



الرقم الامتحاني:

ملاحظة: الإجابة عن خمسة أسئلة فقط، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س1: A- بسّط المقدار: $(\cos\theta + i\sin\theta)^8 (\cos\theta - i\sin\theta)^4$

B- جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل إذا علمت أن أحد رأسيه يبعد عن البؤرتين بالعديدين 1, 9 وحدات على الترتيب، وينطبق محوره على المحورين الإحداثيين .

س2: A- جد الجذر التربيعي للعدد: $4w^6 + 4i^7 + w^2 + w$

B- إذا كان $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ ، وكانت f مقعرة $\forall x > 1$ ، ومحدبه $\forall x < 1$ ، وللدالة f نقطة نهاية عظمى محلية هي (-1, 5)، جد قيمة الثوابت $a, b, c \in R$.

س3: أجب عن فرعين فقط:

A- ليكن ABC مثلثاً، وليكن $\overline{AF} \perp (ABC)$ ، $\overline{BD} \perp \overline{CF}$ ، $\overline{BE} \perp \overline{CA}$ ، برهن أن:

$$\overline{ED} \perp \overline{CF}, \overline{BE} \perp (CAF)$$

B- إذا كان كل من Z_1, Z_2 عدداً مركباً، وكان $Z_1 + Z_2 = 4$ ، $Z_1 \cdot Z_2 = 29$ ،

جد Z_1, Z_2 ، ثم كوّن المعادلة التربيعية التي جذراها Z_1, Z_2 .

C- متوازي سطوح مستطيلة، أبعاده تتغير بحيث تبقى قاعدته مربعة الشكل يزداد طول ضلع القاعدة بمعدل

0.3 cm/s ، وارتفاعه يتناقص بمعدل 0.5 cm/s ، جد معدل تغير الحجم عندما يكون طول ضلع

القاعدة 4 cm والارتفاع 3 cm .

س4: A- إذا علمت أن $\frac{x^2}{2h-6} + \frac{y^2}{3k+1} = 1$ معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل، وإحدى بؤرتيه

$(0, -3)$ ، وطول محوره الصغير يساوي 4 وحدات، جد قيمة كل من h, k .

B- الدالة $f(x) = ax^2 - 4x + 5$ تحقق شروط مبرهنة رول على الفترة $[-1, b]$ ، فإذا كانت $c = 2$ تنتمي

للفترة $(-1, b)$ ، $f'(2) = 0$ ، جد قيمة $a, b \in R$.

س5: أجب عن فرعين فقط:

A- (من مستقيم غير عمودي على مستوي معلوم يوجد مستوي وحيد عمودي على المستوي المعلوم)، برهن ذلك.

B- جد المساحة المحددة بالمنحنى $y = 2\cos^2 x - 1$ ومحور السينات، وعلى الفترة $[0, \frac{\pi}{2}]$.

C- حل المعادلة التفاضلية: $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{3y^2 + e^y}$

س6: أجب عن فرعين فقط:

A- ارسم باستخدام التفاضل منحنى الدالة: $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

B- علبة اسطوانية الشكل مفتوحة من الأعلى سعتها $(125\pi) \text{ cm}^3$ ، جد أبعادها عندما تكون مساحة المعدن المستخدم في صنعها أقل ما يمكن.

1) $\int_0^1 \frac{3x^2 + 4}{x^3 + 4x + 1} dx$

2) جد التكاملات الآتية: $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) dx$