



الرقم الامتحاني :

ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س1 : (A) اثبت أن : $\frac{1}{(3+i)^2} + \frac{1}{(3-i)^2} = \frac{4}{25}$

B- جد بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة : $\sqrt{80} - \sqrt[4]{80}$

س2 : (A) جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان لمحور السينات ومركزه في نقطة الأصل وطول محوره الكبير ضعف طول محوره الصغير ، ويقطع القطع المكافئ $y^2 + 8x = 0$ عند النقطة التي احداثيها السيني (-2) .

(B) جد تكامل اثنين مما يأتي : 1) $\int \frac{\cos^3 x}{1 - \sin x} dx$ 2) $\int \frac{\sqrt{x-3}}{2x-6} dx$ 3) $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} dx$

س3 : (A) حل المعادلة التفاضلية $x \cos^2 y dx + \tan y dy = 0$
(B) مكعب صلد طول حرفه (8 cm) مغطى بطبقة من الجليد بحيث شكله يبقى مكعباً ، فإذا بدأ الجليد بالنوبان بمعدل $(6 \text{ cm}^3 / \text{s})$ ، جد معدل النقصان بسمك الجليد في اللحظة التي يكون فيها هذا السمك (1 cm) .

س4 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

(A) جد $x, y \in R$ إذا علمت أن : $(\frac{1+5i}{1+i})x - (\frac{7-i}{3+i})y = \frac{-3}{i}$

(B) ابحث تحقق مبرهنة رول للدالة التالية : $f(x) = \cos 2x + 2 \cos x$ ، $x \in [0, 2\pi]$ ثم جد قيمة c الممكنة .

(C) ارسم منحنى الدالة الآتية بالاستعانة بالتفاضل : $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$

س5 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

(A) جد ناتج كلاً مما يأتي : (1) ضع بالصيغة العادية : $\frac{(1+i)^7}{8}$

(2) بسط : $[\sin \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{3}]^{-5}$

(B) جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين $f(x) = \sin x$ ، $g(x) = \sin x \cos x$ حيث $x \in [0, 2\pi]$

(C) $ky^2 - hx^2 = 63$ تمثل معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $25x^2 + 9y^2 = 225$ ، ويمس دليل القطع المكافئ $x^2 = 12y$ ، جد $h, k \in R$

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

(A) إذا كان $Z = \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 + \sqrt{-3}}$ عدداً مركباً ، جد باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر \sqrt{Z} .

(B) جد قيمة (b) إذا علمت أن : $\int_0^b 3x \sqrt{x^2 + 16} dx = 61$

(C) اثبت أن $y = x \ln|x| - x$ ، إحدى حلول المعادلة : $x \frac{dy}{dx} = x + y$ حيث $x > 0$