Rightarrow x = 148$</p>
فكر	<p>18 $2x + 20 + x + 130 = 360$ أولاً : نجد قيمة x $3x + 150 = 360 \Rightarrow 3x = 360 - 150 = 210 \Rightarrow x = \frac{210}{3} = 70 = m \widehat{EC}$ $\therefore m \angle CAB = \frac{1}{2} m \widehat{AEC} \Rightarrow m \angle CAB = \frac{1}{2}(m \widehat{AE} + m \widehat{EC})$ $m \angle CAB = \frac{1}{2}(70 + 130) \Rightarrow m \angle CAB = \frac{1}{2}(200) = 100^\circ$ بالتعويض</p>
	<p>19 $m \angle B = \frac{1}{2} m \angle AOC \Rightarrow m \angle COB = \frac{1}{2}(90^\circ) = 45^\circ$ $180^\circ - 45^\circ = m \angle D = 135^\circ$</p>
اكتب	<p>$m \angle y = \frac{1}{2}(m \widehat{CB} - m \widehat{ED})$ $m \angle x = \frac{1}{2}(m \widehat{CB} + m \widehat{ED})$ $m \angle x + m \angle y = \frac{1}{2}(m \widehat{CB} + m \widehat{ED} + m \widehat{CB} - m \widehat{ED})$ $m \angle x + m \angle y = m \widehat{CB}$</p>



هناك 7 أعمدة من المقاعد ، في كل عمود 9 مقاعد

$$\text{عدد المقاعد} = 9 \times 7 = 63 \text{ مقعداً .}$$

6 ⇒ 80 ، 12 ⇒ 160 ، 18 ⇒ 240 ، 24 ⇒ 320 ،
30 ⇒ 400 ، 36 ⇒ 480 لتر

- 2

يبقى 20 لتراً لملء المعرض

كل دقيقة يصب في الحوض $\frac{40}{3}$ ،

الزمن لسعته 20 لتراً هو $20 \times \frac{3}{40} = 1.5$ دقيقة

يمتلئ الحوض في 37.5 دقيقة

- 3 عدد الكرات في الطبقة السفلى = 4×4 تساوي 16

عدد الكرات في الطبقة فوقها = 3×3 تساوي 9

عدد الكرات في الطبقة فوقها = 2×2 تساوي 4

عدد الكرات في أعلى الهرم = 1×1 وتساوي 1

عدد الكرات جميعها = $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ كرة

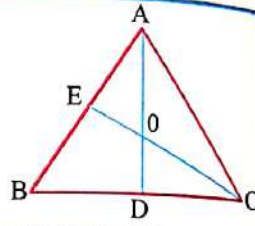
- 4

نحتاج الى اربع مرات لقطع الخشبة لتكوين خمسة قطع لأن القطعة
الخامسة لا تحتاج الى قص ، لذلك كل خمسة دقائق تُقص قطعة خشب
واحدة .

انن ثلاثة قطع يحتاج الى 15 دقيقة

عدد القطع	دقيقة
1	5
2	10
3	15
4	20
5	لا تحتاج

الإجابة

<p>[5- 1] تدريب</p>	$P = 8(L) = 8(2.5) = 20\text{cm}$ $V_1 = \frac{1}{3}(4)^2(10)\pi = \frac{160}{3}\pi \text{ cm}^3$ $V_2 = \frac{1}{3}(2)^2(8)\pi = \frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$ $V_1 - V_2 = \frac{160}{3}\pi - \frac{32}{3}\pi = \frac{128}{3}\pi \text{ cm}^3$
<p>[5- 2] تدريب : 1</p>	$OE = \frac{1}{3}(EC) = \frac{1}{3}(24) = 8\text{cm}$ $AO = \frac{2}{3}(AD) = \frac{2}{3}(12) = 8\text{cm}$ 
<p>تدريب : 2</p>	$\frac{AC}{FE} = \frac{BC}{DF} = \frac{AB}{DE}$ $\frac{4}{8} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12} \Rightarrow \frac{1}{2}$ <p>المثلثان متشابهان ونسبة التشابه هي $\frac{1}{2}$</p>
<p>[5- 3] تدريب</p>	$\frac{EB}{BL} = \frac{DA}{AK} \Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{12}{AK}$ $AK = 4$
<p>[5- 4] تدريب</p>	$m \angle ABO = 30^\circ, m \angle BAO = 90^\circ$ $\therefore AB = 4 \text{ cm} \Rightarrow \therefore BC = 4 \text{ cm}$ <p>المماسان المرسومان من نقطة خارج الدائرة متساويان</p>
<p>[5- 5] تدريب</p>	$(x-2)(3) = (2)(x)$ $3x-6=2x \Rightarrow 3x-2x=6 \Rightarrow x=6$ $AB=2+x \Rightarrow AB=2+6=8$ $DE=3+(x-2) \Rightarrow DE=3+4=7$
<p>[5- 6] تدريب</p>	$\overline{OB} \perp \overline{AC} \Rightarrow m \angle B = 90^\circ$ $m \angle x = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ $m \angle z = \frac{1}{2} m \angle BOC$ $= \frac{1}{2}(50) = 25^\circ$ $m \angle y = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ <p>محيطه $\frac{1}{2}$ المركزية</p>

الإجابة

1	$P = n \times L \Rightarrow P = 11 \times 3 = 33 \text{ cm}$ $A = \frac{1}{2} \times L \times H \times n$ $= \frac{1}{2} (3)(5.11)(11) \approx 84.3 \text{ cm}^3$
2	$A = r^2 \pi = 9\pi \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3$ $\ell^2 = r^2 + h^2$ $25 = 9 + h^2 \Rightarrow h^2 = 16 \Rightarrow h = 4$ $S.A = (2\pi r) \cdot \ell$ $= (2\pi)(3)(5) = 30\pi \text{ cm}^2$ $V = \frac{1}{3} B \cdot h$ $= \frac{1}{3} (9\pi) \cdot 4 \Rightarrow V = 12\pi \text{ cm}^3$
3	$\therefore \frac{a}{b} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ $\frac{a^2}{b^2} = \frac{\text{مساحة } \Delta ABC}{\text{مساحة } \Delta KLM}$ $\frac{(2)^2}{(3)^2} = \frac{24}{\text{مساحة } \Delta KLM}$ $54 = \frac{24 \times 9}{4} = \text{مساحة } \Delta KLM$ $\therefore A(\Delta KLM) = 54 \text{ cm}^2$
4	$\frac{AC}{CB} = \frac{DF}{DB} \Rightarrow \frac{(x-2)+4}{12+6} = \frac{4}{6}$ $\frac{x+2}{18} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x+6=36 \Rightarrow 3x=30 \Rightarrow x=10$
5	<p>i) $C = 180^\circ - 101^\circ = 79^\circ$ $D = 180^\circ - 96^\circ = 84^\circ$</p> <p>ii) $d + 3d = 180^\circ \Rightarrow 4d = 180^\circ \Rightarrow d = 45^\circ \Rightarrow 45^\circ, 135^\circ$ الزاويتان هما</p> <p>$C + 2C = 180^\circ \Rightarrow 3C = 180^\circ \Rightarrow C = 60^\circ \Rightarrow 60^\circ, 120^\circ$ الزاويتان هما</p>

	الإجابة
6	<p>i) $35 = \frac{1}{2}(x-40) \Rightarrow 70 = x-40 \Rightarrow x=110$</p> <p>ii) $m \angle x = \frac{1}{2}(152-73) \Rightarrow m \angle x = 39.5^\circ$</p> <p>iii) $m \angle x = \frac{1}{2}[160 - (360 - 160 - 108)] = \frac{1}{2}[160 - 92] = 34$</p> <p>iv) $m \angle x = \frac{1}{2}[(360 - 108) - 108] = 72$</p>
7	<p>i) $m \angle AOC = 180^\circ - (20^\circ + 35^\circ) = 125^\circ$</p> <p>ii) $m \widehat{DC} = 35$</p> <p>iii) $m \widehat{DB} = 20$</p> <p>iv) $m \angle DOA = 125^\circ + 35^\circ = 160^\circ$</p>

الاختيار من متعدد

	الإجابة	5
الدرس [5-1]	<p>1 d 2 d 3 b 4 a 5 $b = 225\pi$ 6 a 7 d 8 $d = 10.5\pi$</p>	
الدرس [5-2]	<p>1 a 2 b 3 c 4 a 5 c 6 a 7 c</p>	
الدرس [5-3]	<p>1 a 2 d 3 a 4 c 5 d 6 <u>d</u> ب</p>	
الدرس [5-4]	<p>1 b 2 c 3 c 4 a 5 d 6 c 7 c</p>	
الدرس [5-5]	<p>1 d 2 b 3 c 4 a 5 a 6 c 7 b 8 b</p>	
الدرس [5-6]	<p>1 d 2 b 3 d 4 a 5 c 6 c 7 $b = 112$</p>	

سلسلة الناجح في الرياضيات

حلول تمرينات الفصل السادس

الاحصاء والاحتمالات

تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها	الدرس [6-1]
البيانات والاحصاءات المضللة	الدرس [6-2]
التبادل والتوافق	الدرس [6-3]
الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري	الدرس [6-4]
الاحداث المركبة	الدرس [6-5]
خطة حل المسألة (انشى أنموذجاً)	الدرس [6-6]

الإجابة

ت	وسط الحسابي	وسيط	منوال	مدى
1	7	7	5,6,7,8,9	4
2	22.43	20	لا يوجد	30
3	5.25	5	8	8

الوسط الحسابي = 3 ، الوسط = 3 ، المنوال = 3 ، المدى = 5

4

5 25%

6 65%

7 27%

8 12%

9 i) $p(R) = \frac{5}{8}$ ii) $p(W) = \frac{3}{8}$ iii) $p(W) = \frac{3}{7}$

10 i) $p(a) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ ii) $p(a) + p(b) = 1$ ، $p(a) = 3 p(b)$ ، $p(b) = \frac{1}{4}$ ، $p(a) = \frac{3}{4}$

11 مستقلان

12 غير مستقلين (مترابطان)

13 مستقلان

14 غير مستقلين (مترابطان)

15 مستقلان

16 عدد الطرائق 6

A B C	B A C	C A B
A C B	B C A	C B A

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	المجتمع : 30 شخصاً دخلوا المكتبة العينة : كل سادس شخص دخل المكتبة الاسلوب جميع البيانات : دراسة مسحية نوع العينة : متحيزة (لأن سبب دخول المكتبة هو المطالعة)
	2	المجتمع : عمال المصنع العينة : 100 عامل الاسلوب : دراسة مسحية نوع العينة : غير متحيزة (اجابات مختلفة)
	3	المجتمع : حيوانات الحديقة العينة : حيوان من كل مجموعة الاسلوب : دراسة مسحية نوع العينة : غير متحيزة (لأن الاختيار بصورة عشوائية)
	4	الوسط الحسابي (لعدم وجود قيم متطرفة)
	5	(لوجود قيمة متطرفة 54) المقياس الأنسب الوسيط و كذلك المنوال (لوجود قيم متكررة)
	6	الوسط الحسابي (لعدم وجود قيم متطرفة) ، المنوال (لوجود قيم متكررة)
تدرب وحل تمارينات	7	المجتمع : عمال المعمل العينة : عامل من عمال المعمل الاسلوب : دراسة مسحية نوع العينة : متحيزة
	8	المجتمع : طالبات المدرسة العينة : كل عاشر طالبة الاسلوب : دراسة مسحية نوع العينة : غير متحيزة الاختيار عشوائي (الهوايات مختلفة)
	9	(لوجود قيمة متطرفة 26) المقياس الأنسب الوسيط
	10	(لوجود قيمة متطرفة 20) المقياس الأنسب الوسيط و كذلك المنوال (لوجود قيم متكررة)
	11	الوسط الحسابي (لعدم وجود قيم متطرفة) ، المنوال (لوجود قيم متكررة) ، الوسيط

		الإجابة
تدريب وحل مسائل حياتية	12	المجتمع : اطباء مستشفى مدينة الطب العينة : طبيب من كل قسم
	13	نوع العينة : غير متحيزة (الاختيار عشوائياً) .
	14	الوسيط ، المنوال
	15	الوسيط ، المنوال
فكر	16	ممكن: 21 , 6 , 5 , ④ , 3 , 2 , 1 الوسيط = 4 الوسط الحسابي = 6
	17	الوسط الحسابي ليس الأنسب لوجود القيمة المتطرفة (20)
	18	الدراسة ليست موثوقاً بها ، لأن العينة التي اختيرت صغيرة (50) طالباً فقط من طلاب مدرسة ثانوية .
أكتب		نقل جميع الإجابات الصحيحة



		الإجابة
تأكد من فهمك	1	اختلاف الفترات بين قيم البيانات .
	2	عدم انتظام التدرج .
	3	النسبة 13 الى 7 لا تمثل نسبة موثوقاً بها لأن العينة صغيرة (20) شخصاً .
	4	جميع الملابس في المخزن الأول رياضية (أي كل ماباعه في الفترة الزمنية بدلات رياضية) في حين أنّ المخزن الثاني يحتوي على ملابس رياضية وألعاب وأن 90 بدلة رياضية باعها بعد انجازاً له .
تدرب وحل تمرينات	5	يوحى الرسم بأن الشوكلاته والبسكويت متقاربة ولكن البيانات تؤكد أن الشوكلاته تقابل 10 طن في حين أنّ البسكويت يقابل 1 طن (عدم انتظام التدرج) .
	6	يوحى الرسم بتقارب الأشياء من حيث العدد والحقيقة هناك اختلاف كبيرة بين اعداد المواد <u>المعروضة</u> .
	7	لأن العينة العشوائية صغيرة جداً (6 أشخاص فقط) .
	8	32 طالب يفضلون القودم بواسطة سيارة الأجرة وهي تقريباً نصف الطلاب الذين اجابوا عن السؤال وهو بالتأكد أقل من نصف الطلاب الذين سألوا وهم 100 طالب (صغر حجم العينة) .
تدرب وحل مسائل حياتية	9	يوحى الرسم بان قدرة ثعلب المياه هي نصف قدرة فرس النهر ، في حين أنّ البيانات غير ذلك ، قدرة ثعلب المياه (5) ساعات وقدرة فرس النهر (15) ساعة وهي $\frac{5}{15}$ وتساوي $\frac{1}{3}$ (عدم انتظام التدرج) .
	10	يوحى الرسم بان عدد الأشخاص الذين يفضلون الكتب الفنية 5 أمثال الذين يفضلون الكتب العلمية . في حين أنّ الصحيح هو ضعفها (بسبب عدم انتظام التدرج) .
	11	لاختلاف موسم السفر .
	12	لأن كتلتها مختلفة .
فكر	13	الرسم يكون غير مضلل : * يبدأ التدرج من الصفر . * ثبوت طول فترات البيانات .
	14	لأنه استعمل الوسط الحسابي وهناك قيمة متطرفة هي 965 لذلك الوسط الحسابي لا يعد مقياساً مناسباً . أو : أن هناك أربع قيم هي 100 , 125 , 120 , 170 أقل من الوسط الحسابي (265) .
	15	نقطتان هما : * بداية الرسم البياني من الصفر * الفترات البيانية ثابتة . * انتظام التدرج .
اكتب		تقبل جميع الإجابات الصحيحة .

تأكد من فهمك	1	$4! \times 2! = [(4)(3)(2)(1)][(2)(1)] = 48$
	2	$(3+2)! = 5! = (5)(4)(3)(2)(1) = 120$
	3	$\frac{9!}{6!} = \frac{(9)(8)(7)6!}{6!} = 504$
	4	$(7-5)! = 2! = (2)(1) = 2$
	5	$3! + 2! = (3)(2)(1) + (2)(1) = 8$
	6	$P_8^8 = 8! = (8)(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1) = 40320$
	7	$P_4^{10} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{(10)(9)(8)(7)(6!)}{6!} = 5040$
	8	$C_3^8 = \frac{8!}{5!3!} = \frac{(8)(7)(6)5!}{5! \times 3 \times 2 \times 1} = 56$
	9	$\binom{9}{0} = 1$
تدرب وحل تمارينك	10	$2! \times 6! = [(2)(1)][(6)(5)(4)(3)(2)(1)] = 1440$
	11	$4! \times 3! = [(4)(3)(2)(1)][(3)(2)(1)] = 144$
	12	$0! \times 1! = (1)(1) = 1$
	13	$P_0^{10} = 1$
	14	$\binom{10}{1} = \frac{10!}{(10-1)!1!} = \frac{(10)(9!)}{9! \times 1} = 10$ أو مباشرة: $\binom{10}{1} = 10$
	15	$C_5^9 = \frac{9!}{(9-5)!5!} = \frac{(9)(8)(7)(6)5!}{(4)(3)(2)(1)5!} = 126$
	16	$P_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{(7)(6)(5)4!}{4!} = 210$
	17	$P_1^{15} = 15$
	18	$C_{100}^{100} = 1$

		الإجابة
تدريب وحل مسائل حياتية	19	$C_3^5 = \frac{5!}{2!3!} = \frac{(5)(4)3!}{(2)(1)3!} = 10$
	20	$P_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{(5)(4)(3)2!}{2!} = 60$
	21	$C_2^4 = \frac{4!}{2!2!} = \frac{(4)(3)2!}{2!(2)(1)} = 6$
	22	$C_5^7 = \frac{7!}{2!5!} = \frac{(7)(6)5!}{(2)(1)5!} = 21$
	23	$C_{10}^{12} = \frac{12!}{(12-10)!10!} = \frac{(12)(11)10!}{(2)(1)10!} = 66$
	24	$C_6^9 = \frac{9!}{(9-6)!6!} = \frac{(9)(8)(7)6!}{(3)(2)(1)6!} = 84$ <i>Handwritten: 126</i>
	25	$C_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!3!} = \frac{(4)3!}{1!3!} = 4$
تمرين	26	i) $\frac{15!9!}{14!10!} = \frac{(15)14!9!}{14! \times 10 \times 9!} = \frac{3}{2}$ ii) $\frac{5!}{3! \times 1!} \times \frac{6!}{5! \times 4!} = \frac{(6)(5)4!}{(3)(2)(1)4!} = 5$
	27	$C_4^7 = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{(7)(6)(5)4!}{(3)(2)(1)4!} = 35$ اختيار اللجنة من دون تحديد
	28	$n \neq m, r = 0$ أو $n = m, r = 1$, Ex: $C_0^{10} = p_0^{20} = 1$ أو $C_1^{10} = p_1^{10} = 10$
	29	$P_3^5 = \frac{5!}{3!}, C_3^5 = \frac{5!}{3!3!} \Rightarrow P_r^n = r! C_r^n$
	30	$\frac{n!}{(n-1)!} = 9 \Rightarrow \frac{n(n-1)!}{(n-1)!} = 9 \Rightarrow n = 9$
اكتب		$P_2^5 = \frac{(5)(4)3!}{3!} = 20$ تقدم 5 أشخاص لشغل منصبين محددتين . بكم طريقة يمكن ذلك

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$E_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}, n \times m = 36$ $P(E_1) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
	2	$E_2 = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6)\}$ $P(E_2) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$
	3	$E_3 = \{(4, 6), (6, 4), (5, 5)\}$ $P(E_3) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$
	4	$E_4 = \{(1, 1), (2, 2), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 1)\}$ $P(E_4) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
	5	الاحتمالات السابقة نظرية
تدرب وحل تمارينات	6	يضاف كرة زرقاء يصبح في الكيس 6 كرات $P(E) = \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ الاحتمال نظري
	7	$P(E) = \frac{13}{25} = 0.52 = 52\%$ الاحتمال تجريبي
	8	$E_1 = \{(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2)\} \Rightarrow P(E_1) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ $E_2 = \{(5, 6), (6, 5)\} \Rightarrow P(E_2) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ $P(E_1 \text{ or } E_2) = \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$ الحدثان متافيان
9	$E_2 = \{(3, 6), (6, 3), (4, 5), (5, 4), (6, 6), (5, 5)\} \Rightarrow P(E_2) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$	
10	$E_3 = \{(6, 6)\} \Rightarrow P(E_3) = \frac{1}{36}$	
11	$P(E) = \frac{15}{100} = \frac{60}{400}$ الآن عدد الأشخاص سيكون 60 شخصاً	
12	$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ $E_1 = \{1, 3, 5, 7, 9\} \Rightarrow P(E_1) = \frac{5}{9}$ $E_2 = \{2, 4, 6, 8\} \Rightarrow P(E_2) = \frac{4}{9}$ $P(E_1 \text{ or } E_2) = \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = \frac{9}{9} = 1$	

		الإجابة
تدريب وحل مسائل حياتية	13	$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ اذن اللون اخضر
	14	$P(E) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$
	15	$P(E) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$, $P(E) = \frac{60}{100} = 0.60 = 60\%$
	16	$P(E) = \frac{3}{22}$ احتمال أن تكون العينان زرقاً $P(E_2) = 1 - P(E_1)$ $= 1 - \frac{3}{22} = \frac{19}{22}$ احتمال أن عينيه ليستا زرقاً
فكر	17	$P(G) = \frac{3}{6}$, $P(R) = \frac{2}{6}$ $P(G \text{ or } R) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} = \frac{2}{3}$ عند الأجزاء يساوي 6 2① أحمر 1② أزرق 3 أخضر
	18	$P(R \text{ or } B) = P(R) + P(B)$ اجابة سارة صحيحة لأن
اكتب		النظري العدد 2 يدل على عدد مرات حدوث الحدث العدد 9 يدل على عدد عناصر فضاء العينة التجريبي العدد 2 يدل على عدد مرات حدوث الحدث العدد 9 يدل على عدد مرات أجزاء التجربة

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$P(E_1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $P(E_2 \text{ after } E_1) = \frac{2}{5}$ $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$ <p>حدثان مترابطان</p>
	2	$P(E_1) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $P(E_2) = \frac{1}{8}$ $P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$ <p>حدثان مستقلان</p>
	3	$P(H) = \frac{1}{2}$ $P(T) = \frac{1}{2}$ $P(H \text{ and } T) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ <p>حدثان مستقلان</p>
تدرب وحل تمرينات	4	$P(R) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ $P(B \text{ after } R) = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$ $P(R \text{ and } B) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{21}$ <p>مترابطان</p>
	5	$P(G) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $P(3) = \frac{1}{3}$ $P(G \text{ and } 3) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ <p>مستقلان</p>
	6	$P(E_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $P(E_2) = \frac{1}{6}$ $P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$ <p>مستقلان</p>

		الإجابة
تدريب وحل مسائل حياتية	7	$P(E_1) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$ $P(E_2 \text{ after } E_1) = \frac{5}{29}$ $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{29} = \frac{5}{58}$ <p>حدثان مترابطان</p>
	8	$P(E_1) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $P(E_2) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ <p>مستقلان الاحتمال لاختبار الكتابين</p>
فكر	9	سألي حلها صحيح
	10	$E_1 = \{ 3, 4, 5 \} \Rightarrow P(E_1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $P(E_2) = \frac{1}{2}$ $P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ <p>مستقلان</p>
	11	صندوق يحتوي على 10 بطاقات بثلاثة أشكال مختلفة (5 \triangle ، 2 \circ ، 3 \square) ، سحب بطاقة عشوائياً دون ارجاع ، مانوع البطاقتين المسحوبتين اذا كان احتمال سحبهما $\frac{1}{15}$.
اكتب		تقبل جميع الإجابات الصحيحة رمي حجر النرد مرة واحدة ، سحب كرة من صندوق وسحب كرة اخرى دون اعادة الكرة الأولى .

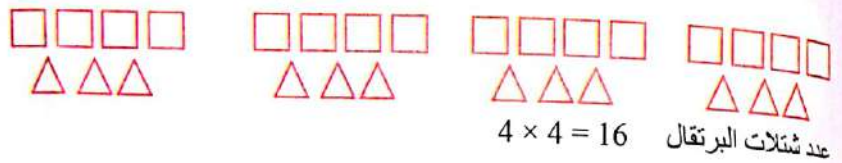
مرتبة الأعداد	مرتبة الآلاف	مرتبة المئات	مرتبة العشرات	مرتبة الأحاد
1	1	3	2	1

عدد الأعداد الأكبر من 4000 يساوي $1 \times 3 \times 2 \times 1 = 6$

2

مجموعات $28 \div 7 = 4$

□ نرسم لشتلات البرتقال بالرمز
△ نرسم لشتلات التفاح بالرمز



3 $6 \times 30 + 3 = 183$

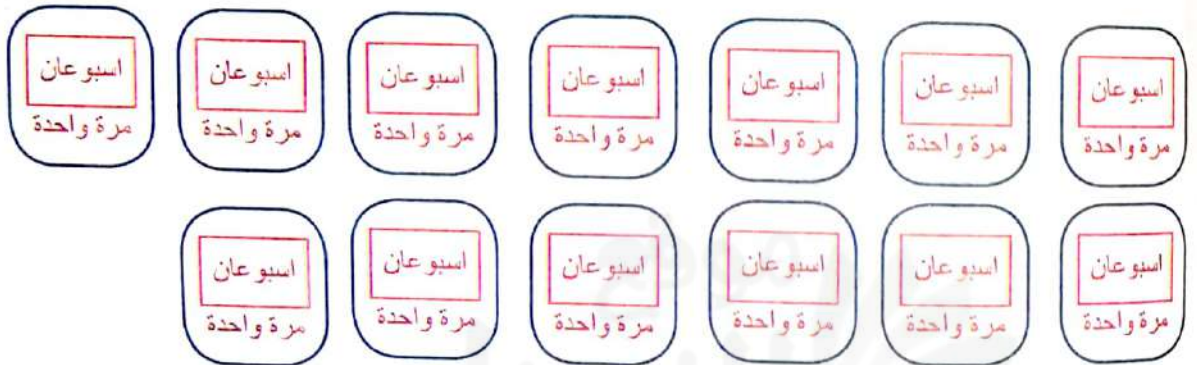
عدد أيام 6 أشهر

$183 \div 7 \approx 26$

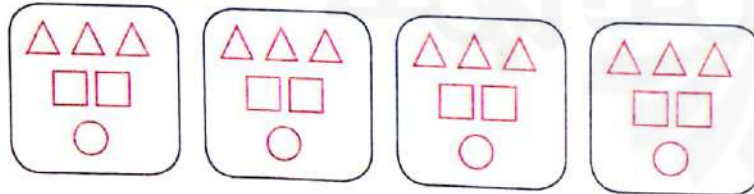
عدد الاسبوع

$26 \div 2 = 13$

عدد مرات السقي في 6 أشهر



4



$24 \div 4 = 6$

في كل مجموعة 6 قطع

عدد △ = 12

عدد □ = 8

عدد ○ = 4

الإجابة	
[6- 1] تدريب: 1	المنوال
تدريب: 2	i) العينة: 20 طالباً ii) المجتمع: طلاب المدرسة iii) نوع العينة: غير متحيزة (عشوائياً)
[6- 2] تدريب: 1	الصفوف ، مختلفة الأطوال ، اختيارها .
تدريب: 2	غير المضلل يبدأ بالصفوف ، الفترات متساوية ، انتظام التدرج .
تدريب: 3	لغرض الدعاية / التنزيلات .
[6- 3] تدريب: 1	$P_4^6 = \frac{6!}{2!} = 360$ ترتيب :
تدريب: 2	$C_4^8 = \frac{8!}{4!4!} = 70$ طريقة :
تدريب: 3	$C_5^{10} = \frac{10!}{5!5!} = 252$
[6- 4] تدريب: 1	i) تجريبي ii) $P(E) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$ iii) $P(E) = \frac{1}{2} = 0.5 , 50\%$
تدريب: 2	i) نظري ii) $P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ iii) $P(E) = \frac{5}{10} = 0.5 , 50\%$
[6- 5] تدريب: 1	i) مستقلان ii) $P(R) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} , P(B) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ $P(R \text{ or } B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$ iii) $P(R \text{ or } B) = \frac{9}{20} = \frac{45}{100} = 0.45 , 45\%$
تدريب: 2	$P(E_1) = \frac{2}{5} , P(E_2) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$

الإجابة

		(المجتمع 100 طالب ، العينة 30 طالباً . (دراسة مسحية . (العينة غير متحيزة ، لان هذه العينة تتكون من طلاب أختيروا عشوائياً .
1		بيانات المضللة : (عندما تكون الفترات غير متساوية . (انما لم يبدأ التدرج من الصفر . (انما كان حجم العينة المختارة صغيراً جداً .
2		
3	<p>i) $C_0^5 = \frac{5!}{(5-0)!0!} = 1$</p> <p>ii) $P_0^5 = \frac{5!}{(5-0)!} = 1$</p> <p>iii) $C_{10}^{10} = \frac{10!}{(10-10)!10!} = 1$</p> <p>iv) $P_{10}^{10} = \frac{10!}{(10-10)!} = 10!$</p> <p>v) $C_5^7 = \frac{7!}{(7-5)!5!} = \frac{(7)(6)5!}{(2)(1)5!} = 21$</p> <p>vi) $P_5^7 = \frac{7!}{(7-5)!} = \frac{(7)(6)(5)(4)(3)2!}{2!} = 2520$</p>	
4	$C_3^8 = \frac{8!}{(8-3)!3!} = \frac{(8)(7)(6)5!}{5!(3)(2)(1)} = 56$	
5	<p>i) الاحتمال تجريبي</p> <p>ii) $P(E) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$</p>	
6	<p>i) الاحتمال نظري</p> <p>ii) $E = \{4\} \Rightarrow P(E) = \frac{1}{6}$ ، $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$</p>	
7	$P(E) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$	عدد السيارات = 20

	الإجابة					
الدرس [6-1]	1 b	2 c	3 c	4 c		
	5 a	6 d	7 c			
الدرس [6-2]	1 c	2 b	3 c	4 c		
الدرس [6-3]	1 c	2 b	3 d	4 a		
	5 d	6 d	7 d	8 b		
الدرس [6-4]	1 c	2 d	3 c	4 b	5 b	6 d
الدرس [6-5]	1 c	2 c	3 b	4 c	5 b	6 c

سلسلة الناجح في الرياضيات



تعد سلسلة كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة امتداداً لسلسلة كتب الرياضيات للمرحلة الابتدائية والتي تعد تطبيقاً عملياً لمشروع تطوير المناهج الدراسية العراقية الذي نفذته وزارة التربية/ المديرية العامة للمناهج بالتعاون مع منظمة اليونسكو وقد منحت السلسلة فرصاً لأبنائنا للتمكن من كفايات تتعلق بالتفكير والتعلم والمواطنة والعمل وتكونت السلسلة من :

* كتاب الطالب
* دليل المدرس

رقم الإيداع في دار الكتب والوثائق ببغداد (٢٣ لسنة ٢٠١٩
استناداً الى القانون يوزع مجاناً ويمنع بيعه وتداوله في الأسواق



الطبعة الأولى ١٤٤٠ هـ - ٢٠١٩ م

طبعة
العصامي